Der trigonometrische Zirkel des Bürgers Richer: eine Episode aus der Geschichte der Navigation

Thümmel, Ottfried

Veröffentlichungsversion / Published Version
Zeitschriftenartikel / journal article

Deutsches Schiffahrtsarchiv 40, 2017, S. 249–294

NAVIGATION

OTTFRIED THÜMMEL

Der trigonometrische Zirkel des Bürgers Richer

Eine Episode aus der Geschichte der Navigation

Eine bewegte Zeit

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einer längst vergessenen Episode aus der Geschichte der astronomischen Navigation, einer gleichermaßen genialen wie erfolglosen Erfindung. Sie war dazu bestimmt, dem Seemann die mühsamen, aber für die Bestimmung des Schiffsortes erforderlichen Berechnungen durch ein mechanisches Instrument zu erleichtern. Das alles spielte sich in Frankreich in einer bewegten und ereignisdichten Zeit ab, im letzten Jahrzehnt des 18. Jahrhunderts. Die gesamte Gesellschaft, Geistesleben, Wissenschaft und Ingenieurwesen, waren von den Ereignissen der Französischen Revolution beeinflusst, ja überschattet.

Aber auch der größere Rahmen der Weltgeschichte war turbulent. Die zu beschreibende Erfindung fiel in das halbe Jahrhundert zwischen dem Siebenjährigen Krieg und den Napoleonischen Kriegen. Was in Deutschland leicht übersehen wird: Der Siebenjährige Krieg von 1756–1763 war nicht nur ein deutsches Ereignis, bei dem es um die Vorherrschaft in Mitteleuropa, speziell in Deutschland, ging, sondern ebenfalls ganz wesentlich ein weltgeschichtliches Ereignis. Manche bezeichnen den Siebenjährigen Krieg als den ersten Weltkrieg in der Menschheitsgeschichte. Sehr konkret war er Ausdruck des latenten Konflikts zwischen Frankreich und England um die Vorherrschaft auf See und in den Kolonien Nordamerikas und Indiens. Ausgeweitet wurde die Auseinandersetzung durch die Unabhängigkeitsbestrebungen der nordamerikanischen Kolonien, die schließlich zur Unabhängigkeitserklärung von 1776 führten. Durch den Unabhängigkeitskrieg wurde das Verhältnis zwischen Frankreich und England nicht einfacher, weil Frankreich gegen England die Unabhängigkeitsbestrebungen der amerikanischen Kolonien unterstützte. Die mit der Rivalität beider Mächte verbundenen Schlachten wurden zu großen Teilen auf See ausgetragen. Entschieden wurde der Kampf um die Vorherrschaft schließlich in den Napoleonischen Kriegen, vor allem in der Seeschlacht von Trafalgar 1805. Der Sieg der Flotte unter Vizeadmiral Nelson begründete die ein Jahrhundert währende englische Vorherrschaft auf See: »Rule, Britannia! Britannia, rule the waves«.[1] Die beschriebene historische Situation belegt die Bedeutung der Seefahrt in jener Zeit. Damit verbunden gewann die Entwicklung der Navigationskunst in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts einen ganz neuen Stellenwert.

Doch es waren nicht nur die politischen Interessen und Entwicklungen, die der Seefahrt im 18. Jahrhundert so viel Bedeutung zukommen ließen. Überlagert werden die Auseinandersetzungen zwischen den Mächten durch eine zweite Entdeckerphase. Nach dem Beginn des Zeitalters der Entdeckungen an der Wende vom 15. zum 16. Jahrhundert mit Christoph Columbus, Amerigo Vespucci, Vasco da Gama, Pedro Álvares Cabral, Ferdinand Magellan und anderen und der damit verbundenen Inbesitznahme Amerikas und des Fernen Ostens gab es eine lange Pause.[2] Fast scheint es, als wäre der Entdeckergeist der Europäer für 200 Jahre erlahmt und beschränkte sich auf die Pflege, genauer: die Kolonialisierung des bereits Entdeckten. Das änderte sich erst Mitte des 18. Jahrhunderts. Wesentliche Fragen über die geographische Gestalt der Erde waren zu diesem Zeitpunkt ungeklärt und lediglich Gegenstand theoretischer Diskussionen. Eine davon war die Frage nach dem sagenhaften Südkontinent, der Terra Australis. Seit der Antike vermutete man um den Südpol herum einen riesigen Kontinent gemäßigten Klimas und voller Reichtümer. Magellan hatte die nach ihm benannte Magellanstraße als Durchfahrt zwischen Amerika und dem Südkontinent interpretiert, eine These, die Drake[3] sechzig Jahre später widerlegte. Neuseeland war zur Mitte des 18. Jahrhunderts, abgesehen von einer zufälligen Sichtung durch Tasman im Jahre 1642, noch unentdeckt. Weite Teile der pazifischen Küsten und Inselwelt waren unerforscht. Diese weißen Flecken auf der Weltkarte wurden erst in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts und zu Beginn des 19. Jahrhunderts unter anderem durch den Weltumsegler John Byron[4], durch den französischen Entdecker Louis Antoine de Bougainville[5] und nicht zuletzt durch die berühmten drei Reisen von James Cook[6] geklärt. Letzterer vollbrachte die erste Umrundung der Antarktis und trug damit wesentlich zur Korrektur des mythischen Bildes von der Terra Australis bei. Ebenso muss er als der eigentliche Entdecker Neuseelands betrachtet werden. Die drei genannten Entdecker Byron, Bougainville und Cook waren nicht ganz zufällig als Offiziere in die geschilderten kriegerischen Konflikte in Nordamerika involviert. Beendet wurde diese zweite Entdeckerphase erst in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts mit den Reisen des Franzosen d'Urville[7] und der beiden in russischen Diensten stehenden Balten Krusenstern[8] und Bellingshausen[9], wobei besonderer Gegenstand der Forschungsreisen von Bellingshausen und d'Urville die Antarktis war. Ergänzt wurden die Entdeckungsreisen seit den 90er-Jahren des 18. Jahrhunderts durch Seeexpeditionen für die kartographische Erschließung vor allem der pazifischen Küsten Amerikas, aber auch Australiens und der Antarktis. In diesem Zusammenhang besonders herauszuheben sind die Reisen von Vancouver[10], Flinders[11], FitzRoy[12] und Wilkes.[13]

Wenig überraschend war mit diesen bewegten Jahrzehnten der Seefahrtsgeschichte ein Aufschwung bei Mitteln und Methoden der Navigation verbunden, fast möchte man von einer Revolution in der Navigationskunst sprechen. Oktant und Sextant waren noch in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts entwickelt worden, fanden aber erst in der zweiten Hälfte praktischen Eingang in die Navigation. Mit Hilfe dieser Geräte war eine drastische Steigerung der Genauigkeit bei den Messungen astronomischer Winkel verbunden. Lag zuvor die mit dem Davis-Quadranten oder dem Jakobsstab erreichbare Genauigkeit bei einigen Winkelminuten, waren die Winkel mit dem Sextanten mit einer Präzision von einer halben Minute und besser messbar. Damit rückte die Lösung des Längenproblems auf astronomischem Wege in den Bereich des Möglichen. Die Methode der Monddistanzen war seit fast 300 Jahren im Gespräch, scheiterte bis zur Erfindung des Sextanten aber an dem Unvermögen, den Winkel zwischen Mond und Distanzgestirn mit einem Fehler von weniger als einer Minute zu messen. Ein weiterer Hinderungsgrund für die Anwendung der Methode war die komplexe Mondbewegung. Seit der Antike[14] hatte man sich bemüht, die Mondposition vorherzuberechnen, in der Neuzeit hatten sich die besten Köpfe[15] an der Bahnberechnung versucht, aber erst Tobias Mayer gelang es in den 50er-Jahren des 18. Jahrhunderts, die Mondbewegung für die Zukunft so genau vorherzubestimmen, dass sie Grundlage für die Längenbestimmung auf See werden konnte.[16] Die nun mögliche Längenbestimmung veranlasste das englische Board of Longitude zur Herausgabe des »Nautical Almanac« als nautisches Jahrbuch für die Seefahrt. Unter der Aufsicht des Astronomer Royal erschien es ab 1767[17] und setzte seit diesem Zeitpunkt den Standard.

Die Preisfrage der Académie des Sciences de Paris

Nach dieser groben Skizze des welt- und seefahrtsgeschichtlichen Hintergrundes kehren wir nun nach Frankreich zurück. Unsere Geschichte beginnt ziemlich zeitgleich mit der Französischen Revolution. Die Schreckensherrschaft, von den Franzosen als »La Grande Terreur« bezeichnet, mit den unablässigen und völlig willkürlichen Hinrichtungen durch die Guillotine hatte noch nicht begonnen. Es war eine Zeit, in der radikal mit der bestehenden Gesellschaft gebrochen wurde. Alles Überkommene war verdächtig und wurde, zum Teil sehr blutig, ausgemerzt. In gleichmacherischem Eifer wurden die Eliten, seien es die gesellschaftlichen oder die wissenschaftlichen und künstlerischen, wenn nicht eliminiert, so doch mindestens zu Bürgern[18] degradiert. Die zunehmend feindliche Stimmung gegen Christentum und

Klerus führte nicht nur zur schließlichen Trennung von Kirche und Staat, sondern trieb kuriose Blüten. Die Vernunft oder das, was man dafür ausgab, wurde im wahren Sinne des Wortes zum Götzen erhoben, der »Kult der Vernunft« etabliert. Sinnvolle Maßsysteme, die nicht nur der Konvention geschuldet waren, wie das Kalendersystem oder die Gradeinteilung des Kreises[19], fielen dem revolutionären Eifer zum Opfer und wurden auf das für diese Zwecke wenig geeignete Dezimalsystem umgestellt.

Doch die Jahre der Revolution waren immer noch die Zeit großer französischer Wissenschaftler und Aufklärer. Selbst auf dem Höhepunkt des revolutionären Chaos, das gerade Wissenschaftler und Künstler erheblich gefährdete[20], wurde weiter Wissenschaft betrieben, insbesondere auch im Bereich der Navigation. Unmittelbar vor der Revolution schrieb die Académie Royale des Sciences den Prix Raynal aus. Benannt ist der mit 1200 Livres[21] dotierte Preis nach seinem Stifter Abbé Raynal.[22] In der Juliausgabe der Zeitschrift »Le Journal des sçavans«[23], im Monat des Sturms auf die Bastille erschienen, finden wir die Preisaufgabe: *Gesucht ist eine zuverlässige und genaue Methode für die Reduktion der scheinbaren auf die wahre Distanz zwischen zwei Gestirnen, die in der Praxis nur einfache Berechnungen erfordert und für die große Mehrheit der Seefahrer geeignet ist.*[24] In der Begründung für den Preis wird ausgeführt, dass die komplizierten Rechnungen zur Korrektur der scheinbaren auf die wahre Monddistanz das einzige Hindernis für die routinemäßige Anwendung dieser Methode zur Bestimmung der Länge der Schiffsposition sind. Deren regelmäßige Anwendung war aber im Sinne der Sicherheit und Zuverlässigkeit der Seefahrt in allen Ländern ein vorrangiges Ziel, dessen Erreichung von den Regierungen mit großen Engagement unterstützt wurde.[25]

Nicht die Revolution verhinderte die Verleihung des Preises im Jahre 1790, vielmehr genügten die Einsendungen den Bedingungen der Auslobung nicht. Deshalb schrieb die Akademie, mittlerweile nicht mehr königlich, sondern zur Académie des Sciences de Paris gewandelt, für das Jahr 1791 den Prix Raynal erneut aus. Und diesmal fand sich ein Preisträger: Jean-François Richer. Er bezeichnete sein Gerät nicht ganz unzutreffend als »Trigonometrischen Zirkel« (*Compas Trigonométrique*). Auf dem Gerät finden wir die Inschrift: »Neptuns Dreizack ist das Zepter der Welt« (*Le trident de Neptune est le sceptre du monde*).

Jean-François Richer ist heute so gut wie vergessen, viel ist nicht mehr über ihn bekannt. Er lebte wohl von 1743 bis 1820 und war Instrumentenmacher in Paris. Zur Zeit der Preisverleihung lag sein Wohnsitz auf der Île de la Cité in der heute nicht mehr existierenden Rue de la Calandre.[26] Seine Instrumente signierte er mit *Richer à Paris*. Er hatte wohl einen Sohn, der seine Werkstatt fortführte. Einige wenige von ihm gefertigte Instrumente haben überlebt. Ein solches Stück, einen Theodolit, findet man in der Collection of Historical Scientific Instruments der Harvard University. Auf diesem Instrument ist seine Signatur erkennbar (siehe Abb. 1).

Abb. 1 Signatur von Richer auf einem von ihm gebauten Theodoliten. (Mit freundlicher Genehmigung der Harvard University, Collection of Historical Scientific Instruments, Inv.-Nr. DW0275).

Das von Richer eingereichte Instrument erfüllt nicht nur die Forderung der Ausschreibung, sondern ermöglicht darüber hinaus die Lösung aller mit dem sphärischen Dreieck verbundenen Berechnungsaufgaben. Damit sind sämtliche Aufgaben in der Navigation, denen sphärische Dreiecke zugrunde liegen, mit dem trigonometrischen Zirkel lösbar, in den meisten Fällen auf sehr einfache Weise. Es handelt sich um ein so ingeniöses Gerät, dass es verwunderlich wäre, wenn es der Instrumentenmacher alleine ersonnen hätte. Tatsächlich steckt hinter der Konstruktion eine mathematische Idee des großen Mathematikers und Astronomen, jetzt aber nur noch einfachen Bürgers Lagrange[27], die er nach Betrachtung der untauglichen Einsendungen des Jahres 1790 ersonnen hatte. Wir werden diese Idee weiter unten skizzenhaft erläutern.

In der Preisrede[28] wird die Genauigkeit des trigonometrischen Zirkels mit 5 Sekunden angegeben. Diese Zahl wird weiter unten ebenfalls zu diskutieren sein. Bemerkenswert, weil charakteristisch für den Geist der Revolutionsjahre, ist der letzte Satz der Preisrede: *Dies* [der trigonometrische Zirkel] *ist ein neues Beispiel für die Nützlichkeiten der abstrakten Wissenschaften und der Gesetze, die denjenigen, die sie pflegen, öffentliche Anerkennung verschaffen.* Hier wird der Beginn einer Entwicklung im revolutionären Frankreich sichtbar, die später ihren pervertierten Höhepunkt mit dem dann gepflegten »Culte de la Raison«, dem Kult der Vernunft, erreicht.

Astronomische Navigation und das sphärische Dreieck

Bevor wir zur Beschreibung des Gerätes kommen, müssen wir ein wenig den Hintergrund der Preisfrage beleuchten. Die Methoden der astronomischen Navigation beruhen natürlicherweise auf den Regeln der sphärischen

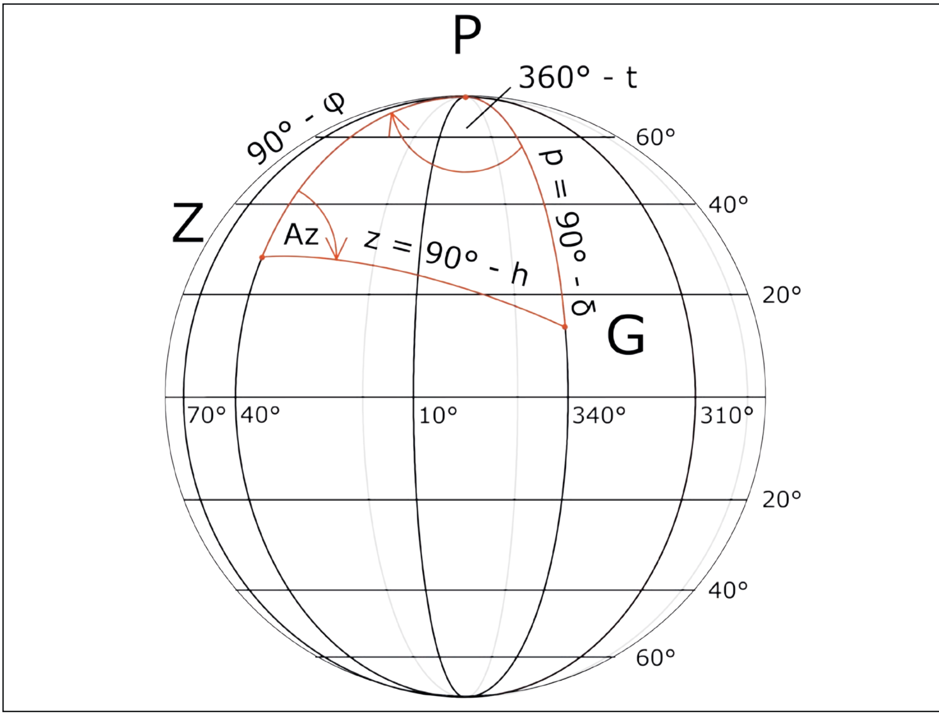

Abb. 2 Das nautische oder sphärisch-astronomische Grunddreieck mit den Ecken Himmelspol (P), Zenit des Beobachters (Z) und dem Gestirn (G), den durch Deklination (δ) und Höhe (h) des Gestirns sowie der Breite des Beobachters (φ) bestimmten Seiten sowie dem Winkel Azimut (Az) und dem Ortsstundenwinkel (t).

Trigonometrie. Deren Berechnungen erschließen sich den zumindest in mathematischer Hinsicht häufig schlichten Gemütern der Seeleute nicht unbedingt. Außerdem waren in jener Zeit die notwendigen Berechnungen, die in Ermangelung moderner Rechentechnik auf dicken Tafelwerken beruhten, langwierig und fehleranfällig.

Ein Beispiel für die Anwendung der Geometrie sphärischer Dreiecke ist die Bestimmung der wahren Ortszeit, also derjenigen Zeit, die durch den Sonnenstand am Schiffsort gegeben ist. Man könnte nun der Ansicht sein, die Ortszeit lasse sich mit dem Moment des Durchgangs der Sonne durch den Meridian, also dem Moment des höchsten Sonnenstandes, bestimmen. Dieses Verfahren funktioniert aber nicht mit ausreichender Genauigkeit, da sich die Höhe der Sonne beim Durchgang durch den Meridian so schwach ändert, dass die Bestimmung der Mittagsstunde über die Höhenmessung nicht mit akzeptabler Genauigkeit möglich ist. Um dieses Dilemma zu beseitigen, könnte man die Sonnenhöhe zu einem Zeitpunkt relativ weit vor dem Meridiandurchgang messen und dann den Zeitpunkt bestimmen, an welchem die Sonne nach dem Meridiandurchgang bei ihrem Abstieg dieselbe Höhe erneut erreicht. Die Mittagsstunde würde dann dem ersten Messzeitpunkt zuzüglich der Hälfte der zwischen erstem und zweitem Messzeitpunkt verstrichenen Zeit entsprechen. So einfach, wie die Idee klingt, ist sie aber nicht. Bei der Rechnung muss die Änderung der Schiffsposition in Breite und Länge und die Änderung der Sonnendeklination zwischen den beiden Messungen berücksichtigt werden. Das ist nicht trivial, ganz abgesehen von der Schwierigkeit, die zweite Messung mit dem Schiffsbetrieb und den wechselhaften meteorologischen Bedingungen zu vereinbaren.[29]

Die geeignete Methode zur Bestimmung der wahren Ortszeit ist die Messung der Sonnenhöhe oder eines anderen Gestirns nahe des ersten oder dritten Vertikals, also in nahezu östlicher oder westlicher Richtung. Dort ändert sich die Höhe des Gestirns mit für die Messung hinreichend großer Geschwindigkeit. Mit dieser Messung reduziert sich die Bestimmung der wahren Ortszeit auf die Bestimmung des Ortsstundenwinkels der Sonne im nautischen Grunddreieck.

Für den mathematischen Hintergrund betrachte man Abb. 2. Auf ihr ist die Himmelskugel zu sehen, in dessen Zentrum genähert der Beobachter steht. Mit P ist der Nordpol der Himmelskugel in der Verlängerung der Erdachse bezeichnet. Die Sonne ist mit dem Buchstaben G bezeichnet. Ihre Deklination δ ist durch den Abstand vom Himmelsäquator definiert. Den Wert der Deklination entnimmt man üblicherweise den nautischen Jahrbüchern. Im ausgehenden 18. Jahrhundert waren das in England das »Nautical Almanac« und in Frankreich die »Connoissance des Temps«. Die Länge der Verbindungsstrecke zwischen Pol und Sonne ist damit das Komplement der Deklination zu 90°, auch als Poldistanz p bezeichnet.

Doch der Beobachter misst die Sonnenhöhe nicht gegen die Äquatorebene, sondern gegen seine Horizontebene. Die durch den Beobachtungsort gehende Senkrechte zur Horizontebene definiert den Zenit Z für den Beobachter, den Punkt senkrecht über ihm. Die drei Punkte Pol (P), Ort des Gestirns (G) und Zenit des Beobachters (Z) bilden das sogenannte *nautische* oder *sphärisch-astronomische Grunddreieck* auf der Oberfläche der Himmelskugel. Die Länge der Seite PG hatten wir bereits als Poldistanz p bestimmt. Die Länge der Dreiecksseite ZG zwischen Zenit des Beobachters und dem Gestirn ist das Komplement seiner Höhenmessung. Dieses Komplement wird auch als Zenitdistanz z bezeichnet. Wie man schnell sieht, entspricht die Länge der Dreiecksseite ZP zwischen dem Zenit und dem Pol dem Komplement der geographischen Breite, auf der sich der Beobachter befindet. Befindet er sich am Nordpol (Breite 90°), dann ist die Seitenlänge 0°, befindet er sich irgendwo am Äquator (Breite 0°), dann ist die Seitenlänge, der Abstand zwischen Zenit und Nordpol, genau 90°. Von den Winkeln im sphärischen Dreieck interessieren uns der Winkel im Zenit, der entspricht nämlich dem Azimut des Gestirns am Beobachtungsort, und der Winkel am Pol. Letzterer ist der gesuchte Ortsstundenwinkel der Sonne, der Winkel zwischen dem Meridian des Beobachtungsortes und dem Himmelsmeridian, der durch den Sonnenort geht. Beträgt dieser Winkel 0°, dann ist nach wahrer Ortszeit Mittag, die Sonne steht exakt im Süden.

Hat der Beobachter die Sonnenhöhe gemessen, benötigt er für die Berechnung der wahren Ortszeit weiter die Deklination der Sonne. Diese entnimmt er, wie bereits erwähnt, dem nautischen Jahrbuch. Die dafür erforderliche Kenntnis der korrespondierenden Zeit am Nullmeridian bestimmt er mit der geschätzten Ortszeit und der Länge seines gekoppelten Standortes. Zusammen mit der Breite des gekoppelten Schiffsortes hat der Navigator nun alle Größen, die er für die Berechnung des Ortsstundenwinkels, also der wahren Ortszeit, benötigt. Nach den Regeln der sphärischen Trigonometrie ergibt sich der Ortsstundenwinkel aus dem sphärisch-astronomischen Grunddreieck zu:

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \varphi \cos \delta} \qquad (1).$$

Obwohl die Ortszeit sich analytisch so einfach formulieren lässt, ist die praktische Lösung ohne die Unterstützung durch wenigstens einen Taschenrechner aufwendig und in der Praxis kaum durchführbar. Die Ausführung der notwendigen Multiplikationen oder Divisionen nur mit Papier und Bleistift ist zu aufwendig, um unter den Bedingungen des Bordbetriebes bewältigt zu werden. Deshalb wurden die Formeln in jenen Zeiten von allen Additionen oder Subtraktionen befreit und anschließend logarithmiert. Der Logarithmus eines Produktes lautet:

$$\log(a * b) = \log a + \log b \qquad (2),$$

während die Logarithmierung einer Division

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b \qquad (3)$$

ergibt. Damit sind Multiplikation und Division auf die einfacher auszuführende Addition und Subtraktion zurückgeführt. Dementsprechend enthielten die Tafelwerke jener Zeit Tafeln für die logarithmierten trigonometrischen Funktionen, so dass anstelle von zwei Tabellenzugriffen für die separate Ermittlung des Wertes der trigonometrischen Funktion und dessen anschließende Logarithmierung nur ein Tafelwert nachgeschlagen werden musste. Aber auch auf diese Weise erfordert die Ermittlung der wahren Ortszeit in Abhängigkeit von der Vorgehensweise etwa sechs Additionen oder Subtraktionen, drei Multiplikationen mit bzw. Divisionen durch 2 und fünf Tabellenzugriffe.

Die Methode der Monddistanzen

Mit der Einführung der Monddistanzen als Verfahren zur Längenbestimmung in den 60er-Jahren des 18. Jahrhunderts verschärfte sich der Bedarf an einer Vereinfachung der Berechnungen im sphärischen Dreieck. Diese Methode war zum Zeitpunkt der Französischen Revolution erst 30 Jahre alt. Bedeutende Geister haben in dieser Zeit versucht, die mit den Monddistanzen verbundenen Rechnungen zu vereinfachen und durch spezielle Tafeln zu erleichtern. Der Erfolg war, wenn nicht bescheiden, so doch nicht so durchschlagend, als dass die Methode breite Anwendung gefunden hätte. Die Alternative zur Längenbestimmung durch Monddistanzen wäre das Chronometer gewesen, das aber in jenen Zeiten in vielen Fällen unerschwinglich war und als Einzelgerät an Bord nicht die notwendige Sicherheit bieten konnte.

Wie funktioniert die Längenbestimmung durch Monddistanzen? Die Länge des Schiffsortes ist die Längendifferenz zum Bezugsmeridian. Diese Feststellung ist trivial. Sie enthüllt aber ihre Bedeutung, wenn man beachtet, dass das Längenkonzept eigentlich ein Zeitkonzept ist. Je 15 Längengrade entsprechen einem Unterschied in der Ortszeit von einer Stunde. Wenn man also sowohl die eigene Ortszeit als auch die Ortszeit des Bezugsmeridians kennt, dann ergibt deren Differenz gerade die Längendifferenz bzw. die geographische Länge des Schiffsortes. Die Ermittlung der Ortszeit am Schiffsort hatten wir oben bereits erläutert. Für die Ermittlung der Länge des Schiffsortes verbleibt die Beschaffung der Zeit am Bezugsmeridian. Das kann mit einem mitgeführten Chronometer passieren, welches vor Beginn der Reise auf die Zeit des Nullmeridians gestellt wurde. Wenn man annimmt, dass das Chronometer genau geht oder zumindest einen unveränderlichen Fehler hat, den man als Korrektur berücksichtigen kann, dann ist das Chronometer das bequeme Mittel der Wahl. Allerdings waren zu jener Zeit die Chronometer alles andere als zuverlässig und noch dazu meist unerschwinglich teuer.

Eine andere Möglichkeit, die Zeit am Nullmeridian zu bestimmen, ist die Beobachtung eines astronomischen Ereignisses, dessen zeitliches Eintreten für den Nullmeridian im Voraus berechnet wurde und in einem nautischen Jahrbuch tabelliert ist. Man messe dieses Ereignis, halte die Ortszeit dazu fest, entnehme die dem astronomischen Ereignis zugeordnete Zeit am Nullmeridian aus dem Jahrbuch und vergleiche beide Zeiten; auf diese Weise erhält man die geographische Länge des Schiffsortes.

Das einzige astronomische Ereignis, das hinreichend veränderlich und ziemlich durchgängig zugänglich ist, ist die Veränderung des Abstandes des Mondes von der Sonne oder einem anderen Himmelskörper. Die scheinbare Bewegung des Mondes um die Erde ist gegenüber dem restlichen Sternenhimmel langsamer. Da der Mond innerhalb eines Mondzyklus, also in etwa 29 Tagen, 360° gegenüber der Sonne verliert, ändert sich die Entfernung zur

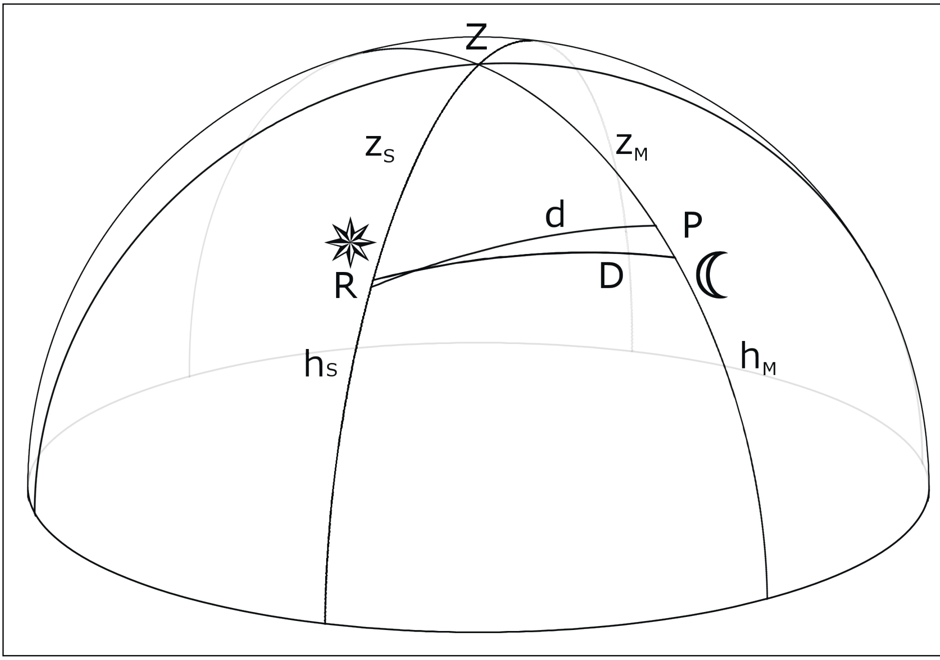

Abb. 3 Die Beeinflussung der Monddistanz durch Parallaxe und Refraktion (D bezeichnet die scheinbare Distanz, d die wahre Distanz, Z den Zenit).

Sonne pro Tag um ungefähr 12°. Das sind in der Stunde rund 30′. Diese Änderung verläuft schnell genug, um zur Zeitbestimmung verwendet zu werden. Allerdings muss bei der Messung große Sorgfalt angewendet werden, denn ein Fehler von einer halben Winkelminute bedeutet einen Fehler von etwa einer Zeitminute, was wiederum einer Unsicherheit in der Längenbestimmung von 15 Winkelminuten entspricht. Der Fehler von 15 Winkelminuten bedeutet in den gemäßigten Breiten eine Positionsverschiebung um etwa 10 Seemeilen, er ist also gerade noch tolerierbar. Bereits diese Messgenauigkeit bei der Monddistanz kann jedoch nur als Mittelwert über eine Serie von Messungen erreicht werden und erfordert einiges an Erfahrung.

Die beste Messung liefert aber noch kein hinreichend genaues Ergebnis, wenn man nicht den Einfluss von Parallaxe und Refraktion auf die Messung der Distanz berücksichtigt. Wir nehmen an, dass eine sehr sorgfältige Beobachtung der Monddistanz zur Sonne oder einem anderen Himmelskörper durchgeführt wurde, die Messung auf den Mittelpunkt der Himmelskörper korrigiert und von den systematischen Messfehlern, z.B. dem Indexfehler des Sextanten, befreit wurde. Der Parallaxeneffekt bewirkt, dass der scheinbare Ort des Himmelskörpers gegenüber dem tatsächlichen, dem wahren Ort als zu tief wahrgenommen wird. Dagegen lässt die Refraktion, die Strahlenbrechung des Lichtes auf dem Wege durch die Atmosphäre, den

Himmelskörper zu hoch erscheinen. Der Mond steht vergleichsweise nahe an der Erde, deshalb überwiegt der Effekt der Parallaxe denjenigen der Refraktion. Der Mond wird also immer als zu tief wahrgenommen. Bei allen anderen Himmelskörpern ist es genau umgekehrt, der Effekt der Refraktion überwiegt den Effekt der Parallaxe. Deshalb wird das Distanzgestirn immer als zu hoch wahrgenommen. Die beschriebene Situation ist in Abb. 3 dargestellt. Dieser Effekt auf die gemessene Monddistanz ist im Hinblick auf die Genauigkeit des Endergebnisses nicht vernachlässigbar, sondern von großer Bedeutung.

An diesem Punkt setzen die praktischen Probleme in der Navigation ein. Die Reduktion der scheinbaren Monddistanz auf die wahre erfordert die Lösung zweier Aufgaben im sphärischen Dreieck. Zunächst muss aus den scheinbaren Höhen des Mondes und des Distanzgestirns sowie der scheinbaren Monddistanz der Winkel zwischen den Vertikalen durch die Gestirnsorte im Zenit errechnet werden. Gesucht ist also ein Winkel, wenn alle drei Seiten des sphärischen Dreiecks gegeben sind. Dann werden die scheinbaren Höhen von Mond und Distanzgestirn auf die wahren Höhen korrigiert, indem der Einfluss von Parallaxe und Refraktion berücksichtigt wird. Mit den wahren Höhen und dem im vorherigen Schritt ermittelten Zenitwinkel kann nun die wahre Monddistanz errechnet werden. Die Aufgabe für das sphärische Dreieck lautet hier, errechne aus zwei gegebenen Seiten – wahre Zenitdistanz von Mond und Distanzgestirn – und einem gegebenen Winkel – der von den Vertikalen im Zenit eingeschlossene Winkel – die dritte Seite, die gesuchte wahre Monddistanz.

Das sphärische Dreieck auf die Ebene reduziert

Um die Vereinfachung dieser recht umfangreichen Rechenaufgabe haben sich große Geister redlich bemüht. Zu jener Zeit gab es bereits viele Näherungs-, exakte und inspektive Methoden zur Reduktion der scheinbaren Monddistanz. Die exakten und die Näherungsmethoden verlangen dem Seemann eine umfangreiche Rechnung ab, für die als Hilfsmittel nur Tafelwerke, Papier und Bleistift zur Verfügung stehen. Trotz aller Vereinfachungen und Algorithmisierung der dafür erforderlichen Rechenoperationen blieben sie langwierig, komplex und unübersichtlich. Viele Kapitäne und Steuerleute waren damit im Seealltag überfordert. Schon die inspektiven Methoden sollten die aufwendigen und fehleranfälligen Berechnungen vermeiden. Dabei wird die an die scheinbare Monddistanz anzubringende Korrektur in Abhängigkeit von der scheinbaren Distanz und der scheinbaren Höhen in einem hinreichend feinen Raster tabelliert. Die Idee klingt einfach, erfordert aber an anderer Stelle Aufwände. Das dem Tafelwerk entnommene Ergebnis muss für die Zwischenwerte des Rasters interpoliert werden. Zusätzlich muss der

Einfluss der veränderlichen Horizontalparallaxe des Mondes eingerechnet werden. Schließlich ist das erforderliche Tabellenwerk recht umfangreich. Die nach diesem Programm erstellten »Cambridge Tables«[30] sind weder im praktischen Navigationsalltag angekommen, noch haben sie Nachahmer gefunden.[31]

Eine ganz andere Idee zur Überwindung der Schwierigkeiten ist die Nachbildung der geometrischen Situation durch ein Gerät, so dass man nur die gegebenen Werte einstellen muss, um anschließend die gesuchten Werte abzulesen.[32] Diese Idee hat in voller Konsequenz die englische Navigationslehrerin Janet Taylor ein halbes Jahrhundert später durchgeführt. Sie hat unter dem Namen »Mariner's Calculator« eine Nachbildung der Himmelskugel gebaut, auf der man die gemessenen Werte einstellen konnte und die gesuchten Größen entweder über einen Nonius oder mit dem Zirkel abgreifen konnte (siehe Abb. 4). Das Gerät scheint aber nicht sehr praxistauglich gewesen zu sein. Sir Francis Beaufort schreibt in seiner Funktion als Hydrograph der Admiralität über das patentierte Gerät: *Drei der von Mrs. Taylor vorgeschlagenen Aufgaben wurden mit dem ›Mariner's Calculator‹ berechnet, und die Ergebnisse haben schlecht mit den korrekten Werten übereingestimmt. Vielleicht ist das der unzureichenden Qualität des Gerätes geschuldet, auf die sie hinwies, aber, wenn es gut ausgeführt wäre und zu genauen Ergebnissen führen würde, so würden die Schwierigkeit, die die unbeholfenen Finger der Seeleute mit der Messung kleiner Abstände mit dem Zirkel haben, und die Undurchführbarkeit der Messung von Kreisbögen die Verwendung des Instrumentes bedenklich erscheinen lassen.*[33] Abgesehen von der Fingerfertigkeit der Seeleute konnte ein solches fragiles, gegen Verwindung und Temperaturwechsel anfälliges Gerät die für die Längenbestimmung notwendige Genauigkeitsanforderung vermutlich nicht erfüllen. Insgesamt war der »Mariner's Calculator« für die Erfinderin ein fast existenzbedrohender wirtschaftlicher Misserfolg.

Schon in den 80er-Jahren des 18. Jahrhunderts hatte Etienne Le Guin den Ansatz der dreidimensionalen Nachbildung der sphärischen Geometrie in ganz anderer Weise verfolgt (Le Guin et al. 1790). Sein ebenfalls als »Compas Trigonométrique« bezeichnetes Gerät bestand aus zwei durch ein weiteres Gelenk gekoppelte Zirkel. Die Zirkelspitzen werden so eingestellt, dass sie das zu dem sphärischen Dreieck komplementäre Viereck, definiert durch die beiden Gestirnsorte und die Kreuzungspunkte der durch sie verlaufenden Vertikalen mit dem Horizont, abbilden. Die Winkelwerte werden von dem mitgelieferten und mit einem Vernier versehenen halbkreisförmigen »Winkelmesser« abgegriffen. Allerdings ist für die nötige Genauigkeit eine Mittelwertbildung der Korrekturen erforderlich, was den Aufwand für die Reduktion der Monddistanz wieder erhöht. Das mag der Grund gewesen sein, warum die Bewerbung von Le Guin um den Prix Raynal erfolglos blieb.[34]

Der geometrische Ansatz lässt sich jedoch auch auf andere Weise verfolgen.

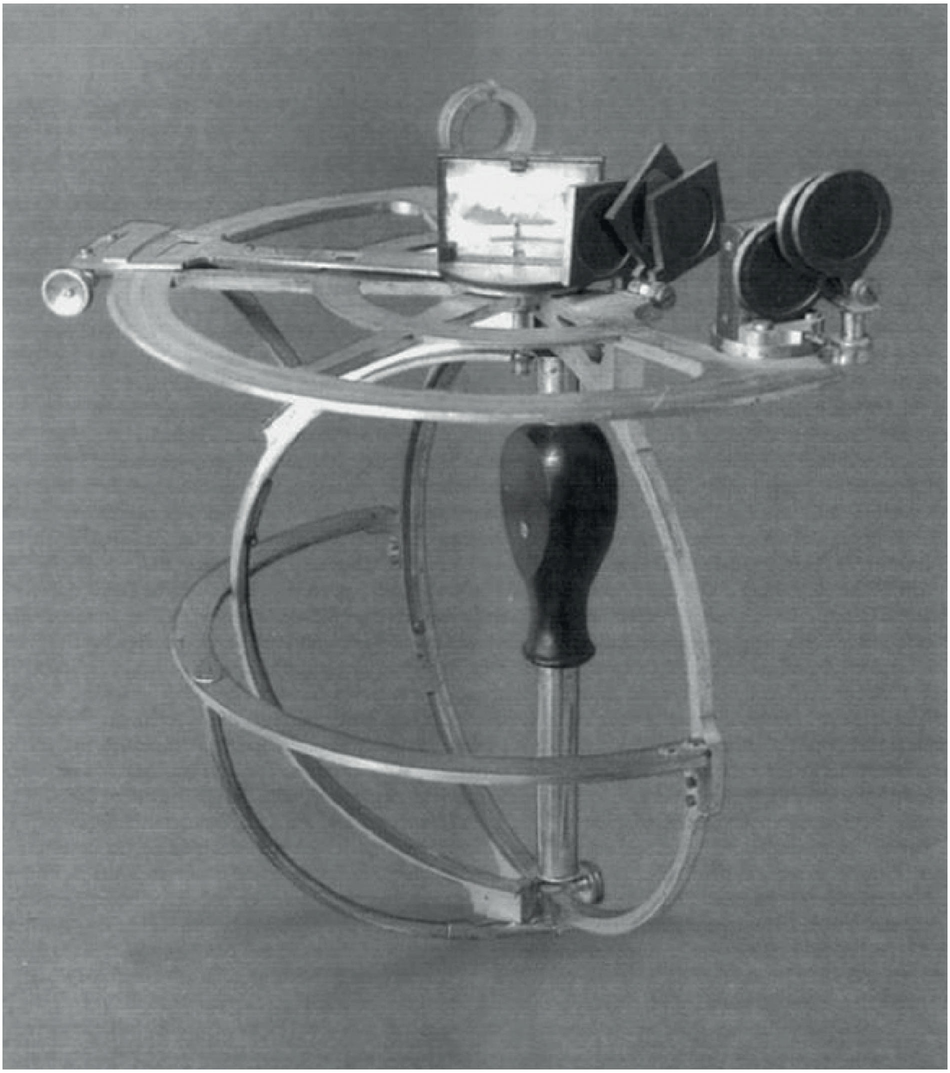

Abb. 4 Mariner's Calculator von Mrs Taylor zur Berechnung von sphärischen Dreiecken. (Aus: Croucher 2011)

Alternativ zu den beschriebenen dreidimensionalen Nachbildungen kann das dreidimensionale Problem durch Projektion auf ein zweidimensionales, ebenes Problem reduziert werden. Die Konstruktion eines ebenen Gerätes sollte sowohl unter dem Gesichtspunkt der Anwendung als auch unter dem Aspekt der Robustheit einfacher sein. Allerdings schien die Suche nach einer geeigneten Projektion fast aussichtslos, bis Lagrange den entscheidenden Geistesblitz hatte, der durch Richer in die Realität umgesetzt wurde.

Sein Gerät beruht auf der stereographischen Projektion der Kugel auf die Ebene. Zur Durchführung der Projektion wird zunächst auf der

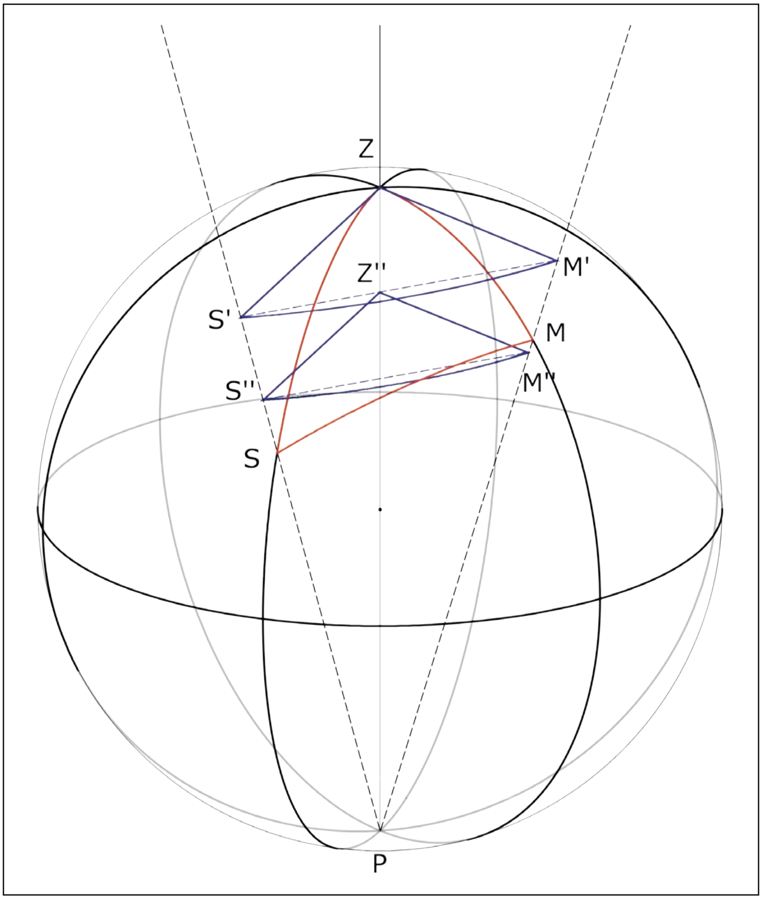

Abb. 5 Die stereographische Projektion des sphärischen Dreiecks ZSM (rot) auf das Dreieck ZS'M' (blau) auf der Tangentialebene an Z.

Kugeloberfläche das Projektionszentrum P festgelegt. Weiter wird eine Projektionsebene gewählt, die senkrecht zu der durch Projektionszentrum und Kugelmittelpunkt gehenden Kugelachse liegt. Ausgehend vom Projektionszentrum wird nun durch jeden Punkt der Kugeloberfläche ein Strahl gelegt, dessen Schnittpunkt mit der Projektionsebene das Projektionsbild ergibt. Dargestellt ist die geometrische Situation in Abb. 5. In welcher Entfernung sich die Projektionsebene vom Projektionszentrum befindet ist zunächst unerheblich. Der Übersichtlichkeit halber haben wir in der Abbildung die Tangentialebene an die Kugel im Punkt Z als Fläche für die Projektion des sphärischen Dreiecks ZSM (rot) auf das ebene Dreieck ZS'M' (blau) gewählt, was aber nicht zwingend ist.

Die stereographische Projektion hat zwei interessante Eigenschaften. Zum einen ist sie winkeltreu. Alle Winkel zwischen zwei Linien auf der Kugeloberfläche bleiben durch die Projektion in die Ebene unverändert. Zum anderen überführt die stereographische Projektion Kreise wieder in Kreise. Dabei gibt es einen Spezialfall, nämlich die Großkreise durch das Projektionszentrum, die man auch als Meridiane betrachten kann. Der Projektionspunkt des Projektionszentrums liegt in der Unendlichkeit. Deshalb entarten die den Meridianen entsprechenden Kreise auf der Projektionsebene zu Kreisen mit dem Radius unendlich durch den Mittelpunkt der Projektionsebene, also zu Geraden. Leider ist die stereographische Projektion aber, wie zu erwarten, nicht längentreu. Das lässt sie für unsere Zwecke zunächst als ungeeignet erscheinen.

Für das Folgende projizieren wir unser sphärisches Dreieck ZSM (in Abb. 5 rot) von der Kugeloberfläche auf die Tangentialebene an die Kugel im Punkt Z. Der Buchstabe Z weist im Hinblick auf die Reduktion der Monddistanz auf den Zenit hin. Mit dieser Definition ist das Projektionszentrum für die stereographische Projektion der Nadir, also der dem Zenit gegenüberliegende Punkt. Nun können wir die Bildpunkte der Projektion identifizieren. Der Zenit wird natürlich auf den Mittelpunkt der Projektionsfläche abgebildet, auf den Berührungspunkt der Ebene mit der Kugel. Die Vertikalen durch den Mond und das Distanzgestirn sind Großkreise durch das Projektionszentrum, werden in der Projektion also zu den Geraden ZS' und ZM'. Die Monddistanz SM als Sektor eines nicht durch das Projektionszentrum verlaufenden Großkreises erscheint dagegen als Kreisbogen S'M' in der Projektionsfläche. Die zum Kreisbogen gehörige Sehne ist gestrichelt gezeichnet. Wir bestimmen nun die Längen der Zenitdistanzen von Mond und Distanzgestirn sowie die Länge der Sehne zum Kreissektor des Distanzbogens:

$$\begin{aligned} ZM' &= \frac{\sin\frac{z_S + z_L}{2} - \sin\frac{z_S - z_L}{2}}{\cos\frac{z_S}{2}\cos\frac{z_L}{2}} \\ ZS' &= \frac{\sin\frac{z_S + z_L}{2} + \sin\frac{z_S - z_L}{2}}{\cos\frac{z_S}{2}\cos\frac{z_L}{2}} \\ sm &= \frac{2\sin\frac{D}{2}}{\cos\frac{z_S}{2}\cos\frac{z_L}{2}} \end{aligned} \qquad (4).$$

sm bezeichne die Sehne zum Kreisbogen S'M', z die Zenitdistanzen und D die scheinbare Monddistanz

Diese Formeln helfen für eine mechanische Darstellung der geometrischen Situation noch nicht weiter. An dieser Stelle lieferte Lagrange die entscheidende Idee. Die drei Formeln (4) für die Seitenlängen besitzen alle den gleichen Nenner. Gelingt es, diesen zu eliminieren, so ist der Weg frei für die rechenschiebergeeignete Projektion des sphärischen Dreiecks in die Ebene, die dem Gerät von Richer zugrunde liegt. Der allen drei Längen gemeinsame

Nenner hängt von der konkreten Berechnungsaufgabe ab. Andererseits wird der Nenner von der Entfernung zwischen Projektionsebene und Projektionszentrum bestimmt. Da es prinzipiell egal ist, welche der möglichen parallelen Projektionsebenen wir im konkreten Berechnungsfall verwenden, kann man entsprechend den speziellen Werten des gerade zu berechnenden sphärischen Dreiecks eine Ebene mit geeignetem Abstand vom Projektionszentrum für die stereographische Projektion auswählen. Benutzen wir diejenige Projektionsebene, deren Abstand zum Projektionszentrum gleich dem Radius der Himmelskugel multipliziert mit $2 * \cos\frac{z_S}{2}\cos\frac{z_L}{2}$ ist, dann entfällt der Nenner komplett und der Weg zum trigonometrischen Zirkel von Richer ist frei. In Abb. 5 ist so eine geeignete Ebene mit der Projektion des sphärischen Dreiecks ZSM auf das ebene Dreieck Z"S"M" angedeutet.

Der Trigonometrische Zirkel

Wir kommen nun zur Beschreibung des trigonometrischen Zirkels (siehe Abb. 6). Wie der Name nahelegt, besteht er zunächst aus zwei Schenkeln, die nach Belieben geöffnet oder geschlossen werden können. Beide Schenkel sind als Rechenschieber ausgeführt, d.h. sie enthalten jeweils eine bewegliche Zunge (in Abb. 6 mit Su bzw. LV gekennzeichnet). Dabei besitzt die Zunge des linken Schenkels an seinem äußeren Ende (S) einen mit einem Scharnier angebrachten Stab, der durch eine Halterung am inneren Ende der Zunge des rechten Schenkels (L) gleitet. Dieser Stab wird als Distanzlineal bezeichnet. Weiter verbindet ein am äußeren Ende des linken Schenkels mit einem Scharnier angebrachter weiterer Stab beide Schenkel. Er wird als Azimutlineal bezeichnet und läuft am Ende des rechten Schenkels ebenfalls frei durch eine Halterung.

Die Namen sind natürlich Programm, genauso wie es die bezeichnenden Buchstaben sind. Der Buchstabe Z am Zirkelgelenk ist leicht mit dem Zenit in Verbindung zu bringen. L klingt nicht ganz zufällig nach Luna, genauso wie S an die Sonne erinnert. Der Name Azimutlineal weist auf den Horizont hin und der Begriff Distanzlineal auf den Bogen zwischen Mond und Distanzgestirn. Die geometrische Konstellation des sphärischen Dreiecks wird deutlich. Der linke Schenkel inklusive seiner Zunge könnte für die Vertikale vom Zenit durch die Sonne als Distanzgestirn stehen, so wie der rechte Schenkel für die Vertikale durch den Mond (vgl. Abb. 3).

Mit den Ausführungen des letzten Kapitels gerüstet, untersuchen wir jetzt die Skalen des trigonometrischen Zirkels (siehe dazu auch die Abb. 7 für das später auszuführende Beispiel). Wir beginnen mit dem linken Schenkel, der als additiver Schenkel bezeichnet wird, im Gegensatz zum rechten, dem subtraktiven Schenkel. Der Grund für die Bezeichnung wird sofort deutlich werden. Wir hatten den linken Schenkel als Repräsentant für die Vertikale

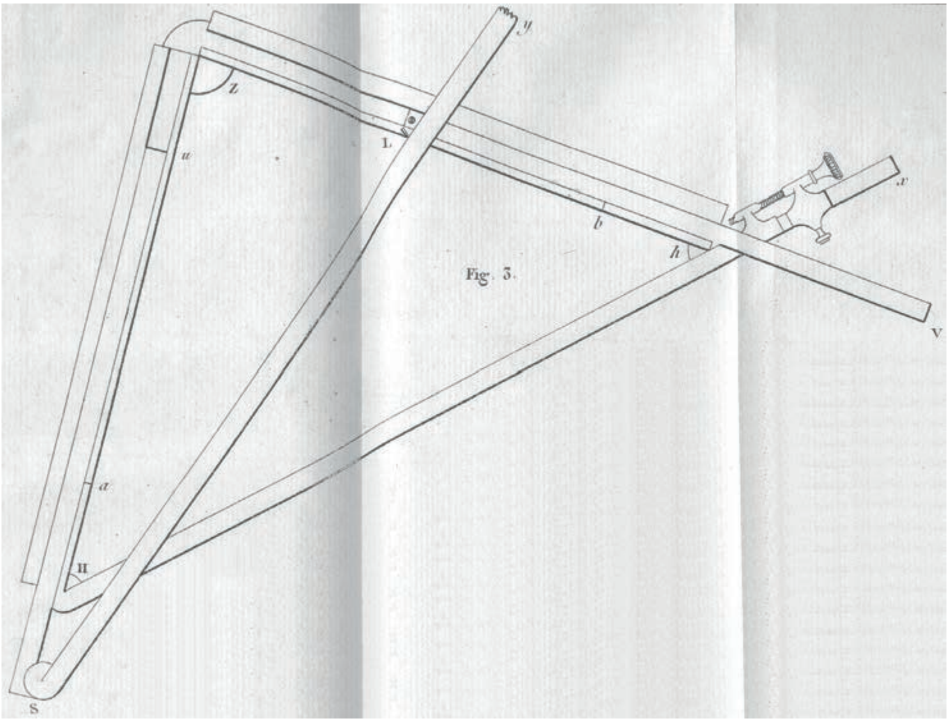

Abb. 6 Der trigonometrische Zirkel. (Aus: Callet 1798)

durch die Sonne gesehen. Die Länge des projizierten Kreisbogens hatten wir in der geeigneten Projektionsebene als Summe zweier Sinusfunktionen angegeben – siehe Formel (4).

Diese Addition kann man mit dem Rechenschieber wunderbar ausführen. Wenn wir den additiven Schenkel mit $\sin\frac{z_S+z_L}{2}$ beginnend bei Z skalieren und dessen Zunge mit $\sin\frac{z_S-z_L}{2}$ beginnend am Scharnier S, und wenn man weiter den konkreten Wert für die Summe aus den Zenitdistanzen auf dem festen Teil des Arms mit dem konkreten Wert für die Differenz der beiden Zenitdistanzen auf der Zunge zur Deckung bringt, dann ist die Strecke ZS die gesuchte Summe $\sin\frac{z_S+z_L}{2}+\sin\frac{z_S-z_L}{2}$ für den Abstand der Sonne vom Zenit. Die Skala wird mit der Summe der Zenitdistanzen von 0° bis 180° beschriftet, tatsächlich skaliert sie den Sinus der Hälfte der Summe, also den Bereich von 0° bis 90°.

Da der Navigator nicht die Zenitdistanzen, sondern die komplementären Gestirnshöhen über dem Horizont misst, wurden beim Gerät von Richer die Zenitdistanzen durch die zugehörigen Höhen ersetzt:

$$\cos\frac{h_S + h_L}{2} + \sin\frac{h_L - h_S}{2} \quad (5).$$

Der Kosinus ist zwischen 0° und 90° nur der gespiegelte Sinus. Deshalb wird der feste Schenkel wie schon seine Zunge einfach vom Ende H her aufsteigend beschriftet. Die Beschriftung mit den Komplementen zu den tatsächlichen Dreiecksseiten erleichtert in vielen Fällen die Arbeit, weil der Navigator das Komplement nicht selber bilden muss. Aber zugleich ist sie eine gefährliche Fehlerquelle bei der Verwendung des trigonometrischen Zirkels für andere Aufgaben im sphärischen Dreieck.

In analoger Weise sind der rechte, der subtraktive Schenkel und seine Zunge aufgebaut. Allerdings gibt es einen wesentlichen Unterschied. Hier muss nicht addiert, sondern subtrahiert werden. Aus diesem Grunde ist die Zunge in umgekehrter Richtung skaliert. Die Skala beginnt bei L mit 0° und läuft in Richtung des äußeren Endes der Zunge V, wo sie für 180° endet. Auch hier wird wieder die gleiche Ersetzung der Zenitdistanzen durch die Höhen wie beim additiven Schenkel vorgenommen:

$$\cos\frac{h_S + h_L}{2} - \sin\frac{h_L - h_S}{2} \quad (6).$$

Zur Ausführung der Subtraktion wird der konkrete Wert für die Summe der Höhen auf dem festen Schenkel mit der konkreten Differenz der Höhen auf der Zunge zur Deckung gebracht. Die Strecke ZL ist dann die gesuchte Differenz $\cos\frac{h_S+h_L}{2} - \sin\frac{h_L-h_S}{2}$ für den Abstand des Mondes vom Zenit.

Nun fehlt uns noch die dritte Seite im sphärischen Dreieck. Diese identifizieren wir mit dem Distanzlineal. Im Unterschied zu den Schenkeln muss hier entsprechend der Formel (4) die Skalierung auf das Doppelte gespreizt werden. Man beachte, dass der Stab die Sehne zu dem projizierten Distanzkreis ist (in Abb. 5 gestrichelt dargestellt).

Der letzte zu besprechende Stab im trigonometrischen Zirkel, das Azimutlineal, dient der Messung des Zenitwinkels. Das Azimutlineal ist die Repräsentation der Sehne zu dem stereographisch projizierten und durch die Vertikalen gegebenen Ausschnitt des Horizontbogens. Benötigt wird der Stab zur Bestimmung des Zenitwinkels, dem in der Projektion der Winkel zwischen den Dreiecksseiten Z"S" und Z"M" entspricht und den beim trigonometrischen Zirkel die beiden Schenkel einschließen. Die Skalierung des Azimutlineals ist analog zum Distanzlineal ausgeführt.

Zur Steigerung der Genauigkeit ist der trigonometrische Zirkel mit mehreren Mikrometerschrauben ausgerüstet. In der Abbildung ist nur die für das Azimutlineal zuständige eingezeichnet. Callet spricht aber ausdrücklich von mehreren Mikrometern. Zu vermuten sind diese am Distanzlineal und an den beiden Zungen im additiven und im subtraktiven Schenkel.

Ein Beispiel – die Ermittlung der Länge an Bord der Goélette Tricolore

Nachdem wir uns mit dem Gerät vertraut gemacht haben, können wir zu rechnen anfangen. Unser fiktives Schiff, die Goélette Tricolore, möge sich auf dem Wege von Le Havre nach der Ostküste von Nordamerika befinden. Vier Wochen, nachdem es die Leinen im Heimathafen losgeworfen hat, nähert sich der Schoner langsam der kanadischen Küste. Obwohl nach dem Besteck noch ungefähr 400 Seemeilen zwischen dem Schiffsort und der Küste liegen, soll zur Sicherheit eine genaue Längenbestimmung durchgeführt werden. Es ist der 6. Juni 1791. Die gegisste Position liegt bei 41° 53′ N und 52° 12′ W, auf den Meridian von Paris bezogen.[35] Seit der letzten Bestimmung der wahren Ortszeit hat sich die Goélette um einiges nach Westen bewegt. Deshalb ist die aktuelle wahre Ortszeit mit 13:58:35 Uhr zum Zeitpunkt der Distanzmessung nicht unbedingt vertrauenswürdig. Als gute Franzosen haben wir die »Connoissance des Temps« als nautisches Jahrbuch an Bord. Für deren Benutzung verwenden wir die aus den ungefähren Angaben für Länge und Ortszeit ermittelte Pariser Zeit von 17:28 Uhr.[36]

Als Distanzgestirn dient die Sonne. Nach der Messung ihrer Höhe und der Berücksichtigung von Kimmtiefe, Indexfehler des Sextanten und Mittelpunktskorrektur – es wurde die Unterkante unseres Zentralgestirns gemessen – ergibt sich die scheinbare Höhe der Sonne zu $H_S = 58° 37′ 30″$.[37] Ebenso wird die scheinbare Höhe des Mondes zu $H_M = 52° 25′ 00″$ bestimmt. Schließlich wird der Abstand zwischen den Innenrändern von Mond und Sonne mit dem Sextanten gemessen. Nach Berücksichtigung des Indexfehlers und der Korrektur der Messung auf die Mittelpunkte der beiden Himmelskörper erhalten wir die scheinbare Monddistanz zu $D = 54° 50′ 30″$.

Um die genaue Länge der Position der Tricolore aus diesen Daten zu ermitteln, müssen wir vier Schritte ausführen:

1. Ermittlung der wahren Distanz;
2. Ermittlung der Ortszeit für die Schiffsposition;
3. Ermittlung der Zeit für den Nullmeridian mit Hilfe der ermittelten wahren Distanz;
4. Ermittlung der Länge des Schiffsortes durch Differenzbildung aus der Zeit am Nullmeridian und der wahren Ortszeit für die Schiffsposition.

Als Vorbereitung für die zu leistende Rechenarbeit berechnen wir zunächst die wahren Höhen der beiden Gestirne. Dazu finden wir in der »Connoissance des Temps« für das Jahr 1791[38] nach Interpolation auf die vermutete Zeit am Nullmeridian die aktuelle Horizontalparallaxe des Mondes von 55′ 53″. Mit diesem Wert und der scheinbaren Höhe des Mondes entnehmen wir dann der »Connoissance des Temps« den Korrekturwert von 33′ 21″ für Parallaxe und Refraktion, den wir der scheinbaren Höhe hinzuaddieren und so für die wahre Höhe $h_M = 52° 58′ 21″$ erhalten. In gleicher Weise ermitteln wir die Korrektur für die Sonne zu 30″, die wir von der scheinbaren Höhe abziehen müssen, um zur wahren Sonnenhöhe von h_S = 58° 37′ 00″ zu gelangen. Aus den wahren und den scheinbaren Höhen bilden wir für die weitere Rechnung jeweils Summe und Differenz.

Der Übersichtlichkeit halber fassen wir die Ausgangsdaten für die Längenermittlung zusammen:

- Datum: 6. Juni 1791.
- Ungefähre Schiffsposition: 41° 53′ N, 52° 12′ W.
- Ungefähre Ortszeit: 13:58:35 Uhr.
- Zeit am Nullmeridian (Paris): 17:28 Uhr.
- Scheinbare Distanz: D = 54° 50′ 30″.
- Scheinbare Sonnenhöhe: H_S = 58° 37′ 30″.
- Wahre Sonnenhöhe: h_S = 58° 37′ 00″.
- Scheinbare Mondhöhe: H_M= 52° 25′ 00″.
- Wahre Mondhöhe: h_M = 52° 58′ 21″.
- Summe der scheinbaren Höhen: $H_S + H_M$ = 111° 02′ 30″.
- Summe der wahren Höhen: $h_S + h_M$ = 111° 35′ 21″.
- Differenz der scheinbaren Höhen: $H_S - H_M$ = 6° 12′ 30″.
- Differenz der wahren Höhen: $h_S - h_M$ = 5° 38′ 39″.

Nach diesen Vorbereitungsarbeiten kann die Ermittlung der wahren Distanz beginnen. Dazu bringen wir auf dem linken, dem additiven Schenkel die Summe der scheinbaren Höhen 111° 02′ 30″ (fester Teil) mit deren Differenz 6° 12′ 30″ (Zunge) zur Deckung (siehe Abb. 7). In gleicher Weise wird auf dem rechten, dem subtraktiven Schenkel 111° 02′ 30″ (fester Teil) mit 6° 12′ 30″ (Zunge) zur Deckung gebracht. Anschließend werden die beiden Schenkel so weit gespreizt, dass der Wert von 54° 50′ 30″ für die scheinbare Distanz auf dem Distanzlineal genau mit dem Beginn der rechten Zunge (mit L in Abb. 6 bezeichnet) zur Deckung kommt. Nun könnten wir den Zenitwinkel Z vom Azimutlineal an der Kreuzungsstelle mit dem subtraktiven Schenkel zu 108° 29′ 56″ ablesen.

Bis hierher haben wir die Aufgabe gelöst, im sphärischen Dreieck einen Winkel bei gegebenen drei Seiten zu ermitteln. Als Seiten gegeben waren die scheinbare Monddistanz und die scheinbaren Zenitdistanzen von Sonne und Mond bzw. deren Komplemente, die Höhen der beiden Gestirne. Der gesuchte Winkel war der Zenitwinkel, der Winkel der durch die beiden Vertikalen durch die Gestirnsorte im Zenit gebildet wird.

Bei der Ermittlung der wahren Monddistanz ist der Winkel aber nur ein Zwischenergebnis, das uns nicht weiter interessiert. Das Ergebnis ist in der Spreizung der beiden Schenkel des Zirkels »gespeichert«. Für die »Speicherung« ist es notwendig, dass sich der Winkel zwischen den beiden Schenkeln während des zweiten Schrittes zur Bestimmung der wahren Distanz nicht verändert.

Die zweite Hälfte der Aufgabe zur Ermittlung der wahren Monddistanz wird mit den wahren Höhen ausgeführt. Ohne den Winkel zwischen den beiden Schenkeln des Zirkels zu ändern, werden die Zungen nun so ver-

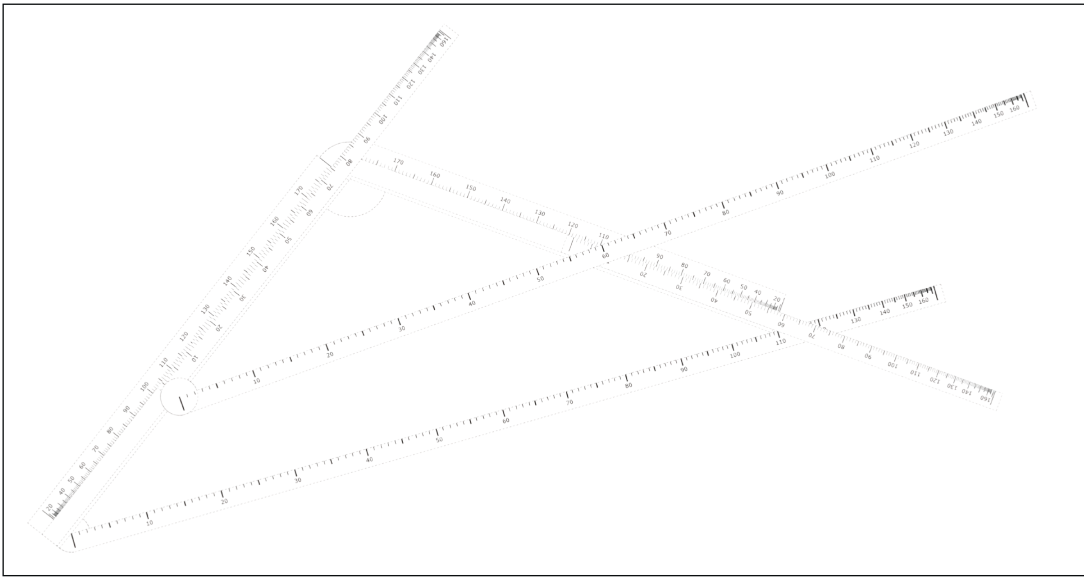

Abb. 7 Skizze der Stellung des trigonometrischen Zirkels für das besprochene Beispiel.

schoben, dass ihre neuen Positionen den Summen und Differenzen der wahren anstelle der bisherigen scheinbaren Höhen entsprechen. Durch diese Änderung verschiebt sich der Kreuzungspunkt des Distanzlineals mit dem subtraktiven Schenkel. Wie schnell einzusehen ist, entspricht die neue Entfernung zwischen S und L der wahren Distanz. Ihr Wert kann nun von der Skala am Distanzlineal zu d = 54° 24′ 19″ abgelesen werden. Die gerade gelöste Aufgabe entspricht der Bestimmung einer Seite im sphärischen Dreieck, wenn die anderen beiden Seiten und der zwischen ihnen liegende Winkel gegeben sind. Die beiden Seiten sind die wahren Zenitdistanzen bzw. komplementär die wahren Höhen der beiden beteiligten Himmelskörper. Bei dem gegebenen Winkel handelt es sich um den im ersten Schritt ermittelten und »gespeicherten« Zenitwinkel.

Zur Bestimmung der wahren Distanz wurden auf diese Weise insgesamt vier Rechenschieberaktionen und die Einstellung des Winkels zwischen beiden Schenkeln des Zirkels entsprechend der scheinbaren Distanz benötigt. Zusätzlich waren je zwei Additionen und Subtraktionen für die Höhen und zwei additive Korrekturen der scheinbaren auf die wahren Höhen erforderlich. Letztere erforderten zwei Tafelzugriffe. Das ist, mit allen anderen Verfahren verglichen, sehr wenig Aufwand. Vor allem sind diese Operationen nicht komplex oder fehleranfällig. Der Preis wurde also zu Recht an Richer vergeben. Fairerweise muss man aber anmerken, dass für eine größere Genauigkeit die Ermittlung zweier »wahrer« Distanzen und zusätzliche Rechnungen erforderlich sind (vgl. das abschließende Kapitel).

Damit ist Schritt 1 des weiter oben aufgestellten Fahrplans zur Ermittlung der geographischen Länge erledigt. Im Schritt 2 müssen wir nun die am Schiffsort zum Beobachtungszeitpunkt herrschende wahre Ortszeit ermitteln. Dafür verwenden wir die gerade gemessene Sonnenhöhe. Die wahre Höhe der Sonne war aus der scheinbaren mit 58° 37′ 00″ berechnet worden. Die Deklination entnehmen wir erneut den Tagesseiten der »Connoissance des Temps« (S. 69): Sie beträgt nach der Interpolation auf die zur Beobachtungszeit herrschende Zeit am Nullmeridian δ_S = 22° 42′ 31″ N.

Wie bereits weiter oben beschrieben, entspricht die wahre Ortszeit dem Ortsstundenwinkel der Sonne (vgl. Abb. 2). Deshalb müssen wir erneut die Aufgabe lösen, im sphärischen Dreieck einen Winkel (Ortsstundenwinkel t) aus gegebenen drei Seiten (Breite des Schiffsortes ϕ, wahre Höhe der Sonne h_S und ihre Deklination δ_S) zu bestimmen. In diesem Fall nimmt das Gelenk des trigonometrischen Zirkels nicht mehr wie bisher die Rolle des Zenits an, sondern steht für den Himmelsnordpol. Im sphärisch-astronomischen Grunddreieck treffen sich an dieser Stelle die für die Breite und für die Deklination stehenden Seiten. Wir addieren also die Deklination und die Breite, das ergibt zusammen 64° 35′ 31″. Genauso subtrahieren wir beide Werte unter Berücksichtigung der korrekten Vorzeichen und erhalten 19° 10′ 29″. Mit den beiden Werten werden Zunge und Träger auf beiden Schenkeln zur Deckung gebracht. Die dritte Seite, die wahre Zenitdistanz $z_S = 90° - h_S$ = 31° 23′ 00″, stellen wir auf dem Distanzlineal ein und lesen den Winkel zwischen den Schenkeln am Kreuzungspunkt von Azimutlineal und subtraktivem Schenkel ab. Dieser Wert, der gesuchte Ortstundenwinkel, beträgt 29° 48′ 01″, was nach Umrechnung des Winkels in Zeit für die wahre Ortszeit 13:59:12 Uhr ergibt.

Nun kehren wir im dritten Schritt unseres oben aufgestellten Programms zu den Distanzen zurück. Wir suchen die ermittelte wahre Monddistanz 54° 24′ 19″ in der Monatstabelle für die Monddistanzen in der »Connoissance des Temps« (siehe Abb. 8) und finden sie für den 6. Juni zwischen den Werten für 3:00 Uhr (53° 13′ 00″) und 6:00 Uhr (54° 39′ 27″) nachmittags liegend. Um die genaue Uhrzeit während der Beobachtung zu ermitteln, müssen wir den Dreisatz ausführen.[39] Für die Zeit am Nullmeridian zum Beobachtungszeitpunkt erhalten wir auf diese Weise 17:28:47 Uhr.

Damit sind wir beim vierten und letzten Schritt unserer Rechnung angelangt. Die Differenz aus der Ortszeit und der Zeit am Nullmeridian beträgt $3^h\ 29^m\ 35^s$. Eine Stunde entspricht 15 Längengraden. Damit befindet sich unsere Goélette TRICOLORE 52° 23′ 45″ westlich vom Nullmeridian. Wohlgemerkt, es handelt sich hier um die westliche Länge gegenüber dem Meridian von Paris. Alle Werte in der »Connoissance des Temps« beziehen sich im Jahr 1791 noch auf den Meridian von Paris, genauer auf denjenigen, der durch das Pariser Observatorium verläuft. Der heute allgemein verwendete Meridian von Greenwich liegt 2° 20′ 14″ weiter westlich. Um den Schiffsort mit sei-

JUIN 1791. 78

DISTANCE DU CENTRE DE LA LUNE AU SOLEIL ET AUX ÉTOILES.

Jours.	Étoiles occid.	à Midi. D. M. S.	à 3 heures. D. M. S.	à 6 heures. D. M. S.	à 9 heures. D. M. S.
5.	Le Soleil.	40. 24. 42	41. 49. 16	43. 14. 2	44. 38. 59
6.		51. 46. 47	53. 13. 0	54. 39. 27	56. 6. 7
7.		63. 23. 4	64. 51. 12	66. 19. 37	67. 48. 19
8.		75. 16. 1	76. 46. 27	78. 17. 12	79. 48. 16
9.		87. 28. 31	89. 1. 34	90. 34. 58	92. 8. 43
10.		100. 2. 59	101. 38. 55	103. 15. 13	104. 51. 53
11.		113. 0. 47	114. 39. 40	116. 18. 54	117. 58. 29
9.	Régulus.	19. 18. 13	20. 56. 5	22. 34. 36	24. 13. 45
10.		32. 38. 0	34. 20. 19	36. 3. 8	37. 46. 23
11.		46. 29. 11	48. 14. 59	50. 1. 11	51. 47. 47
12.		60. 46. 32	62. 35. 22	64. 24. 32	66. 14. 1
13.		75. 26. 12			
13.	l'Épi de la ♍	21. 47. 57	23. 39. 5	25. 30. 31	27. 22. 15
14.		36. 44. 23	38. 37. 22	40. 30. 27	42. 23. 39
15.		51. 50. 49	53. 44. 18	55. 37. 45	57. 31. 9
16.		66. 56. 49	68. 49. 32	70. 42. 5	72. 34. 25
16.	Antares.	....	....	....	....
17.		36. 57. 1	38. 44. 47	40. 32. 28	42. 20. 2
18.		51. 15. 4	53. 1. 16	54. 47. 9	56. 32. 43
19.		65. 15. 12	66. 58. 33	68. 41. 29	70. 24. 1
20.		78. 50. 32	80. 30. 35	82. 10. 12	83. 49. 25
21.		91. 59. 20	93. 36. 4	95. 12. 27	96. 48. 27
21.	α de l'Aigle	....	....	....	....
22.		56. 40. 51	58. 3. 36	59. 26. 26	60. 49. 21
23.		67. 44. 13	69. 7. 8	70. 30. 0	71. 52. 49
24.	Fomalhaut.	48. 58. 43	50. 14. 22	51. 30. 25	52. 46. 50
25.		59. 13. 47	60. 31. 58	61. 50. 21	63. 8. 55
26.	α de Pégafe	52. 49. 2	54. 11. 47	55. 34. 41	56. 57. 45
27.		63. 55. 8	65. 19. 0	66. 42. 59	68. 7. 6
28.	α du Bélier.	31. 39. 11	33. 1. 55	34. 25. 8	35. 48. 48
29.		42. 52. 56	44. 18. 46	45. 44. 52	47. 11. 14

Abb. 8 Seite mit den Monddistanzen für den Juni 1791 aus »Connoissance des Temps«. (Aus: Méchain/Sciences 1789)

ner am Greenwich-Meridian gemessenen Länge anzugeben, müssten wir die 2° 20′ 14″ von der gefundenen Länge abziehen und erhielten als Ergebnis für die Benutzung mit einer modernen Karte eine Länge von 50° 03′ 31″ W.

Im Anschluss an die Längenermittlung wollen wir eine weitere Aufgabe mit dem trigonometrischen Zirkel lösen. Bestimmt werden soll das Azimut der Sonne im obigen Beispiel. Unter dem Azimut verstehen wir den Winkel zwischen der Nordrichtung und dem Gestirnsort, so wie er an Bord eines Schiffes wahrgenommen wird. Das Azimut der Himmelskörper wird unter anderem für die Kompasskontrolle benötigt.[40] Beim sogenannten Höhenazimut handelt es sich wieder um die Aufgabe, aus drei Seiten des sphärischen Dreiecks einen Winkel zu bestimmen. Die gegebenen drei Seiten sind die Komplemente zur Breite des Schiffsortes φ, zur Deklination δ und zur wahren Höhe h der Sonne oder eines anderen Gestirns.

Wenn wir das sphärisch-astronomische Grunddreieck betrachten (vgl. Abb. 2), dann wird sofort klar, wie diese Aufgabe mit dem trigonometrischen Zirkel zu lösen ist. Das Scharnier zwischen den beiden Schenkeln ist wie im Falle der ersten Teilaufgabe für die Monddistanzen mit dem Zenit zu identifizieren. Abweichend von dieser Aufgabe müssen wir im vorliegenden Fall die wahre Höhe der Sonne und die Breite des Schiffsortes addieren bzw. subtrahieren. Die resultierenden Werte werden wie gehabt auf dem additiven und subtraktiven Schenkel durch entsprechende Positionierung der Zungen zur Deckung gebracht. Die dritte Seite entspricht in diesem Fall der Deklination der Sonne. Deren Komplement, die Poldistanz, müssen wir mit dem Distanzlineal einstellen. Dazu öffnen wir die beiden Schenkel des trigonometrischen Zirkels so weit, bis sich der Wert für die Poldistanz auf der Skala des Distanzlineals gerade auf dessen Kreuzungspunkt mit dem subtraktiven Schenkel befindet. Das Ergebnis der Aufgabe, das Azimut, entspricht dem sich ergebenden Winkel zwischen den Schenkeln des trigonometrischen Zirkels. Wir lesen es am Kreuzungspunkt von Azimutlineal und subtraktivem Schenkel ab, das Azimut beträgt 241° 41′ 04″. Jetzt wird der Name Azimutlineal für den unteren Stab klar, die Bezeichnung ergibt sich aus der Verwendung für die Lösung dieser in der Navigation sehr wichtigen Rechenaufgabe.

Der trigonometrische Zirkel – die universale Rechenmaschine für das sphärische Dreieck?

Es gibt weitere navigatorische Aufgaben im sphärischen Dreieck. Ein gutes Beispiel dafür ist das Azimut Az. Soeben haben wir bei gegebenen drei Seiten (ϕ, h, δ) das Höhenazimut ermittelt. Das Azimut lässt sich aber auch auf anderem Wege berechnen. So wird das sogenannte Zeitazimut aus den Komplementen zur Breite des Beobachtungsortes und Deklination des Gestirns sowie dem Ortsstundenwinkel bestimmt (ϕ, δ, t). Gegeben sind also zwei Seiten des sphärischen Dreiecks und der eingeschlossene Winkel. Dies entspricht fast der zweiten Teilaufgabe bei der Bestimmung der wahren Monddistanz, nur wird hier anstelle der dritten Seite einer der fehlenden Winkel gesucht.

Beim sogenannten Höhenzeitazimut sind als Ausgangsgrößen zur Berechnung des Azimuts die Komplemente zu Höhe und Deklination gegeben, zusätzlich wieder der Ortsstundenwinkel (h, δ, t). Der Unterschied zum Zeitazimut besteht darin, dass hier nicht der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel, sondern ein Endwinkel gegeben ist.

Diese Aufgaben lenken die Aufmerksamkeit auf eine Schwierigkeit. In beiden Fällen ist ein Winkel gegeben, ein weiterer Winkel ist gesucht. Der trigonometrische Zirkel sieht jedoch nur einen Winkel vor, nämlich denjenigen zwischen den beiden Schenkeln des Zirkels. Nur dieser kann als Ausgangsgröße eingestellt oder als Ergebnisgröße am Azimutlineal abgelesen werden. Deswegen ist für das Zeitazimut ein kleiner Umweg erforderlich. Zunächst ermitteln wir mit dem trigonometrischen Zirkel auf mittlerweile wohlbekanntem Wege die dritte Seite, nämlich die Zenitdistanz als Komplement zur Höhe, und führen damit das Problem auf die bereits mehrfach durchgeführte Aufgabe zurück, zu drei bekannten Seiten einen Winkel zu bestimmen. Mit dieser Zweiteilung der Aufgabe, zunächst Ermittlung der Zenitdistanz des Gestirns, dann Lösung der Aufgabe für das Höhenazimut, liefert der trigonometrische Zirkel also auch die Lösung für das Zeitazimut.

Noch komplizierter sieht es mit dem Höhenzeitazimut aus. Mit Hilfe des Azimutlineals können wir den vorgegebenen Winkel, den Ortsstundenwinkel t, zwischen den beiden Schenkeln einstellen. Die dem Ortsstundenwinkel gegenüberliegende Seite im nautischen Grunddreieck ist die im Falle des Höhenzeitazimutes bekannte Höhe bzw. Zenitdistanz des beobachteten Gestirns. Diese ist auf dem Distanzlineal abzumessen. So weit, so gut. Nun beginnt aber das Problem. Für die Positionierung des Distanzlineals ist das Wissen um die Summe und die Differenz der beiden den Winkel einschließenden Seiten Deklination und Breite notwendig. Doch wir kennen nur die eine Dreiecksseite, nämlich diejenige zwischen dem Gestirnsort und dem Pol. Diese Information reicht nicht, um die Zunge am additiven Arm, an der sich das Scharnier für das Distanzlineal befindet, zu positionieren. So bleibt zur Lösung des Problems nur die lästige Tätigkeit, die unbekannte Breite φ so lange auf beiden Beinen des Zirkels zu variieren, bis die Zungen eine Stellung erreicht haben, in der der Punkt für die bekannte Höhe auf dem Distanzlineal gerade mit dem Kreuzungspunkt am subtraktiven Schenkel zusammenfällt.

Ist das geschafft, lässt sich aus den abgelesenen Werten auf den Skalen der Schenkel die Breite φ ermitteln. Damit kennen wir wieder alle drei Seiten des sphärischen Dreiecks und das Azimut wird wie beim Höhenazimut bestimmt. Auch das Höhenzeitazimut lässt sich also mit dem trigonometrischen Zirkel bestimmen, jedoch ist die Verfahrensweise wesentlich komplizierter, und zusätzlich wird eine Zwischenrechnung auf dem Papier zur Bestimmung der Breite φ benötigt.

Die alternative Lösung für diese Aufgabe besteht, wie Callet in seinem »Supplément« vorschlägt, in der Anwendung des Sinussatzes für das sphärische Dreieck in Verbindung mit dem Strahlensatz. Im sphärischen Dreieck gilt:

$$\frac{\sin Az}{\sin t} = \frac{\sin(90° - \delta)}{\sin(90° - h)} = \frac{\cos \delta}{\cos h} \qquad (7).$$

Um diese Beziehung auszunutzen, verwendet Callet einen zweiten, gewöhnlichen Zirkel. Mit diesem Zirkel greift er auf einem der Schenkel des trigonometrischen Zirkels den Sinus des Ortsstundenwinkels t ab.[41] Dann öffnet er den trigonometrischen Zirkel so weit, dass der Abstand der jeweiligen Punkte für den Kosinus der Höhe h auf beiden Schenkeln gerade der abgegriffenen Zirkelspanne für den Sinus des Ortsstundenwinkels t entspricht. Anschließend wird mit dem gewöhnlichen Zirkel die Entfernung zwischen den Punkten für den Kosinus der Deklination δ auf den Skalen beider Schenkel gemessen. Nach dem Strahlensatz entspricht diese Entfernung dem Sinus des Azimutes Az. Der zu der abgegriffenen Zirkelspanne gehörige Wert für das Azimut wird schließlich auf der Skala eines der Schenkel abgelesen.

Beides sind keine befriedigenden Verfahren. Deshalb bleibt festzustellen, dass der Fall mit zwei gegebenen Seiten und einem Endwinkel mithilfe des trigonometrischen Zirkels nur sehr unbefriedigend gelöst werden kann.[42] Glücklicherweise wird das Höhenzeitazimut in der praktischen Navigation selten benötigt.

Eine bisher noch nicht besprochene Aufgabe der astronomischen Navigation verbleibt: die heute als einzige noch in der Navigation verwendete astronomische Methode der Höhengleichen. Bekannt ist sie auch unter dem Namen von Saint-Hilaire.[43] Das Verfahren wurde erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts entwickelt, da zwingende Voraussetzung ein zuverlässig arbeitendes Chronometer ist. Man macht sich für die Zeichnung einer Standlinie[44] zunutze, dass die Höhe eines Gestirns auf einem Kleinkreis um den Bildpunkt des Gestirns auf der Erdoberfläche überall gleich ist. Kennt man also die Höhe des Gestirns an der Position des Schiffes, so muss das Schiff sich auf dem der Höhe entsprechenden Kleinkreis befinden (vgl. Abb. 9).

In der Praxis wird zunächst die Höhe gemessen und von den üblichen systematischen Fehlern befreit. Die so gewonnene wahre Höhe wird mit der für die gegisste Schiffsposition aus den nautischen Jahrbüchern errechneten Höhe verglichen. Gleichermaßen wird für die angenommene Schiffsposition das Azimut aus den Jahrbuchgrößen errechnet. Anschließend zeichnet man auf der Karte mit dem Winkel des Azimuts eine Gerade durch den gekoppelten Standort und trägt auf dieser Linie, ausgehend vom gegissten Schiffsstandort, die Differenz zwischen gemessener und errechneter Höhe ab. Dabei entsprechen die Winkelminuten der Differenz den Seemeilen auf

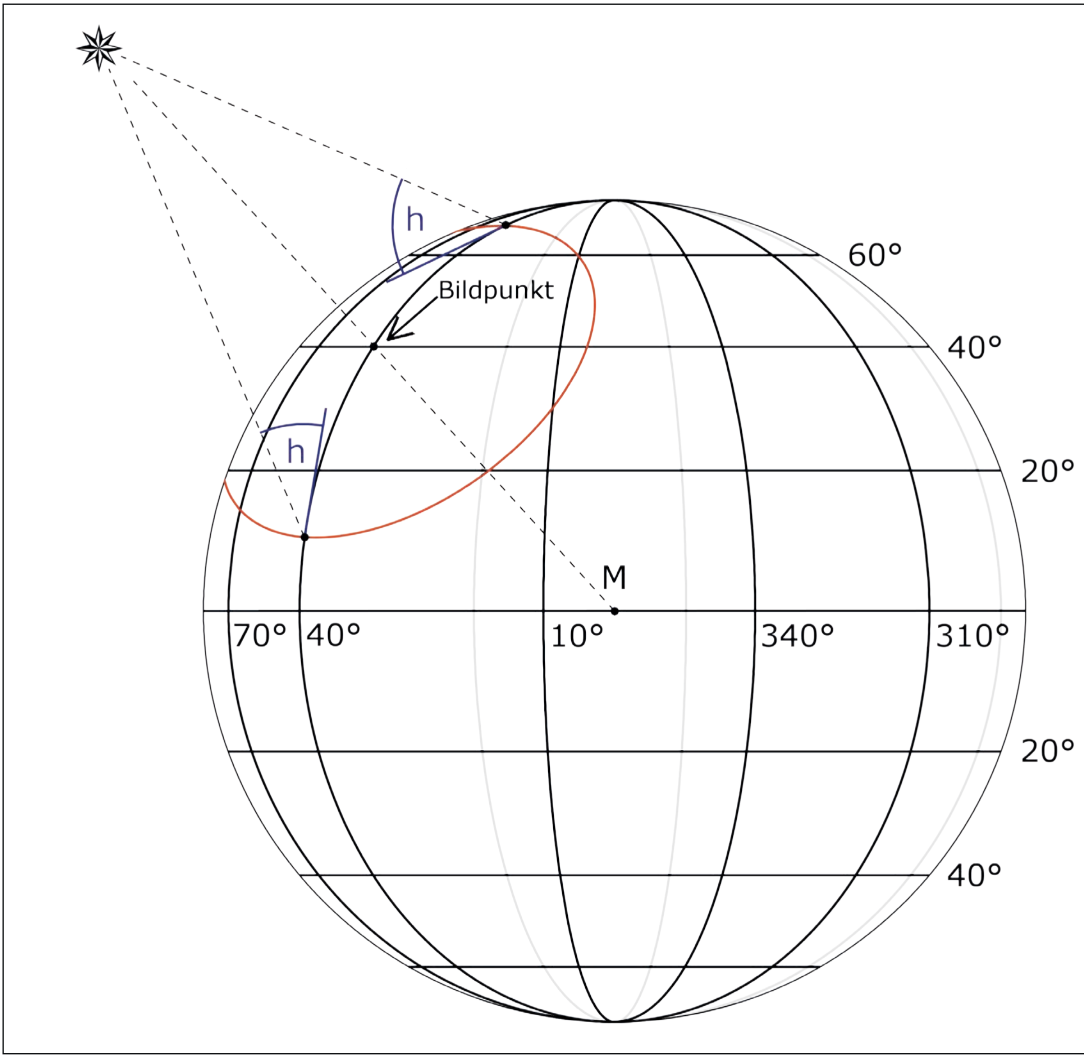

Abb. 9 Linien gleicher Höhe h für ein Gestirn bilden Kleinkreise und werden als Höhengleichen bezeichnet.

der Karte. Die zur Azimutlinie senkrechte Gerade durch den eingetragenen Differenzpunkt ist die Standlinie, auf der sich das Schiff befindet.

Zur Verdeutlichung betrachte man Abb. 10. Der Buchstabe e bezeichnet den gekoppelten Schiffsort. Die Differenz zwischen der gemessenen wahren Höhe und der für den gekoppelten Schiffsort betrage 28′ 45″, das sind 28,75 Seemeilen. Als Azimut für das gemessene Gestirn wurden 280° 40′ berechnet. Mit diesem Winkel wird die Linie zum Bildpunkt des Gestirns durch den gekoppelten Schiffsort gezeichnet. Nun stellt sich die Frage, in welche

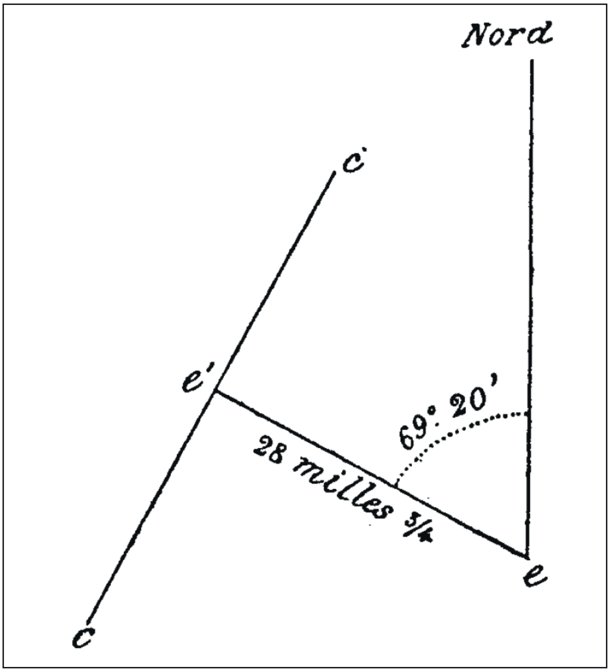

Abb. 10 Das Verfahren der Höhengleichen nach Saint-Hilaire. (Aus: de Saint-Hilaire 1874, Fig. 6)

Richtung man die ermittelte Differenz abtragen muss. Da im Beispiel die gemessene Höhe kleiner als die berechnete Höhe war, muss sich der wahre Standort weiter entfernt vom Bildpunkt des Gestirns befinden als der gekoppelte Ort, der Ausgangspunkt für die berechnete Höhe war. Die Differenz muss als entgegengesetzt zur Richtung zum Bildpunkt des Gestirns von der gegissten Schiffsposition aus auf der Azimutlinie eingetragen werden, Punkt e′ in der Zeichnung. Die Standlinie für die ermittelte Schiffsposition, die Tangente an die Höhengleiche, ist nun die Senkrechte cc′ an die Azimutlinie.

Um die Standlinie zu ermitteln, benötigt man neben der gemessenen Höhe die für den Standort zur Beobachtungszeit aus den Jahrbuchgrößen errechneten Werte für Höhe und Azimut. Diese Größen errechnet man heute mit den Formeln[45]

$$\begin{aligned} \sin h &= \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t \\ \tan Az &= -\frac{\sin t}{\cos\varphi \tan\delta - \sin\varphi \cos t} \end{aligned} \qquad (8).$$

In der Formel für die Berechnung der Höhe erkennen wir wieder die bereits besprochene Aufgabe der Ermittlung der dritten Seite, wenn zwei Seiten und der zwischen ihnen eingeschlossene Winkel gegeben sind. Wir hatten dieses Problem mit dem trigonometrischen Zirkel etwa im Fall der Reduktion der Monddistanz als zweite Teilaufgabe gelöst. Die Azimutformel ist diejenige des Zeitazimuts, die sich für die Berechnung mit dem trigonometrischen Zirkel auf das Höhenazimut zurückführen ließ.

Obwohl die Methode von Saint-Hilaire erst mehr als ein halbes Jahrhundert nach der Erfindung des trigonometrischen Zirkels erfunden wurde, lässt sie sich ebenfalls mit diesem lösen. Damit sind alle navigatorischen Aufgaben der sphärischen Trigonometrie durch das Funktionsspektrum des Zirkels abgedeckt. Darüber hinaus verbleiben weitere Problemstellungen im sphärischen Dreieck. Klassifiziert man alle denkbaren Aufgaben nach den gegebenen drei Größen, dann sind sechs Fälle zu unterscheiden:

1. Gegeben sind drei Seiten; Anwendungsfälle: Monddistanzen, Höhenazimut.
2. Gegeben sind zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel; Anwendungsfälle: Monddistanzen, Zeitazimut, Höhenermittlung aus Jahrbuchsgrößen.
3. Gegeben sind zwei Seiten und ein Endwinkel; Anwendungsfälle: Höhenzeitazimut.
4. Gegeben sind eine Seite und die beiden Endwinkel zur Seite.
5. Gegeben sind eine Seite, ein Endwinkel und der der Seite gegenüberliegende Winkel.
6. Gegeben sind drei Winkel.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen könnte man schlussfolgern, dass die Lösung der noch nicht besprochenen, in der Navigation jedoch nicht benötigten Aufgaben 4–6 mit dem trigonometrischen Zirkel schwierig, wenn nicht unmöglich ist, weil jeweils zwei bzw. drei Winkel gegeben sind, aber nur ein Winkel am trigonometrischen Zirkel eingestellt oder abgelesen werden kann. Diese Schwierigkeit kann jedoch umgangen werden. Zu jedem Dreieck auf der Kugeloberfläche gibt es ein komplementäres Dreieck, das sogenannte Polardreieck.[46] Grob gesprochen sind in diesem Dreieck Winkel und Seiten gerade vertauscht. Die Winkel im Polardreieck ergeben sich jeweils als Komplement der Seiten des Ursprungsdreiecks zu 180°, die Seiten umgekehrt als Komplemente zu den Winkeln. Dabei werden der Winkel und die beiden ihn einschließenden Seiten im Ursprungsdreieck in eine Seite des Polardreiecks und die zwei Winkel an deren Seitenenden überführt. Spiegelbildlich werden eine Seite und deren beide Endwinkel im Ursprungsdreieck auf einen Winkel und die beiden ihn einschließenden Seiten im Polardreieck abgebildet.

Auf diese Weise lassen sich die Aufgaben des sphärischen Dreiecks mit gegebenen zwei oder drei Winkeln auf die Aufgaben mit gegebenen zwei oder drei Seiten und höchstens einen Winkel zurückführen, die wir bereits gelöst hatten. Fall 4 in der Auflistung wird also auf Fall 2 zurückgeführt, Fall 5 auf Fall 3 und Fall 6 auf Fall 1. Obwohl die Aufgaben mit gegebenen zwei oder drei Winkeln im sphärischen Dreieck in der Navigation keine Rolle spielen, ließen sie sich über den Umweg des Polardreiecks ebenfalls mit dem trigonometrischen Zirkel lösen.

Der trigonometrische Zirkel beherrscht also mit kleinen Tricks alle Aufgaben des sphärischen Dreiecks. Problematisch, aber nicht unlösbar, sind die Aufgaben 3 und 5. Nun könnte man noch einwenden, dass der trigonometrische Zirkel nur Seitenlängen bis 180° behandeln kann. Dreiecke mit Seitenlängen größer als 180° lassen sich jedoch in ihrer komplementären Form berechnen. Zwei Eckpunkte können eine Dreiecksseite prinzipiell auf zweierlei Art definieren, einmal als die kürzeste Verbindung zwischen den beiden Punkten und einmal als die längste Verbindung. Beide Möglichkeiten der Verbindung ergänzen sich zum vollständigen Großkreis, sind also komplementär. Damit gibt es zu den Eckpunkten jedes Dreiecks immer ein Dreieck, in dem alle Seiten kleiner oder höchstens gleich 180° sind. Dieses Dreieck lässt sich mit dem trigonometrischen Zirkel berechnen. Sollte das eigentlich zu berechnende Dreieck nicht von den kürzesten Verbindungen zwischen den drei Eckpunkten gebildet worden sein, dann berechne man zunächst das komplementäre Dreieck mit dem trigonometrischen Zirkel, in dem alle Seiten kleiner als 180° sind, und leite aus dem Ergebnis anschließend die Seiten und Winkel des Ursprungsdreiecks durch Komplementbildung zu 360° ab.

An dieser Stelle müssen wir noch einmal auf die Ableitung der Formeln (4) für den trigonometrischen Zirkel zurückkommen. Wir hatten ganz am Anfang bei der Beschreibung des trigonometrischen Zirkels etwas voreilig den additiven Schenkel mit der Vertikale durch die Sonne gleichgesetzt. Tatsächlich entspricht der additive Schenkel der längeren der beiden Seiten des projizierten Dreiecks, die vom Mittelpunkt der Projektionsebene ausgehen. Das liegt daran, dass wir bei der Differenzbildung unabhängig von den tatsächlichen Verhältnissen immer die kleinere Höhe von der größeren Höhe abziehen. Damit kann das durch den trigonometrischen Zirkel abgebildete Dreieck gegenüber dem ursprünglichen, sphärischen Dreieck spiegelverkehrt sein. Wenn man dies beachtet, wenn man die längere Dreiecksseite mit dem additiven, dem rechten Schenkel des trigonometrischen Zirkels identifiziert und die kürzere Dreiecksseite mit dem subtraktiven Schenkel, dann hat man durch den Zerrspiegel der Projektion eine geometrische Anschauung des zugrunde liegenden Problems. Dadurch ist eine gewisse anschauliche Kontrolle der mit dem trigonometrischen Zirkel durchgeführten Operationen möglich. Das ist ein sehr großer Vorteil im Unterschied zu den Rechenverfahren, weil dort eine solche Plausibilitätskontrolle im Allgemeinen nicht gegeben ist und man dem Ergebnis entweder bedingungslos vertrauen oder es auf alternativem Wege überprüfen muss. In der alternativen Überprüfung, die prinzipiell ebenfalls auf rechnerischem Wege möglich ist, sahen viele Größen in der Navigationsgeschichte die einzige Rechtfertigung für mechanische Rechenhilfen oder graphische Lösungsverfahren, wie wir gleich im abschließenden Abschnitt sehen werden.

Schließlich stellt sich die Frage, ob es bei der Ausführung der Rechenaufgaben des sphärischen Dreiecks mit dem trigonometrischen Zirkel im Hinblick auf die Ergebnisgenauigkeit Einschränkungen bei den Argumenten gibt. Wenn man sich die Skalen anschaut (vgl. Abb. 7), dann sieht man sofort, dass im Falle der Monddistanzen mit wachsenden Höhendifferenzen – genauso wie für sehr kleine Höhensummen – die präzise Positionierung der Zungen schwieriger wird. Die Gestirnshöhen waren die 90°-Komplemente zu den eigentlichen Dreiecksseiten, die Zenitdistanzen. Allgemein gefasst wird die Berechnung der sphärischen Dreiecke mit dem trigonometrischen Zirkel dann problematisch, wenn die Summen oder die Differenzen der den Winkel einschließenden Dreiecksseiten gegen 180° streben. Ähnliches gilt für das Ablesen der Ergebnisse am Distanz- oder am Azimutlineal. Dies sind jedoch alles Fälle, die in der Praxis selten oder überhaupt nicht vorkommen. Ein Vorteil des trigonometrischen Dreiecks ist, dass auf den Skalen unmittelbar sichtbar wird, wenn die Ergebnisse unpräzise werden. Mechanische Einschränkungen gibt es darüber hinaus, wenn die zu berechnenden Dreiecke sehr kurze Seiten haben. Glücklicherweise betrifft auch diese Unzulänglichkeit kaum die in der Navigationspraxis vorkommenden Anwendungsfälle.

Die Anwendung des trigonometrischen Zirkels in der nautischen Praxis

Wir wollen nun versuchen, die erreichbare Genauigkeit des trigonometrischen Zirkels abzuschätzen. Insbesondere bei dessen Verwendung im Zusammenhang mit der Reduktion der Monddistanzen, dem Hauptzweck des Gerätes, ist die Genauigkeit die entscheidende Frage. Ein Fehler in der wahren Monddistanz, resultierend aus der Beobachtung und der anschließenden Korrektur, schlägt sich in 30-facher Größe in der ermittelten Länge des Beobachtungsortes nieder. Wenn man die Schiffsposition mit einer Genauigkeit von einem halben Längengrad bestimmen möchte, das sind in unseren Breiten ungefähr 15–20 Seemeilen, dann darf die wahre Monddistanz um nicht mehr als eine Bogenminute falsch sein. Diese Präzision ist eine gewaltige Herausforderung.

Die in der Preisrede erwähnte maximale Abweichung von 5 Bogensekunden für den trigonometrischen Zirkel würde die geforderte Genauigkeit klar unterbieten, der daraus erwachsende Fehler für die geographische Länge läge bei zwei Längenminuten oder weniger als 2 Seemeilen. Aber dieses Ergebnis ist mit dem eingereichten Gerät wohl nur mit zusätzlichem Aufwand und unter idealen Bedingungen erreichbar. Um Fehler, die aus Unzulänglichkeiten des Instruments oder der begrenzten Ablesegenauigkeit resultieren, zu kompensieren, wird eine von Borda stammende Methode der Mittelwertbildung verwendet.[47] Auf diese Methode zur Verbesserung des Ergebnisses bezieht sich die Preisrede, wenn sie von der Näherungsmethode, der *méthode d'approximation*, in der dem trigonometrischen Zirkel beigelegten Abhandlung spricht.[48] Anstelle von einer werden zwei »wahre« Distanzen ermittelt. Einmal eine Distanz, bei der die Korrekturen für die Höhen von Mond und Distanzgestirn aus Parallaxe und Refraktion auf das jeweils Dreizehnfache gesteigert werden, zum anderen eine Distanz, bei der beide Korrekturen um das Zwölffache vergrößert und mit umgekehrten Vorzeichen in die scheinbaren Höhen eingerechnet werden. Um die tatsächliche Korrektur an die scheinbare Distanz zu erhalten, wird aus den so ermittelten Distanzen die Differenz gebildet und diese zum Schluss durch 25 geteilt.

Mit dieser Methode wird der Ablesefehler auf den Skalen des Zirkels auf den fünfundzwanzigsten Teil gesenkt, eine enorme Steigerung der Genauigkeit. Da uns kein trigonometrischer Zirkel vorliegt, müssen wir uns der dürftigen Hinweise aus der zeitgenössischen Literatur zu diesem Thema bedienen, um den Grad der Präzision abzuschätzen. Callet beziffert die Ablesegenauigkeit, wenn nur das bloße Auge verwendet wird, mit einem Viertelgrad, also 15 Bogenminuten. Mit der Lupe hält er sehr viel mehr für möglich, wie viel, das lässt er leider offen. Die gerade erläuterte Methode von Borda angewendet, ergibt für die wahre Distanz, solange nur das bloße Auge zum Ablesen verwendet wird, eine Genauigkeit von 0,6′ oder 36″, das würden 18 Längenminuten im Endergebnis entsprechen, ein für die damalige Navigation gerade noch akzeptabler Wert.

Es gibt einen weiteren, einen systematischen Grund, der die Genauigkeit des trigonometrischen Zirkels begrenzt. Die Skalierung ist, wie wir gesehen haben, nicht äquidistant, sondern ändert sich entsprechend der Sinusfunktion. Das normale Mikrometer benötigt als Voraussetzung jedoch eine äquidistante Teilung. Auf dieses Problem weist bereits Pierre Lévêque am 7. Tag des Vendémiaire im Jahr VII der Republik hin[49], nach dem gregorianischen Kalender ist das der 28. September 1798. Vermutlich hat Richer mit seiner Verbesserung des trigonometrischen Zirkels im Jahre 1801 oder 1802[50] auf diese Kritik reagiert. Jedenfalls hat Marguet, der über den trigonometrischen Zirkel sonst nur negative Bemerkungen übrig hat und ebenfalls das Problem der unterschiedlichen Teilungen thematisiert, nach der Verbesserung nur noch zu kritisieren: *Richer verbesserte ihn* [den trigonometrischen Zirkel] *1801. Nun war er* [aber noch] *sehr teuer.*[51]

Zur Frage der Genauigkeit findet sich eine weitere interessante Bemerkung bei Lalande in seiner »Abrégé de navigation«. Lalande beschreibt dort ein von Richer ersonnenes Mikroskop zum Ablesen der Werte von den Skalen des Zirkels.[52] Dabei wird gerade das erwähnte Problem besprochen: Die Skalenabstände je Grad variieren und werden für Winkel nahe 180° sehr klein. Das Mikroskop besitzt deshalb in seinem Brennpunkt zwei Fäden, deren Abstand variierbar ist und auf den konkreten Abstand der Gradstriche eingestellt werden kann. Lalande schreibt, dass sich damit eine minutengenaue Teilung oder sogar eine Teilung auf Viertelminuten erreichen lässt. Leider ist die Beschreibung zu pauschal, um daraus die genaue Ausführung des Mikroskops und dessen Gebrauch zu entnehmen. Das Buch erschien bereits 1793. Lalande muss sich also auf die ursprüngliche Version des trigonometrischen Zirkels bezogen haben.

Ganz offensichtlich hat das geniale Gerät nie signifikanten Eingang in den navigatorischen Bordalltag gefunden. Es stellt sich die Frage, warum das trotz der bestechenden Idee nicht geschehen ist. Nach den obigen Ausführungen scheidet eine mangelhafte Präzision als Hinderungsgrund für die Verwendung des trigonometrischen Zirkels aus. Was kann dann die Verbreitung dieser Navigationshilfe verhindert haben?

Eine mögliche Antwort, zumindest für das letzte Jahrzehnt des 18. Jahrhunderts, gibt Callet im Vorwort zu seinem »Supplément«. Er berichtet dort von einer Art von Vereinbarung mit Richer für die Popularisierung des trigonometrischen Zirkels.[53] Danach wollte er, Callet, mit einer Beschreibung des Gerätes und seiner Benutzung für den leichteren Einstieg in dessen Gebrauch sorgen. Richer sollte hingegen die Grundlagen für eine Produktion im größeren Stile legen und den Erwerb des Instruments durch eine große Zahl von Seeleuten erleichtern. Man kann daraus schließen, dass die Vermarktung und die Herstellung des trigonometrischen Zirkels bis zum Erscheinen des Buches von Callet im Jahre 1798 nicht oder nicht im nötigen Umfang erfolgte. Callet hat seinen Teil der Abmachung mit dem »Supplément« wahrgemacht. Bezweifelt werden muss jedoch, ob dessen Format geeignet war, das in vielen Fällen intellektuell eher einfach veranlagte Gemüt eines Seemanns anzusprechen. Jedenfalls enthält das Buch ausführliche und vollständige Rezepte zur unkomplizierten Anwendung des trigonometrischen Zirkels.

Wie weit Richer seinem Teil der Abmachung nachgekommen ist, kann heute kaum noch beurteilt werden. Ohne Zweifel hat er weiter an dem Gerät gearbeitet und es für den praktischen Gebrauch verbessert, wie bereits erwähnt und wie wir im Jahre 1804 in der »Monatlichen Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde« lesen.[54] Baron Zach erwähnt an gleicher Stelle einen weiteren möglichen Grund, warum sich das Gerät in der Seefahrt nicht durchsetzen konnte: Es war sehr teuer. Zach spricht von 100 Laubthalern, was heute einem mittleren vierstelligen Eurobetrag entsprechen dürfte. In die gleiche Kerbe schlägt Lalande, der als einzigen Nachteil den von ihm mit 600 Francs angegebenen Preis sieht.[55]

Der bemerkenswerte Preis deutet auf hohe Herstellungskosten hin. Diese sind sicher durch die nicht äquidistante Teilung der Skalen bedingt. Schon die Herstellung äquidistanter Skalen mit der notwendigen Genauigkeit war im 18. Jahrhundert eine handwerkliche Herausforderung. Die Erfindung und Konstruktion sogenannter Teilungsmaschinen wurde mit wertvollen Preisen bedacht[56], weil sie so wichtig für die Herstellung präziser Instrumente, insbesondere der Sextanten, waren. Um wie viel schwieriger mag zu jener Zeit die präzise Teilung der Skalen des trigonometrischen Zirkels entsprechend der Sinusfunktion gewesen sein? Möglicherweise waren die hohen Herstellungskosten des trigonometrischen Zirkels aber auch einer komplexen, vielleicht auch filigranen Mechanik geschuldet. Eine solche Mechanik könnte sich den rauen Bedingungen des Bordalltages eventuell nicht hinreichend gewachsen gezeigt haben. Die Fingerfertigkeit der Seeleute (Stichwort: grobe Hände) dürfte hingegen kein Hinderungsgrund für die Einführung des trigonometrischen Zirkels in den Navigationsalltag gewesen sein, denn der Sextant verlangt bei Monddistanzmessungen ähnliche Fingerfertigkeit und ist in gleicher Weise zu bedienen.

Unabhängig von allen sachlichen Überlegungen gab es in den maßgeblichen nautischen Kreisen eine breite, prinzipiell begründete Ablehnung mechanischer Rechenhilfen oder auch graphischer Methoden. An der Spitze dieser Ablehnungsfront finden wir den großen Jean-Charles de Borda.[57] Der jetzt zum Bürger geschrumpfte einstige Chevalier hat eine der wenigen auf See tatsächlich benutzten, exakten Methoden zur Reduktion der Monddistanzen ersonnen. Sie ist bis heute mit seinem Namen verbunden. Aber nicht die Furcht vor der Konkurrenz der mechanischen und graphischen Methoden ist Grund für seine Ablehnung, sondern eine auch heute noch aktuelle Furcht, Navigationshilfen, seien sie damals mechanischer oder heute elektronischer[58] Art, könnten bei deren Anwendern das Verständnis für die zugrunde liegenden Zusammenhänge und damit die Kritikfähigkeit gegenüber den Ergebnissen der Methoden beeinträchtigen.[59]

Der Kernpunkt von Bordas Kritik kommt in einem Bericht über das Buch von Callet auf der Sitzung der Académie des Sciences vom 21. Thermidor des Jahres VI der Republik (8. August 1798) zum Ausdruck.[60] Die Akademie hatte Borda und Gaspard de Prony mit einer Einschätzung des Buches beauftragt. Wörtlich heißt es in dem Bericht:

Allerdings darf die Benutzung des Zirkels von Richer, die im Notfall die Berechnung ergänzen kann, nicht generell an die Stelle der Berechnungen treten, noch darf sie die Seeleute davon befreien, sich mit den exakten Methoden vertraut zu machen, die ohne die Anwendung irgendwelcher mechanischer Mittel die aus der Beobachtung abgeleiteten Ergebnisse sofort liefern. Sehr nützlich ist die Anwendung des Zirkels zusammen mit diesen Methoden, als ein Kontrollmittel und um festzustellen, ob sich nicht irgendein Fehler in die Rechnung eingeschlichen hat, der von Bedeutung ist. Darin liegt vielleicht seine große Nützlichkeit.

Noch deutlicher wird Lévêque[61] in einer Denkschrift über die graphische Methode von Maignon:

Das Institut National ist speziell der Verbreitung der Aufklärung verpflichtet. Wäre es nicht ein Missstand, in eine Kunst [diejenige der Navigation] *von solcher Bedeutung mit Mitteln einzuführen, die zum gegensätzlichen Ziel zu tendieren scheinen. Es muss ohne Zweifel Hilfsmittel für alle Geister geben. Aber wir können nicht verhehlen, dass die graphischen und mechanischen Methoden, so kunstvoll und raffiniert sie auch sein mögen, gefährlich sind, dass sie Männer an eine Art automatische Arbeit gewöhnen, die dafür nicht bestimmt sind.* […] *Es wird Zeit, dass die Seeleute auf-*

hören, die mathematischen und physikalischen Wissenschaften als nutzlos für die Praxis der Navigation und ihre Fortschritte zu betrachten. Ohne die Hilfe der Wissenschaften wäre die Seefahrt noch im Kinderstadium. […] *Wir meinen, dass diese* [mechanische oder graphische[62]] *Methode oft nützlich sein kann, indem sie ein Mittel zur Kontrolle und Überprüfung für bereits durchgeführte Berechnungen bereitstellt. Aber wir sagen im gleichen Atemzuge, dass die Seeleute diese mechanischen Mittel nicht in Anspruch nehmen dürfen, um auf das Erlernen der Berechnungsmethoden zu verzichten; dass sie im Gegenteil sich mit ihnen vertraut machen müssen und die graphischen Methoden der Überprüfung ihrer Rechnungen vorbehalten.*

Auch bei dieser Denkschrift hat, obwohl nicht als Autor aufgeführt, Borda mitgewirkt. Man kommt nicht umhin, eine gewisse Überheblichkeit dem gemeinen Seemann gegenüber zu konstatieren, zumindest ein völliges Unverständnis gegenüber den realen Verhältnissen und Anforderungen an Bord eines Schiffes. Bei Lévêque ist das nicht weiter verwunderlich, da er außer einer kurzen Episode als Matrose in seiner Jugendzeit keine praktische Erfahrung an Bord erworben hat. Eher erstaunt die Haltung bei Borda, der auf eine umfangreiche Seefahrtskarriere zurückblicken kann.

Selbst Callet, der doch vom trigonometrischen Zirkel und der dahinterliegenden Idee fasziniert, ja begeistert ist, schlägt in eine ähnliche Kerbe. Er schreibt im »Supplément«[63]:

Die Verwendung dieses Instruments kann gegebenenfalls die Berechnung ergänzen; aber es darf nicht seinen Platz einnehmen; es muss im Gegenteil zusammen mit der Methode des Bürgers Borda angewendet werden und in etwa die gleichen Ergebnisse liefern. Wenn also der Abstand von zwei Sternen nach dem Verfahren von Borda korrigiert wurde, kann man das Gerät für die Überprüfung der gerade ausgeführten Berechnung verwenden, anstatt eine neue Berechnung durchzuführen, um die Korrektheit der ersten zu ermitteln. […]

Ein Einwand, der gegen die Verwendung des fraglichen Instruments gemacht werden könnte, ist, dass die meisten Seeleute […] *sich an die Praxis dieses Instruments allein halten werden und die Rechnung ganz aufgeben. Wenn dies geschehen sollte, würde dieses Instrument, so kostbar es auch zur Verifikation der Rechnung sein mag, durch die ausschließliche Verwendung ein sehr gefährliches Mittel werden. Kann man aber einen solchen Missbrauch verhindern?*

Es schließen sich Überlegungen an, wie man per Gesetz die alleinige Verwendung des trigonometrischen Zirkels verhindern kann. An dieser Stelle kommt man nicht umhin zu konstatieren, dass mit dieser Betrachtung, genauso wie mit denjenigen von Borda, Lévêque und anderen, das Ziel, welches der Prix Raynal verfolgte, konterkariert wird. Und das nicht, weil der trigonometrische Zirkel vielleicht trotz der Preisverleihung den Anforderungen des Preises nicht genügt, sondern aus prinzipiellen Erwägungen heraus.

Gegen die genannten Argumente von Borda, Lévêque und anderen kann man einwenden, dass bei der praktischen Berechnung der wahren Monddistanz mit den exakten Verfahren, sei es nach Borda oder nach einer der vielen anderen Varianten, die Anschauung der zugrunde liegenden Zusammenhänge in einem viel stärkeren Maße verloren geht als etwa bei der Arbeit mit dem trigonometrischen Zirkel. Bei Letzterem bleibt immer geometrische Anschauung erhalten, weil der Zirkel ja die realen geometrischen Verhältnisse im sphärischen Dreieck in der Verzerrung der Projektion widerspiegelt, während bei der Berechnung der wahren Distanz nach einem Verfahren wie dem von Borda nur stumpf ein Kochrezept ausgeführt wird, wobei jede Anschauung und jede Möglichkeit zur Plausibilitätsprüfung der Zwischenergebnisse verloren geht. Nicht ohne Grund werden die mechanischen oder graphischen Verfahren von deren Gegnern durchaus als nützlich für die Überprüfung der rechnerisch ermittelten Ergebnisse gehalten. Mit dieser Einschätzung trifft man sich wieder mit Befürwortern vereinfachter mechanischer oder graphischer Verfahren, insbesondere Abbé Rochon und Lalande. Aber für eine nur ergänzende Verwendung des trigonometrischen Zirkels war das Gerät einfach zu teuer.

Gegen die Autorität der prominenten Borda, Lévêque und anderen war eine Verbreitung mechanischer Rechenhilfen natürlich schwierig, wenn nicht ausgeschlossen. Diese Feststellung betrifft nicht nur den trigonometrischen Zirkel von Richer, sondern auch das von Le Guin erfundene Gerät und die verschiedenen graphischen Methoden zur Reduktion der Monddistanz. Das könnte der Grund dafür sein, dass alle diese Geräte und Methoden kaum Verbreitung erfahren haben.

So blieb es im praktischen Navigationsalltag überwiegend bei Papier und Bleistift, wenn es galt, die Monddistanzen zu reduzieren. Das überforderte viele Navigatoren. Die Reduktion der Monddistanzen erfuhr deshalb nicht die breite Verwendung in der Schifffahrt, die wünschenswert gewesen wäre, so dass die zuverlässige Längenbestimmung des Schiffsortes bis zur regelmäßigen Verwendung von Chronometern im Laufe der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts in vielen Fällen eine unsichere Angelegenheit und Ursache vieler Schiffsunfälle blieb.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der trigonometrische Zirkel an einer Kombination aus zu hohem Preis, mangelndem Marketing, von prominenter Seite gezeigter, prinzipieller Ablehnung mechanischer Rechenhilfen und einem vielleicht dann doch wieder höheren Aufwand beim Gebrauch für hochpräzise Ergebnisse gescheitert ist. All das sind zeitlich rückwärts gerichtete Vermutungen. Die abschließende Antwort auf die Frage, warum das Gerät keine Verbreitung gefunden hat, muss offenbleiben. Bedauern muss man es aber doch, dass die geniale Idee von Lagrange und deren nicht minder bewundernswürdige Ausführung durch Richer nicht im praktischen Navigationsalltag angekommen sind.

Literatur:

Académie des Sciences (France) (1901): Séance du 21 thermidor an VI. In: Académie des Sciences: Procès-verbaux des séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. Bd. I (an IV–VII). Hendaye (Basses-Pyrénées).

Albrecht, M.F., und Vierow, C.S. (1913): Lehrbuch der Navigation und ihrer Mathematischen Hilfswissenschaften. Für die Königl. Preußischen Navigationsschulen. 10. Aufl. Berlin.

Annales des Arts (1804): Description of an Instrument or Mechanical Medium, Giving the Result of Difficult Calculations, which it is Necessary to Make at Sea, in Order to Obtain the Longitude. In: The Repertory of Arts, Manufactures and Agryculture, Vol. 5, Second Series, S. 129–145.

Boistel, G. (2016): L'astronomie nautique au XVIIIe siècle en France: tables de la Lune et longitudes. https://core.ac.uk/download/pdf/47353339.pdf.

Bougainville, L.A. de (1980): Reise um die Welt. 3. Aufl. Berlin.

Callet, J.-F. (1798): Supplément à la trigonométrie sphérique, et à la navigation de Bezout, ou recherches sur les meilleures manières de déterminer les longitudes à la mer ... Paris.

Croucher, J.S. (2011): Mrs Janet Taylor's "Mariner's Calculator": Assessment and Reassessment. In: The British Journal for the History of Science 44(4), S. 493–507.

Croucher, J.S., und Croucher, F.R. (2016): Mistress of Science: The Story of the Remarkable Janet Taylor, Pioneer of Sea Navigation. Stroud.

Damm, K., Irminger, P., Schultz, H., und Wand, C. (2006): Sporthochseeschifferschein. Bielefeld.

Delambre, J.-B. J. (1804): Ueber die Reduction der beobachteten scheinbaren Mondsdistanzen auf wahre, zur Erfindung der Meereslänge. In: Zach, F.X. von (Hrsg.): Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde, Bd. 10, S. 146–161.

Delambre, M. (1816): Notice historique sur la Vie et les Ouvrages de M. Lévèque, lue dans la Séance publique de la Classe des Sciences de l'Institut royal, le 8 Janvier 1816. In: Bajot, L.-M.: Annales Maritimes et Coloniales. Bd. II. Paris, S. 226–235.

Domke, F., und Canin, O. (1910): Nautische, astronomische und logarithmische Tafeln nebst Erklärung und Gebrauchs-Anweisung für die Königlich Preußischen Navigations-Schulen. Berlin.

Lalande, J. de (1793): Abrégé de navigation, historique, théorique et pratique. Paris.

Lalande, J. de (1803): Bibliographie astronomique, avec l'histoire de l'astronomie depuis 1781 jusqu'à 1802. Paris.

Le Guin, E., van Swinden, J.H., Nieuwland, P., und van Keulen, G.H. (1790): Moyen mécanique, qui donne le resultat des calculs difficiles, qu'on est obligé de faire en mer, pour obtenir la longitude. London, Amsterdam.

Lévêque, P. (1803): Mémoire a l'occasion d'un ouvrage presenté le 11 fructidor an 6 par le citoyen Maingon, lieutenant de vaisseau, ayant pour titre: Mémoire contenant des explications théoriques et pratiques sur une carte trigonométrique … In: Mémoires de l'Institut national des sciences et arts. Sciences mathématiques et physiques, Bd. 4, S. 467–500.

Margetts, G. (1790): Margetts's Longitude Tables; for Correcting the Effect of Parallax and Refraction, on the Observ'd Distance Taken Between the Moon and the Sun, or a Fixed Star, Whereby the True Distance is Accurately Obtained, and the Corresponding Time at Greenwich, Found by Inspection. London.

Marguet, F. (1931): Histoire générale de la navigation du XVe au XXe siècle. Paris.

Méchain, P. (1789): Connoissance des Temps à l'Usage des Astronomes et des Navigateurs, avec des Additions, pour l'Année 1791. Paris.

Moore, J.H. (1791): The Practical Navigator, and Seaman's New Daily Assistant: Being an Epitome of Navigation ... 9. Aufl. London.

Oxenbould, C., Honey, S., und Hawley, C. (31. Januar 2015): Volvo Ocean Race Independent Report into the Stranding of Vestas Wind. http://www.volvooceanrace.com/static/assets/content_v2/media/files/m36616_team-vestas-wind-inquiry-report-released-on-9-march-2015.pdf.

Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1790 (1789): Le Journal des sçavans, Juli 1789, S. 497–499.

Röhl, L.H. (1778): Anleitung zur Steuermannskunst den Weg auf See zu finden und zu berichtigen. Greifswald.

Saint-Hilaire, M. de (1875): Calcul de point observé. In: Revue Maritime et Coloniale 46, S. 341–376.

Shepherd, A. (1772): Tables for Correcting the Apparent Distance of the Moon and a Star from the Effects of Refraction and Parallax. Cambridge.

Taylor, J. (1834): Lunar Tables; by which the True Distance is Obtained from the Apparent Altitudes; Thereby Avoiding the Usual Tedious Preparations, Previous to Clearing A Lunar Distance. London.

Wepster, S. (2010): Between Theory and Observation. Tobias Mayer's Explorations of Luna Motion, 1751–1755. New York, Dordrecht, Heidelberg, London.

Anmerkungen:

1 Der Text dieses manchem als inoffizielle Nationalhymne Großbritanniens geltenden Liedes stammt von James Thomson, Melodie Thomas Arne. Entstanden ist es ursprünglich (1740) für das Bühnenstück »Alfred«.

2 Hatte es, im 16. Jahrhundert beginnend, mit Magellan insgesamt neun Weltumseglungen gegeben, so waren es im 17. Jahrhundert nur noch sieben. Im 18. Jahrhundert wurde die Welt wieder 14-mal umsegelt, im 19. Jahrhundert entwickelten sich Weltumseglungen zur Routine.

3 Sir Francis Drake (1540–1596) wurde auf seiner Weltumseglung zwischen 1577 und 1580 von einem Sturm an der Westküste Südamerikas weit nach Süden geweht und fand dort statt des vermuteten Südkontinents nur Wasser.

4 John Byron (1723–1786), auch unter dem Namen »Foul-weather Jack« bekannt, war der Großvater des berühmten englischen Dichters der Romantik, Lord Byron.

5 Louis Antoine de Bougainville (1729–1811). Vgl. den von ihm verfassten, sehr lesenswerten Reisebericht »Voyage autour du monde par la frégate du Roi La Boudeuse et la flute l'Etoile en 1766, 1767, 1768, et 1769« (in deutscher Übersetzung: Bougainville 1980).

6 James Cook (1728–1779) ist vor allem durch seine drei Weltumseglungen bekannt; bei der zweiten Weltumseglung waren Reinhold und Georg Forster als *Naturkundige*, wie Georg Forster es in seinem Reisebericht schreibt, an Bord. Bedeutende Leistungen vollbrachte Cook auch als Kartograph, nicht nur auf seinen drei Weltreisen, sondern bereits vorher bei der Kartierung des Sankt-Lorenz-Stromes.

7 Jules Dumont d'Urville (1790–1842) leitete die französische Südpolarexpedition in den Jahren 1837–1840. D'Urville starb, für jene Zeit und erst recht für einen Seefahrer seines Schlages sehr ungewöhnlich, bei einem Eisenbahnunfall.

8 Adam Johann von Krusenstern (1770–1846) war Kommandant der ersten russischen Weltumseglung in den Jahren 1803–1806.

9 Fabian Gottlieb von Bellingshausen (1778–1852) führte die erste russische Expedition in die Antarktis 1819–1821.

10 George Vancouver (1757–1798) ging bereits als 15-Jähriger mit James Cook auf dessen zweite Weltumseglung. 1791–1794 leitete er die Expedition zur Vermessung der nordamerikanischen Westküste.

11 Matthew Flinders (1774–1814) umsegelte in den Jahren 1801–1803 Australien und kartographierte dabei große Strecken der Küste. Der angeheiratete Vetter von Flinders war John Franklin.

12 Robert FitzRoy (1805–1865) führte das Kommando auf zwei Reisen von HMS BEAGLE zur Kartographierung insbesondere der südamerikanischen Küsten. Auf der zweiten Reise wur-

de er von Charles Darwin begleitet, der auf jener Weltumseglung die ersten Ideen für seine spätere Evolutionstheorie gewann. FitzRoy war später Gouverneur von Neuseeland und gründete das Meteorological Office, heute zu Met Office verkürzt, den nationalen Wetterdienst von Großbritannien.

13 Charles Wilkes (1798–1877) kommandierte 1832–1842 die berühmte United States Exploring Expedition, häufig auch als »US Ex. Ex.« bezeichnet.

14 Bereits in dem auf Claudius Ptolemäus zurückgehenden »Almagest« aus dem zweiten Jahrhundert nach Christus wurden drei Störterme der Mondbahn, die Mittelpunktsgleichung, die Evektion und die Reduktion auf die Ekliptik, beschrieben.

15 Tycho de Brahe (1546–1601) fügte den aus der Antike bekannten Störtermen zur ungestörten Bahn die Störterme drei und vier hinzu, die Variation und die jährliche Gleichung. Johannes Kepler (1571–1630) hat nicht nur mit seinen Kepler'schen Gesetzen die moderne Beschreibung der ungestörten Bahnen geliefert, sondern unabhängig von Tycho de Brahe die jährliche Gleichung entdeckt. Isaac Newton (1643–1727) legte mit seiner Gravitationstheorie die Grundlage für die analytische Beschreibung der Vielkörperprobleme. Zur Theorie der Mondbahn hat er einen weiteren Störterm beigesteuert, die parallaktische Gleichung. Darüber hinaus legte er 1702 eine eigene Mondtheorie vor, die später Tobias Mayer (1723–1762) stark beeinflusst hat. Beeinflusst worden ist Mayer auch von der Mondtheorie des etwas älteren Leonhard Euler (1707–1783). Eine spezielle Rolle spielte der bereits in vorchristlicher Zeit bekannte Saroszyklus. Mit ihm versuchte der »Astronomer Royal« Edmond Halley (1656–1742) einen empirischen Zugang zur Berechnung der Mondbahn.

16 Für die Geschichte und die Einzelheiten der Bahnberechnung des Mondes vgl. Wepster 2010.

17 Das französische Äquivalent, die »Connoissance des Temps«, erschien erstmals bereits für das Jahr 1679, lebte aber in den Jahren nach dem erstmaligen Erscheinen des englischen »Nautical Almanac« zum Teil von dessen Inhalt. So wurden die Tabellen für die Monddistanzen in den Ausgaben für die Jahre 1774–1789 einfach aus dem »Nautical Almanac« kopiert. Deshalb waren in diesen Jahren die Distanzen kurioserweise nicht für die ganzen Stunden angegeben, sondern immer um 9 Minuten und 16 Sekunden gegen die ganze Stunde verschoben, da im »Connoissance des Temps« nach Pariser Zeit tabelliert wurde.

18 Im Französischen: Citoyen. Von den Bezeichnungen als Bürger wurden nicht einmal die kirchlichen Würdenträger, wie die beiden in unserem Kontext interessanten Abbés Raynal und Rochon, verschont. Im Laufe der revolutionären Jahre wurde das Wort in der Schriftsprache zu »Cn« abgekürzt, ein verständliches Verfahren bei der redundanten und uniformen Ersetzung einer differenzierenden Beschreibung durch die öffentlich vorgegebene Bezeichnung.

19 Jean-Charles de Borda (1733–1799) hat sich in den 1790er-Jahren um die Definition und Einführung des Meters verdient gemacht. Aber er war auch derjenige, auf dessen Vorschlag hin der Nationalkonvent den Tag durch das Dekret vom 5. Oktober 1793 offiziell in 10 Stunden zu je 100 Minuten, die wiederum je 100 Sekunden enthielten, einteilte. Ebenso hat er die Teilung des rechten Winkels in 100 Grad vorgeschlagen und dessen Einführung im revolutionären Frankreich betrieben. In der Geodäsie wird zum Teil heute noch das Neugrad oder Gon verwendet, ansonsten konnte sich diese Winkelteilung jedoch nicht durchsetzen. Während der sogenannte »Republikanische Kalender« bis zu seiner Abschaffung im Jahre 1805 den französischen Alltag bestimmte und auch in der »Connoissance des Temps« ab September 1795 verwendet wurde, gelang eine Umstellung der Navigationsverfahren und der nautischen Jahrbücher auf den Zehnstundentag und das dezimale Gradsystem nicht. In dem wiederholt zitierten »Supplément« (Callet 1798) fühlt sich Callet dafür zu einer Entschuldigung verpflichtet: *J'aurais bien voulu, dans tous les calculs précédents, faire usage de la nouvelle division du quart-de-cercle; mais la Connaissance des temps et les Tables nautiques n'*étant point encore subordonnés à *cette graduation, les marins n'auraient point été en état de suivre mes calculs. J'ai donc fait usage de l'ancienne ; et je crois que les marins*

doivent en user ainsi jusqu'à ce qu'ils aient des tables nautiques, des cartes hydrographiques, et des instruments gradués suivant la loi centésimale.

20 Exemplarisch hierfür ist die Hinrichtung des bedeutenden Chemikers Antoine Laurent de Lavoisier (1743–1794) durch die Guillotine. Der Vorsitzende Richter des Revolutionstribunals soll dabei gesagt haben: *La république n'a pas besoin de savants et de chimistes, le cours de la justice ne peut être suspendu* (Die Republik braucht keine Gelehrten und Chemiker, der Lauf der Justiz kann nicht aufgehalten werden). Dieser Ausspruch beleuchtet den zunehmend pervertierten Revolutionsgeist jener Jahre. Lagrange soll dem anlässlich der Exekution seines Freundes und Kollegen Lavoisier entgegengesetzt haben: *Il a fallu un instant pour couper sa tête, et un siècle ne suffira pas pour en produire une si bien faite* (Es dauerte nur einen Augenblick seinen Kopf abzuschlagen, und ein Jahrhundert wird nicht ausreichen, um einen so großen Geist hervorzubringen). Der uns später noch begegnende Pierre Lévêque (1746–1814) war in den Wirren der Revolution zweimal gezwungen, vor Verfolgung zu fliehen und sich zu verstecken (Delambre 1816). Auch Jean-Charles de Borda sah sich genötigt, in der Zeit der Schreckensherrschaft auf das Gut seiner Familie in den äußersten Südwesten Frankreichs zu fliehen.

21 Mit aller Vorsicht entspricht das in etwa dem heutigen Wert von 10 000 Euro.

22 Abbé Guillaume-Thomas Raynal (1713–1796).

23 Vgl. Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences 1789, S. 497ff.

24 *Trouver, pour la réduction de la distance apparente de deux astres en distance vraie, une méthode sûre et rigoureuse, qui n'exige cependant dans la pratique que des calculs simples et à la portée du plus grand nombre de navigateurs.*

25 Bereits in den Jahren 1567 und 1598 setzten die spanischen Könige hohe Belohnungen für die Lösung des sogenannten Längenproblems aus. 1636 folgte Holland. Ziemlich zur gleichen Zeit erhielt der Franzose Jean-Baptiste Morin (1583–1656) 2000 Livres für seine Bemühungen in dieser Sache. Berühmt wurde der in England 1714 zunächst in Höhe von 20 000 Pfund ausgesetzte und vom Board of Longitude zu vergebende Preis. Tobias Mayer erhielt für seine Mondtabellen 1765 posthum immerhin 3000 Pfund von diesem Ausschuss.

26 Vgl. Lalande 1793, S. 63.

27 Joseph-Louis de Lagrange (1736–1813), als Italiener französischer Abstammung geboren, 20 Jahre lang, einem Ruf Friedrichs des Großen folgend, Direktor der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften in Berlin, dann in Paris tätig. Von ihm stammen die grundlegenden und folgerichtig nach ihm benannten Lagrange-Gleichungen der klassischen Mechanik. Während der Französischen Revolution als Ausländer von Repressionen bedroht, wurde er später seiner Verdienste wegen unter Napoleon zum französischen Grafen und Senator ernannt, war Mitglied der Ehrenlegion und wurde schließlich im Pantheón in Paris begraben.

28 *Le prix a été décerné à la pièce n°. 4, ayant pour épigraphe, « Le trident de Neptune est le sceptre du monde ». Son auteur est Jean-François Richer, ingénieur breveté de l'académie. Cette pièce renferme un mémoire et un instrument. L'instrument convertit avec une extrême précision la distance apparente de deux astres en distance vraie, et donne encore la solution des triangles sphériques en les réduisant à des triangles rectilignes. Le citoyen Richer a fait usage des divisions inégales, mais sans transversales : il est parvenu par des moyens nouveaux à obtenir ces mesures délicates à la précision de cinq secondes. Le mémoire qu'il a présenté indique une méthode d'approximation qui peut dispenser d'une précision trop rigoureuse dans la construction de son instrument: cette méthode le mettra par-là plus à la portée des moyens d'un plus grand nombre de navigateurs. Le citoyen Richer a reconnu que les principes de construction de son instrument, ainsi que la méthode d'approximation, appartenaient à une théorie analytique, ingénieuse, et simple, dont l'auteur est et un géomètre illustre ; et c'est un nouvel exemple de l'utilité des sciences abstraites et des droits que ceux qui les cultivent ont à la reconnaissance publique* (Callet 1798, S. 9).

29 Es existiert jedoch ein von Cornelis Douwes (1712–1773) entwickeltes Verfahren zur Berechnung der Ortszeit aus zwei zu beliebigen Zeiten genommenen Höhen der Sonne oder eines anderen Gestirns.

30 Shepherd 1772. Die sogenannten »Cambridge Tables« wurden zum Teil auch nach ihrem Herausgeber als »Shepherd Tables« bezeichnet. Sie hatten einen Umfang von ungefähr 1100 Seiten. Eine graphische Version der Tabellen stammt von George Margetts (Margetts 1790).

31 Es gibt eine Ausnahme. Die noch zu besprechende Navigationslehrerin Janet Taylor (1804–1870) hat in ihren »Lunar Tables« (Taylor 1834) die »Cambridge Tables« aufgespalten und geschickter angeordnet, so dass deren Benutzung wesentlich handlicher wurde.

32 Dieselbe Idee steht hinter graphischen Verfahren zur Durchführung der Reduktion der scheinbaren auf die wahre Monddistanz. Besonders sind hier die beiden Franzosen Nicolas-Louis de Lacaille (1713–1762), ein Pionier der Monddistanzen, und Jacques-Rémy Maingon (1765–1809) zu nennen. Auch die graphischen Verfahren haben sich in der praktischen Anwendung nicht durchsetzen können.

33 Zitiert nach Croucher/Croucher 2016: *Three of the problems proposed by Mrs. Janet Taylor have been worked with the Mariner's Calculator, and the results obtained have ill agreed with the truth. Perhaps this may have arisen from the imperfect construction of the instrument, to which she alludes, but if it were well made and the results accurate, the difficulty which the clumsy fingers of the seamen would find in small measurements with compasses and the impracticability of measuring circular arcs would always render it objectionable.*

34 Vgl. Le Guin et al. 1790 und Annales des Arts 1804. Finanziell war die Erfindung für Le Guin aber durchaus nicht ohne Erfolg. Er bekam von der französischen Marine einen Auftrag über 50 Geräte zu einem Preis von insgesamt 8000 Livres, eine Summe, die man vielleicht mit heutigen 60 000 Euro vergleichen kann. Sehr viel früher schon war die Entwicklung des Instruments vom Marineministerium mit 1000 Livres unterstützt worden (Boistel 2016).

35 Bis zur Meridiankonferenz 1884 in New York waren viele Bezugsmeridiane für die Angabe der geographischen Länge und für den Zeitstandard im Einsatz. Die Meridiankonferenz sollte das vereinheitlichen. Trotz der politischen Brisanz des Themas einigte man sich schließlich auf den Meridian von Greenwich als allgemein verbindliche Bezugslinie. Frankreich hat sich mit dieser Festlegung lange Zeit schwergetan. Erst im Jahr 1911 wurde der Meridian von Greenwich per Gesetz auch in Frankreich als Nullmeridian akzeptiert.

36 Die Länge von 52° 12′ W entspricht einer Zeit von 3 Stunden, 28 Minuten und 48 Sekunden, die wir der Ortszeit – wir befinden uns westlich des Nullmeridians – hinzurechnen müssen.

37 Der Indexfehler entsteht, wenn Horizont- und Indexspiegel des Sextanten bei Nullstellung der Alhidade nicht genau parallel stehen. Unter der Kimmtiefe versteht man den Fehler, der aus der Messung gegen den Horizont entsteht, wenn der Sextant in einer gewissen Höhe oberhalb der Erdoberfläche benutzt wird, der Augenhöhe. Dadurch wird der Winkel zwischen Horizontebene und dem angepeilten Gestirn zu groß gemessen. Eine Korrekturtabelle für die Kimmtiefe in Abhängigkeit von der Augenhöhe findet sich in der »Connoissance des Temps« von 1791 auf S. 152. Da sich alle Größen der nautischen Jahrbücher auf die Mittelpunkte von Sonne, Mond und Planeten beziehen, die Höhenmessung notwendigerweise aber immer mit dem Unter- oder Oberrand erfolgt, muss das so gewonnene Ergebnis noch um den Radius des Himmelskörpers korrigiert werden. Die Halbmesser von Sonne und Mond wurden in der »Connoissance des Temps« von 1791 für jeden Tag des Monats tabelliert.

38 Méchain 1789. Die zeitunabhängigen Korrekturtafeln für die Höhen sind auf S. 155 (Mond) bzw. S. 153 (Sonne) abgedruckt. Die Tagesseiten für die Stellung der Gestirne im Juni 1791 beginnen auf S. 68. Hier findet man auf S. 72 auch die Horizontalparallaxe des Mondes für den wahren Mittag und die wahre Mitternacht. Trotz Revolution war die »Connoissance des Temps« für das Jahr 1791 noch königlich, weil sie vor dem Sturm auf die Bastille errechnet und gedruckt worden war.

39 In bestimmten Konstellationen reicht die lineare Interpolation nicht aus; dann müssen zur

Bestimmung der Zeit am Nullmeridian zusätzlich die sogenannten zweiten Differenzen herangezogen werden. Berücksichtigt man für unser Beispiel die zweiten Differenzen, so ändert sich das Ergebnis um 5 Zeitsekunden auf 17:28:52 Uhr. Diese Korrektur entspricht in der Länge einer Verschiebung um 75″ nach Osten, etwa eine nautische Meile. Angesichts der Messungenauigkeiten ist das zu vernachlässigen. In klassischen Zeiten war die Interpolation eine relativ aufwendige Sache. Später wurden zur Erleichterung der Interpolation nicht nur die Monddistanzen, sondern auch deren *proportionale Logarithmen* in den nautischen Jahrbüchern angegeben. Damit lassen sich bei der Anwendung des Dreisatzes die erforderliche Multiplikation und Division auf Addition und Subtraktion zurückführen. Für die Ermittlung der zweiten Differenzen gab es Tabellen, vgl. z.B. Domke/Canin 1910, Tab. 46.

40 Vgl. z.B. die Paragraphen 17, 18 und 33 in Röhl 1778 und das Kapitel »Of the Variation of the Compass« in Moore 1791.

41 Auf den Schenkeln ist als Skala der Kosinus des halben angegebenen Winkels aufgetragen; vgl. Formeln (5) und (6). Deshalb müssen alle in Verbindung mit dem Sinussatz abgemessenen Winkel zunächst verdoppelt werden, damit sie den Sinussatz erfüllen. Während für die Deklination und Höhe der Kosinus zur Anwendung kommt, dem die aufgetragenen Skalenwerte entsprechen, muss für den Ortsstundenwinkel und das Azimut zusätzlich das Komplement des abgelesenen (doppelten) Winkels zu 180° gebildet werden; vgl. Formel (7). Dem Ortswinkel $t = 30°$ entspricht also die Spanne vom Zirkelscharnier bis zum mit 120° bezeichneten Skalenpunkt, genauso wie dem Ortswinkel von 40° der Abstand vom Scharnier bis zum Skalenwert von 100° entspricht.

42 Wegen der unbefriedigenden Lösung der Aufgabe schlägt Callet in seinem »Supplément« eine Erweiterung für den trigonometrischen Zirkel vor. Diese besteht in zwei alternativ zu den Zungen einsetzbaren Linealen, die die Schenkel verbinden und auf je zwei Läufern in der Führung für die Zungen der Aufgabe entsprechend positioniert werden können. Diese Konstruktion vermeidet die Verwendung des zusätzlichen, gewöhnlichen Zirkels und macht die Anwendung von Sinus- und Strahlensatz einfacher.

43 Admiral Marcq de Blond de Saint-Hilaire (1832–1889). Seine Methode ist in gewisser Weise die Fortentwicklung der Methode von Sumner. Während bei Letzterer die Standlinie eine Sehne des Höhenkreises ist, ist es bei Saint-Hilaire die Tangente an den Kreis gleicher Höhe. Bei der Berechnung der Sumner-Linie muss der Ortsstundenwinkel aus der gemessenen Gestirnshöhe, der geschätzten Breite und der aus dem nautischen Jahrbuch entnommenen Deklination ermittelt werden. Gegeben sind drei Seiten, gesucht ein Winkel – das ist die Paradeaufgabe für den trigonometrischen Zirkel.

44 Als Standlinie wird die Linie bezeichnet, auf der sich das Schiff irgendwo befindet. In der astronomischen Navigation hielt die Standlinie erst im 19. Jahrhundert mit den Verfahren von Sumner und Saint-Hilaire Einzug. Für die Zeit davor kann man nur von einer »Punktnavigation« sprechen, weil die Koordinaten des Schiffsortes Gegenstand der navigatorischen Bemühungen waren. Genau genommen ist natürlich auch die Mittagsbreite eine Standlinie, nämlich eine genau ostwestlich verlaufende Linie. Analoges gilt für die durch Monddistanzen oder Chronometer ermittelte Länge; sie lässt sich als eine nordsüdlich verlaufende Standlinie verstehen. Im Unterschied dazu nehmen die Standlinien im heutigen Sinne beliebige Richtungen an. Die Einführung der Standlinien im 19. Jahrhundert muss man als Paradigmenwechsel in der astronomischen Navigation bezeichnen.

45 Vgl. Albrecht/Vierow 1913 oder Damm et al. 2006.

46 Das Polardreieck wird wie folgt konstruiert: Jeder Seite des sphärischen Dreiecks entspricht ein Großkreis, der in einer Ebene mit dem Kugelmittelpunkt liegt. Errichtet man senkrecht zu dieser Ebene im Kugelmittelpunkt die Lotrechte, dann durchstößt diese die Kugel an zwei Punkten. Einer der Punkte liegt in Relation zu dem ursprünglichen Dreieck »außen«. Konstruiert man nun zu allen drei Seiten diesen »äußeren« Punkt, so bilden die drei Punkte die Eckpunkte des Polardreiecks.

47 Callet 1798, S. 29ff. Die Methode wurde in ähnlicher Weise von Le Guin für seinen trigonometrischen Zirkel angewendet.
48 Callet 1798, S. 9 (vgl. Anm. 28).
49 Lévêque 1803, S. 495f.
50 Lalande 1803 gibt den Zeitpunkt der Verbesserung mit 1802 an (S. 877), Marguet 1931 nimmt dafür bereits 1801 an (S. 246).
51 Marguet 1931, S. 246: *Richer l'améliora en 1801. Enfin il coûtait très cher.* Marguet gibt im Übrigen die Genauigkeit der mit der ursprünglichen Version des trigonometrischen Zirkels ermittelten Länge mit 30′ an, was einer Präzision des Gerätes von ≤ 1′ entspricht. Das korrespondiert in etwa mit den von Callet mitgeteilten Werten.
52 Lalande 1793, S. 63.
53 Callet 1798, S. 10.
54 Delambre 1804, S. 147.
55 Lalande 1803, S. 878. Die 600 Francs entsprechen den bei Zach genannten 100 Laubthalern.
56 Der englische Instrumentenmacher Jesse Ramsden (1735–1800) erhielt vom Board of Longitude für die von ihm konstruierten Teilungsmaschinen insgesamt 1015 Pfund, in heutigem Gelde vielleicht mit knapp 200 000 Euro zu vergleichen. Das spiegelt die Bedeutung wider, die man den Teilungsmaschinen für die Herstellung von Sextanten und anderen astronomischen Beobachtungsinstrumenten damals beimaß.
57 Jean-Charles de Borda, Seeoffizier und Wissenschaftler. Als französischer Offizier nahm er am Siebenjährigen Krieg und am Amerikanischen Unabhängigkeitskrieg teil. Aus der wissenschaftlichen Arbeit heraus ist sein Name mit einem der wichtigsten Verfahren zur Reduktion der Monddistanzen und mit dem Repetitions- oder Bordakreis zur Messung von Winkeln verbunden. Auf seinen Vorschlag hin wurde die heute allgemein verwendete Längeneinheit »Meter« genannt. Viele weitere Erfindungen und wissenschaftliche Arbeiten runden sein Wirken ab.
58 Heute wird mit den gleichen Argumenten gegen die alleinige Verwendung von GPS, elektronischen Seekarten und Routingprogrammen argumentiert. Ganz unbegründet ist diese Furcht nicht, wie die Strandung der VESTAS WIND beim Volvo Ocean Race 2014–2015 auf einer eigentlich kartographierten 30 Seemeilen langen Untiefe, den Cargados Carajos Shoals, zeigt (Oxenbould et al. 2015).
59 In der bereits zitierten Kritik von Sir Francis Beaufort am »Mariner's Calculator« von Taylor (vgl. Anm. 33) wird weiter unten in das gleiche Horn gestoßen. Beaufort schreibt dort: *Even if the instrument performed all that it stated it is not worthy of their Lordships patronage from the mischievous tendency which it evidently has of inducing a slovenly and empirical Mode of working observations and leaving the operator totally in the dark as to the reason of his proceeding.*
60 Académie des Sciences (France) 1901, S. 441–443, Zitat S. 442; es handelt sich hier um die Sitzung der mathematisch-physikalischen Klasse (Classe des sciences physiques et mathématiques): *Cependant l'usage du compas de Richer, qui peut au besoin suppléer au calcul, ne doit pas généralement en tenir lieu, ni dispenser les marins de se familiariser avec les méthodes rigoureuses, qui, sans l'emploi d'aucun moyen mécanique, fournissent des résultats immédiatement déduits de l'observation ; il est très utile de l'employer concurremment avec ces méthodes, comme moyen de vérification et pour connaître s'il ne s'est pas glissé dans le calcul quelque erreur, qui puisse tirer à conséquence ; c'est en cela peut-être que consiste sa plus grande utilité.*
61 Lévêque 1803, S. 498: *L'Institut national est spécialement destiné à la propagation des lumières. N'y aurait-il pas quelque inconvénient à introduire dans un art de cette importance des moyens qui semblent tendre à un but opposé? – Il faut sans doute des moyens pour tous les esprits ; mais nous ne pouvons dissimuler que les méthodes graphiques et instrumentales, quelque savantes et ingénieuses qu'elles soient, ont cela de dangereux, qu'elles habituent*

à un travail en quelque sorte automatique des hommes qui n'y sont déjà que trop disposés. … Il est temps que les marins cessent de regarder les sciences mathématiques et physiques comme inutiles à la pratique de la navigation et à ses progrès. Sans le secours des sciences, la marine seroit encore dans l'enfance. … Nous pensons que cette méthode peut être souvent utile, en fournissant un moyen de contrôle et de vérification pour des calculs déjà faits. Mais nous dirons en même temps que les navigateurs ne doivent pas se prévaloir de ce moyen mécanique, pour se dispenser d'apprendre les méthodes de calcul ; qu'au contraire, ils doivent se les rendre de plus en plus familières, et réserver les méthodes graphiques pour vérifier leurs opérations.

62 Lévêque bezieht sich hier in erster Linie auf die graphische Methode von Maignon, hat aber ein paar Zeilen weiter oben betont, dass für den trigonometrischen Zirkel von Richer dasselbe gelte.

63 Callet 1798, S. 33f.: *L'usage de cet instrument peut, au besoin, suppléer au calcul ; mais il ne doit pas en tenir lieu; il doit au contraire marcher de front avec l'emploi de la méthode du citoyen Borda, et donner à très peu près les mêmes résultats. Ainsi la distance de deux astres étant corrigée suivant la méthode de Borda, au lieu de refaire un nouveau calcul pour s'assurer de l'exactitude du premier, on pourra appliquer l'instrument à la vérification du calcul déjà fait. Si les résultats donnés par le calcul et par l'instrument sont à peu de chose près les mêmes, on sera assuré que l'erreur du calcul, s'il y en a, ne peut rouler que sur quelques secondes : or de telles erreurs ne sont nullement dangereuses. Mais si cette identité de résultats n'avait pas lieu, il y aurait dans le calcul une faute capitale qu'il faudrait corriger, soit en recommençant le même calcul, soit en y appliquant l'une des trois autres formules qui remplissent le même objet. Une objection qu'on pourrait faire contre l'usage de l'instrument dont il s'agit c'est que la plupart des marins, qui préfèrent les manœuvres aux méditations s'en tiendront aux seules pratiques de cet instrument, et abandonneront totalement celle du calcul. Si cela arrivait, cet instrument, quelque précieux qu'il soit, employé comme vérificateur, deviendrait un moyen bien dangereux par l'emploi qu'on en ferait exclusivement à tout autre. Mais ne peut-on pas prévenir un tel abus? ne peut-on pas tenir la main à ce que, dans les voyages de long cours, les capitaines de navires emploient la méthode de Borda? Chacun d'eux fait ou doit faire un journal contenant les circonstances de sa navigation : ne peut-il pas être tenu, à son arrivée dans un des ports de la république, de déposer ce journal entre les mains d'un examinateur chargé d'en rendre compte? (Nous avons dans presque tous nos ports des professeurs de mathématiques et d'hydrographie capables de remplir cette fonction). Une loi, s'il le faut, peut être rendue à cet égard ; et cette loi, bien circonstanciée, rendrait de grands services à la marine et au commerce.*

Anschrift des Verfassers:
Dr. Ottfried Thümmel
Hermann-Balk-Str. 92a
22147 Hamburg
Deutschland
E-Mail: ottfried.thuemmel@sailors-knot.de

Citizen Richer's Trigonometric Compass: An Episode from the History of Navigation

Summary

The new spirit of discovery that took hold in Europe in the eighteenth century logically brought in its wake impressive developments in navigational methods and instruments. This was the case particularly with respect to the long unsolved matter of determining longitudes at sea, the so-called longitude problem.

The use of lunar distances to determine the geographical longitude of ship locations was proposed as far back as the early sixteenth century. The method's practical application, however, long came to naught for three reasons: it was not yet possible to measure the distances between the moon and other celestial bodies with sufficient accuracy, nor did navigators know how to calculate these distances in advance and tabulate them with the necessary precision. What is more, the calculating procedures for reducing the apparent lunar distance to the true lunar distance were too complicated for practical use at sea.

In the eighteenth century, the invention of the octant by Hadley (1733) and that instrument's subsequent further development into a sextant as well as the trailblazing algorithm for the precise precomputation of the lunar position developed by Tobias Mayer in the 1750s solved the first two of the above-described problems. At the instigation of Nevil Maskelyne, the *Nautical Almanac* was published in England from 1767 onward with lunar distances precomputed according to Mayer's method. And in the second half of the century, the calculation methods for correcting the apparent lunar distance were considerably simplified and adapted for use at sea. In this regard, the methods by Lyons, Witchell, Dunthorne and Borda are especially worthy of note. At the same time, however, the calculations continued to pose a challenge for those of the seamen possessing little disposition for mathematics.

Alternative methods for reducing the lunar distance were therefore sought with the aim of making longitude determination common practice on all ships and thus increasing safety at sea. Apart from tabular and graphic methods, purely mechanical methods offer a viable alternative for carrying out these calculations. In the first half of the nineteenth century, the English navigation teacher Janet Taylor realized this approach in all its consequences with her "Mariner's Calculator", which consists in a three-dimensional replica of the geometrical configuration of the reduction problem. Also deserving of mention in this context is Etienne Le Guin and his "Compas Trigonométrique".

In the early 1790s, Jean-Francois Richer pursued a completely different approach with his trigonometric compass. Taking as his point of departure an idea introduced by the famous physicist and mathematician Joseph-Louis de Lagrange, he reduced the calculations of spherical geometry to a two-dimensional slide-rule solution. The ingenious device is based on the stereographic projection of the sphere on the plane in conjunction with a means of shifting of the projection plane to correspond with the specific constellation. Richer's instrument not only enabled the reduction of the apparent lunar distance to the true lunar distance, but also the simple solution of all calculations occurring in astronomical navigation.

Yet however ingeniously this device had been conceived, it never caught on in practical everyday navigation on board. In part, the reasons are presumably to be sought in the nautical establishment's resistance to mechanical and graphic methods. The device itself also exhibited weaknesses in its construction and practical application. And the lack of the instrument's acceptance may ultimately also have had to do with its high cost and the insufficient efforts made to market it.