

### Informationskriterien zur latenten Klassenidentifikation für Multiple Indicator Growth Mixture Models

Krause, Thomas

Veröffentlichungsversion / Published Version

Arbeitspapier / working paper

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Krause, T. (2019). *Informationskriterien zur latenten Klassenidentifikation für Multiple Indicator Growth Mixture Models*. (Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart -SISS-, 46). Stuttgart: Universität Stuttgart, Fak. 10 Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Institut für Sozialwissenschaften. <https://doi.org/10.18419/opus-10599>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer CC BY Lizenz (Namensnennung) zur Verfügung gestellt. Nähere Auskünfte zu den CC-Lizenzen finden Sie hier:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de>

#### Terms of use:

This document is made available under a CC BY Licence (Attribution). For more Information see:  
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

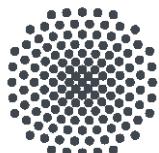
**SISS:**

**Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften  
der Universität Stuttgart**

**No. 46 / 2019**

***Informationskriterien zur latenten  
Klassenidentifikation für  
Multiple Indicator  
Growth Mixture Models.***

***Thomas Krause***



**Universität Stuttgart**

**Abteilung für Soziologie  
und empirische Sozialforschung**

**SISS:**  
**Schriftreihe**  
**des Instituts für Sozialwissenschaften**  
**No. 46 / 2019**

Informationskriterien zur latenten Klassenidentifikation  
für Multiple Indicator Growth Mixture Models.

Thomas Krause

**ISSN 2199-7780**

Universität Stuttgart  
Institut für Sozialwissenschaften  
Abt. f. Soziologie u. empirische Sozialforschung  
70174 Stuttgart



**Thomas Krause**

**Informationskriterien zur latenten Klassenidentifikation für Multiple Indicator Growth Mixture Models.**

SISS-Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart. No. 46/2019.  
(<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/dokumente/forschung/siss/SISS46.pdf>)

**Z U S A M M E N F A S S U N G:** In dieser Arbeit werden Informationskriterien für die Klassenidentifikation im Rahmen von Multiple Indicator Growth Mixture Modellen evaluiert. Diese Identifikation von latenten Verlaufsklassen wird unter den Simulationsbedingungen von fehlender Invarianz der Messung und unterschiedlichen Klassendistanzen bewertet. Die dabei verwendeten Daten basieren auf einer Monte-Carlo-Simulationsstudie. Dieses Paper erweitert bisherige Ergebnisse dahingehend, dass ein breiteres Spektrum an IC-Indizes evaluiert wird. Dabei werden alle bisher vorgeschlagenen IC-Maße auf ihre Fähigkeit zur Klassenidentifikation untersucht und mit neueren Vorschlägen in Bezug gesetzt. Darunter auch der Hierarchical BIC, welcher die latente Klassenstruktur explizit bei seiner Berechnung berücksichtigt. Die Auswertungen der Simulationsergebnisse zeigen, dass der Hierarchical BIC eine gänzlich andere Identifikationsstruktur aufweist als alle anderen betrachteten IC-Indizes und besonders bei geringer Distanz zwischen den Verlaufsklassen vergleichsweise gute Ergebnisse liefert.

**Schlagworte:** Growth Mixture Modell; Multiple Indicator; Messinvarianz; Monte Carlo Simulation; Hierarchischer BIC.

**Thomas Krause**

**Information Criteria for Latent Class Identification in Multiple Indicator Growth Mixture Models**

SISS-Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart. No. 46/2019.  
(<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/dokumente/forschung/siss/SISS46.pdf>)

**A B S T R A C T:** This paper evaluates information criteria for class identification in multiple indicator growth mixture models. This identification of latent classes is evaluated under the simulation conditions of missing invariance of the measurement and different class distances. The data of this assessment is based on a Monte Carlo simulation study. This paper extends previous results by evaluating a broader range of IC-Indices. All previously proposed IC measures are examined for their ability to identify latent classes and compared with more recent proposals. These include the Hierarchical BIC, which explicitly takes the latent class structure into account. The evaluations of the simulation results show that the Hierarchical BIC has a completely different identification structure than all other IC-Indices and provides comparatively good results with small distances between the latent classes.

**Keywords:** Growth Mixture Model; multiple indicator; measurement invariance; Monte Carlo simulation; Hierarchical BIC.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2 GMMs und MIGMMs - Idee</b>	<b>3</b>
2.1 Klassenanzahlbestimmung u. bisherige Ergebnisse . . . . .	4
<b>3 Untersuchte IC-Maße im Überblick</b>	<b>6</b>
3.1 Hierarchical BIC . . . . .	7
3.2 Annahmen zur Leistungsfähigkeit der IC-Maße . . . . .	8
<b>4 Simulationskonfiguration</b>	<b>8</b>
<b>5 Simulationsergebnisse</b>	<b>10</b>
<b>6 Fazit und Diskussion zu den IC-Maßen</b>	<b>14</b>
<b>7 Literatur</b>	<b>15</b>
<b>A Anhang</b>	<b>17</b>

## 1 Einleitung

Multiple Indicator Growth Mixture Modelle (MIGMM) und deren Fähigkeit latente Wachstumsverlaufsmuster aufzudecken wurden bis vor Kurzem kaum umfangreich genug betrachtet und evaluiert. Bisher existieren nur zwei Arbeiten, welche die Klassenidentifikation anhand von IC-Indizes explizit für den Anwendungsfall von MIGMMs systematisch betrachtet haben (Kim & Wang (2017) und Krause (2019)). Diese Studien haben bisher allerdings nur eine Auswahl von IC-Indizes betrachtet.

Diese Arbeit soll mit fünf klassischen IC-Indizes und einem explizit auf Mischverteilungsmodelle zugeschnittenem IC-Maß die bisher breiteste Gegenüberstellung für den Anwendungsfall von MIGMMs liefern. Damit kann dieses Paper als eine Erweiterung der Studie von Krause (2019) verstanden werden, da auf die identische Simulations-Datenbasis zurückgegriffen wird. Allerdings wird in dieser Arbeit ein breiteres Spektrum an IC-Indizes zur Klassenidentifikation untersucht und in Bezug zu den vorangegangen Ergebnissen gesetzt. Dabei wird ein besonderes Augenmerk auf den sogenannten Hierarchical BIC gelegt. Durch seine auf Mischverteilungsmodelle ausgelegten Berechnung stellt er ein vielversprechendes Maß für bessere Klassenidentifikationsraten im Rahmen von MIGMMs dar. Zur Evaluation der IC-Maße wird auf Daten einer Monte Carlo Simulation zurückgegriffen, welche unter anderem die Klas-

sendistanz zwischen den latenten Wachstumsverläufen und dem Grad der Äquivalenz der Messmodelle systematisch variierte.

## 2 GMMs und MIGMMs - Idee

Die Modellklasse der Growth Mixture Models (GMM) vereint das Konzept von Wachstumskurvenmodellen und sogenannten Mixture-Modellen, welche latente Klassenstrukturen betrachten. GMMs können somit auch als eine Erweiterung von latenten Wachstumskurvenmodellen (LGC-Modellen) verstanden werden. Die Erweiterung besteht darin, dass nicht nur Mittelwerte und eine Kovarianzenmatrix geschätzt wird, sondern dass sich die unterstellten latenten Gruppen des GMMs hinsichtlich der Mittelwerte und Kovarianzmatrizen unterscheiden können. Die dahinterstehende Idee des Mixture Modeling<sup>1</sup> ist, dass beobachtete Daten mehrere Subpopulationen bzw. latente Klassen repräsentieren können, deren individuelle Parameter anhand der Daten für jede Klasse individuell geschätzt werden können (vgl. Muthén (2001); Tolvanen (2007)).

Als Multiple Indicator Growth Mixture Models (MIGMMs) (auch: Second Order Growth Mixture Model) können Modelle bezeichnet werden, welche für die einzelnen Messzeitpunkte nicht einen manifesten Indikator oder einen gemittelten Composite Score verwenden, sondern ein latentes Messkonstrukt. Die Nutzung von latenten Konstrukten zu den einzelnen Messzeitpunkten ist mit einer Reihe von Vorteilen verbunden, welche auch den Mixture-Part von GM-Modellen positiv beeinflussen können. Dazu zählen unter anderem:

- die ausschließliche Berücksichtigung von reliabler Varianz bei der Klassenextraktion;
- die Überprüfung und Aufhebung von Messinvarianzannahmen;
- die Korrektur von Nicht-Normalverteilung durch Decken- und Bodeneffekte oder andere Anomalien der Messung

(vgl. Krause, 2019: 32 ff.).

---

<sup>1</sup>Der Begriff «Mixture» bezieht sich darauf, dass es sich um eine «Mischung» von unbeobachteten Subpopulationen bzw. um eine Zusammensetzung aus unbeobachteten Gruppen handelt (vgl. Nagin, 2010: 57). In der Regel sind damit Growth-Mixture-Verteilung mit einer Mischung von Normalverteilungen von Populationenverläufen gemeint (vgl. Wickrama, 2016: 191). Dabei kann man sich die latenten Klassen als eine Form von Zusammenstellung der Analyseeinheiten aus heterogenen Populationen vorstellen, was den Oberbegriff der «finite mixture models» erklärt (vgl. Rupp, 2013: 531).

Die Vorteile der Modellierung als Multiple-Indikator-Konstrukt treffen damit sowohl auf die generelle Messgenauigkeit zu, als auch auf den eigentlichen Anwendungszweck der GMM Spezifizierung: die Identifikation von latenten Klassen als ein Ausdruck von tatsächlicher inhaltlicher Heterogenität in der Population. Eine systematische Untersuchung der Performanz von MIGMMs durch Simulationsstudien findet sich bis vor Kurzem nur bei Zhang (2016) und Kim & Wang (2017). Durch Krause (2019) wurde eine umfangreichere Performanzanalyse geliefert, welche insbesondere die Fähigkeit zur Klassenidentifikation bei geringer Klassendistanz und fehlender Messinvarianz problematisierte.

## 2.1 Klassenanzahlbestimmung u. bisherige Ergebnisse

Eine grobe Einteilungen von Kennzahlen und Werten zur Identifikation von latenten Klassen umfasst in der Regel die drei Großkategorien:

- Information Criteria Statistics,
- Goodness of Fit Test bzw. Entropy Values,
- Nested Model Tests bzw. Likelihood Ratio Tests.

Daneben können auch alternative Entscheidungsverfahren unterschieden werden, welche auf dem Prinzip der Kreuzvalidierung beruhen. Grimm et al. (2017) schlagen die sogenannte  $k$ -Fold Cross-Validation Technik vor, welche allerdings durch erste Simulationsergebnisse im Kontext von GMMs bzgl. geringer Identifikationsraten und der Notwendigkeit von hoher Klassendistanz problematisiert wird (vgl. He & Fan, 2018: 12). Bezuglich der IC-Maße wurde lange Zeit der aBIC als Maß mit den konsistenten Ergebnissen eingestuft. Bei Nylund et al. (2007) und Tofghi & Enders (2008) zeigt er sich jeweils als zuverlässigster (IC-)Indikator für die Klassenzahl. Auch Henson et al. (2007) identifizieren den aBIC als Maßzahl mit der höchsten Trefferquote. Dabei wurde der aBIC Varianten des LMR sowie entropiekorrigierten Maßzahlen gegenübergestellt. Es zeigte sich, dass der aBIC konsistent die besten Ergebnisse liefert, wobei allerdings alle Maße bei einer zu geringen Fallzahl (ab 500 Fällen) zu ungenau wurden (vgl. Henson et al., 2007: 221 ff.). Diallo et al. (2016) kommen hingegen zu dem Schluss, dass keines der von ihnen untersuchten IC-Maße (CAIC, BIC, SCAIC, aBIC) zu konsistent besseren Ergebnissen kommt. Da die IC-Maße jeweils in unterschiedlichen Daten- und Spezifikationssituationen Vor- und Nachteile aufweisen, sehen sie diese weitestgehend als komplementäre Maße an (vgl. Diallo et al., 2016: 20). Auch Krause (2019) zeigt anhand von Simulationen

zu MIGMMs, dass sich für die betrachteten IC-Maße (AIC, BIC, aBIC) unter verschiedenen Datensituationen kein konsistent überlegenes Maß ausmachen lässt. Für den Anwendungsfall von MIGMMs zeigt der BIC für Datensituationen mit hoher Klassendistanz und invarianter Messstruktur nahezu perfekte Identifikationsraten, wohingegen der aBIC für geringere Klassendistanz bessere Ergebnisse als der BIC zeigte (vgl. Krause, 2019: 174 ff.).

Für Nested Model Tests wurde der BLRT bis vor Kurzem als optimales Maß eingeschätzt, welches auch den gängigen IC-Maßen überlegen ist. Nylund et al. (2007) machen anhand ihrer Simulationsstudien zu GMMs den BLRT als den konsistentesten Indikator für die korrekte Klassenzahl aus (vgl. Nylund et al., 2007: 564). Peugh & Fan (2012) kommen zu einem ähnlichen Ergebnis, wobei der BLRT insbesondere bei komplexen Wachstumsverläufen gut abschneidet (vgl. Peugh & Fan, 2012: 223). Liu & Hancock (2014) können für den BLRT (und eine Variante des LMR) ab einer Fallzahl über 700 perfekte Identifikationsraten ausmachen (vgl. Liu & Hancock, 2014: 570).

Einen Kontrapunkt hierzu setzt allerdings Diallo et al. (2016). Anhand verschiedener Simulationskonfigurationen zeigte sich, dass der BLRT (wie auch der LMR und ALMR) durchweg geringere Trefferquote bei der Klassenidentifikation aufzeigten wie die untersuchten IC-Maße (vgl. Diallo et al., 2016: 20). Auch aktuelle Simulationsstudien bzgl. der Berücksichtigung von Kovariaten bei der Klassenidentifikation mehren Zweifel an der noch anfangs unterstellten (sehr guten) Performanz des BLRT (vgl. Diallo et al., 2017: 43). Auch Krause (2019) kann für den Anwendungsfall von MIGMMs zeigen, dass der BLRT keine wesentlich besseren Identifikationsraten aufweist wie die untersuchten IC-Indizes (insb. aBIC und BIC). Ein weiteres Problem des BLRT ergibt sich aus seiner Anfälligkeit hinsichtlich nicht normalverteilten Daten und Modellkomplexität. Daran sind, vor allem, fehlende Modellkonvergenz sowie suboptimale lokale Lösungen schuld (vgl. Wickrama, 2016: 215). Falls Modellschätzungen zu keiner (konvergierenden) Lösung kommen, können auch keine Vergleiche zwischen dem Modell mit  $k-1$  und  $k$  vielen Klassen berechnet werden. Auch lokale Lösungen führen zu einer Verzerrung des LL-Werts und damit in Folge zu einem nicht angemessenen p-Wert des BLRT.

Trotz zahlreicher Simulationsstudien im Kontext von (MI)GMMs ist noch kein bestes Maß für die Identifikation von latenten Klassen auszumachen. Daher lohnt sich die weitere Forschung zu geeigneten Maßen, welche unter möglichst vielen Datensituationen konsistent gute Trefferraten aufweisen.

### 3 Untersuchte IC-Maße im Überblick

Die verschiedenen Information Criteria Maße (IC-Maße) werden anhand der Werte von Devianz (bzw.  $-2 * \text{Log-Likelihood}$  (LL)), der Anzahl an geschätzten Modellparametern (p) und der Fallzahl (n) (Ausnahme AIC) berechnet (vgl. Peugh & Fan, 2012: 206 f.). Somit wird bei der Berechnung der IC-Werte anhand der Devianz sowohl nach der Modellkomplexität (gemessen durch die Parameteranzahl) als auch nach der jeweiligen Fallzahl korrigiert (vgl. Wickrama, 2016: 213 f.). Allgemein deuten geringere Werte der IC-Maße auf eine bessere Passung des Modells (bzw. der Anzahl der latenten Klassen eines Models) hin. Damit zeigen geringere IC-Werte auch die Anzahl von latenten Klassen bei GM-Modellierungen an. Für den Modellvergleich können allerdings keine klaren Grenzwerte angegeben werden. Der Vergleich muss immer relativ zur jeweiligen Datensituation und Modellstruktur betrachtet werden. Kleine Werte zeigen bei der identischen Datenbasis eine bessere Passung an und können somit zur Auswahl der korrekten Klassenanzahl im Rahmen von Growth Mixture Modellen herangezogen werden. Zu den wichtigsten und am häufigsten eingesetzten Informationskriterien zählen der AIC und das Bayesian Information Criterion (BIC) sowie diverse Modifikationen dieser Maßzahlen, wie das Sample-Size Adjusted BIC (aBIC/SSABIC)(vgl. Sclove, 1987), Haughton's BIC (HBIC) (vgl. Haughton et al., 1997: 1484) oder das Consistent AIC (vgl. Bozdogan, 1987). Die Formeln dieser zentralen IC-Maße sind hierbei wie folgend definiert:

$$AIC = -2LL + 2 * p \quad (1)$$

$$CAIC = -2LL + p * (\log(n) + 1) \quad (2)$$

$$BIC = -2LL + p * \log(n) \quad (3)$$

$$aBIC/SSABIC = -2LL + p * \log\left(\frac{n+2}{24}\right) \quad (4)$$

$$Haughton's - BIC(HBIC1) = -2LL + p * \log\left(\frac{n}{(2 * \pi)}\right) \quad (5)$$

(vgl. Nylund et al., 2007: 545)(vgl. Haughton et al., 1997: 1484). Wobei LL für den logarithmierten Likelihoodwert, p für die Anzahl der Modellparameter und n für die Fallzahl steht. Da kleinere Werte eine bessere Passung widerspiegeln, bestrafen diese IC-Maße hohe Modellkomplexität (tlw. im Verhältnis zur Fallzahl).

### 3.1 Hierarchical BIC

Alle bisher dargestellten Informations-Indizes (bis auf den AIC) bestrafen proportional zur gesamten Fallzahl jeden zusätzlichen Modellparameter. Dabei wird jedoch ignoriert, dass für die Berechnung von klasseninternen Parametern nur die relevanten Fälle der jeweiligen latenten Klasse herangezogen werden, welche bei einer latenten Klassenstruktur (welche mehr als eine latente Klasse beinhaltet) immer kleiner ausfallen werden als die Fallzahl der gesamten Stichprobe. Der einfache BIC bestraft exemplarisch jeden zusätzlichen Modellparameter durch den Term  $p * \log(n)$  mit der gesamten Fallzahl der Stichprobe. Damit wird implizit angenommen, dass Schätzung jedes Modellparameters auf der gesamten Fallzahl der Stichprobe beruht (vgl. Gollini & Murphy, 2014: 577). Die latente Klassenstruktur bleibt bei der Berechnung der klassischen IC-Indizes unberücksichtigt.

Der durch Zhao et al. (2013) vorgeschlagene Hierarchical BIC (siehe auch Zhao (2014) u. Zhao et al. (2015)) umgeht die Problematik der überproportionalen Parameterbestrafung indem er die Klassenanteilsverhältnisse bei der Berechnung des Indizes berücksichtigt. Dabei wird ein zusätzlicher Modellparameter einer latenten Klasse nur mit der effektiven Fallzahl, welche diese latente Klasse beinhaltet, berücksichtigt.

Der Hierarchical BIC ist dabei über die Formel:

$$Hier.BIC(HBIC2) = -2LL + (p_0 + C - 1) * \log(n) + \sum_{c=1}^C \log(n\pi_c) * p_c \quad (6)$$

definiert (vgl. Zhao et al., 2015: 143).

$LL$  steht in dieser Gleichung wiederum für den logarithmierten Likelihoodwert, wo hingegen  $p_0$  und  $p_c$  für die Anzahl gemeinsam geschätzten Parameteranzahl und die klassenspezifische Anzahl an frei geschätzten Parametern stehen.  $C$  bezeichnet hingegen für die Anzahl der latenten Klassen des Mixture-Modells.  $n\pi_c$  symbolisiert die effektive Fallzahl der latenten Klasse, welche sich aus der Modellschätzung und den daraus abgeleiteten Klassenanteilen ergibt.

Aus dieser Gleichung (6) geht auch hervor, dass der Hierarchical BIC (im Weiteren auch: HBIC2) für Modelle mit nur einer latenten Klasse den gleichen Wert annimmt wie der einfache BIC (da  $p_c$  den Wert 0 annimmt und  $p = p_0 + C - 1$ ). Für eine Klassenanzahl von mehr als einer Klasse fällt der Korrekturterm des Hierarchical BIC hingegen kleiner aus als bei der Berechnung des BIC (vgl. Zhao et al., 2015: 143). Die Bezeichnung als «Hierarchical» geht darauf zurück,

dass die Berechnung konzeptionell in zwei aufeinander aufbauende Berechnungen aufgeteilt werden kann. Dabei wird der globale BIC zunächst für die gesamte Stichprobe, inklusive der zu bestimmenden  $\pi_c$  Terme (mit der Beschränkung, dass  $\sum_{c=1}^C \pi_c = 1$ ) berechnet und in einem zweiten Schritt der lokale BIC für jede latente Klasse mit der jeweiligen effektiven Fallzahl bestimmt (vgl. Zhao et al., 2013: 1875).

Diese explizite Berücksichtigung der latenten Klassenstruktur hebt den Hierarchical BIC von den anderen IC-Maßen ab, welche nicht explizit für den Kontext von Mischverteilungsmodellen konzipiert wurden.

### 3.2 Annahmen zur Leistungsfähigkeit der IC-Maße

Aufgrund der rechnerischen Konstruktion des Hierarchical BIC (vgl. Formel 6) und seiner expliziten Berücksichtigung der latenten Klassenstruktur bei der Konstruktion des Terms zu Bestrafung von zusätzlicher Modellkomplexität können bereits vor der Auswertung der Simulationsergebnisse analytisch plausible Thesen abgeleitet werden.

- (a) So kann davon ausgegangen werden, dass der Hierarchical BIC im Vergleich zum einfachen BIC in der Tendenz eher mehr latente Klassen als korrekte Lösung anzeigen wird, da zusätzliche Modellkomplexität weniger stark bestraft wird.
- (b) Auch für den zusätzlich untersuchten CAIC kann angenommen werden, dass sich die Klassenidentifikation sehr nahe am BIC orientieren sollte, da die Gleichungen nahezu identisch sind (vgl. die Formel 2 u. 3).
- (c) Haughton's BIC weicht hingegen deutlicher von den restlichen «klassischen» IC-Indizes ab. Der Gewichtungsterm  $\log\left(\frac{n}{(2 * \pi)}\right)$  verortet ihn zwischen dem aBIC und dem BIC (bzw. CAIC), was den Grad der Bestrafung größerer Modellkomplexität angeht. Dies legt die Annahme nahe, dass auch das Profil der Klassenidentifikationsraten zwischen diesen Größen zu verorten sein wird.

## 4 Simulationskonfiguration

Dieses Paper nutzt die Datenbasis einer vorangegangen Simulationsstudie (siehe Krause (2019)) zu MIGMMs. Dabei wurde eine Teilmenge der Replikationen neu aufbereitet um zusätzliche

IC-Indizes zu berechnen und hinsichtlich der Klassenidentifikation auszuwerten. Die variierten Simulationsparameter umfassen die verschiedenen Abstufungen der latenten Klassendistanz und die Ausprägungen der fehlenden Messinvarianz hinsichtlich von zeitlichen und gruppenspezifischen Ungleichheiten (vgl. Tabelle 1). Für jede Simulationskonfiguration wurden 300 Replikationen durchgeführt, welche jeweils mit 200 verschiedenen Startwertesets geschätzt wurden. Der Data Generating Process (DGP) der Simulation wurde so definiert, dass die Daten der einzelnen Replikationen aus drei latenten linearen Verlaufsklassen gezogen werden, welche auf fünf Erhebungszeitpunkten basieren.

Für Verletzungen der Messinvarianz wurden sowohl die Item-Intercepts als auch die Faktorladungen manipuliert, wodurch eine Verletzung der metrischen und der skalaren Messinvarianz hergestellt wurde. Dabei wurde nach zeitlicher (längsschnittlicher), gruppenspezifischer und kombinierter Nicht-Invarianz unterschieden. Zur Modellierung der längsschnittlichen Invarianz (Invar 2 u. 3) wurden jeweils 2 der 4 Messindikatoren über die Zeit manipuliert. Für die gruppenspezifische Nicht-Invarianz (Invar 4 u. 5) wurden hingegen jeweils 3 der 4 Messindikatoren hinsichtlich Intercepts und Faktorladungen manipuliert.<sup>2</sup> Dabei wurden bei den gruppenspezifischen Verletzungen der Messinvarianz zwei der drei generierten latenten Klassen im Vergleich zur Referenzgruppe verzerrt. Die Verzerrungsstärke der sich hieraus ergebenden sechs Stufen von Messinvarianzverletzung kann aus den Referenztabellen im Anhang (4 und 5) oder aus Krause 2019: 66 ff. entnommen werden.

Für die Klassendistanz wird zwischen einer kleinen, einer mittleren und einer großen Klassendistanz unterschieden (Mahalanobis Distance (MD) 0.8, 1.5, 4.0). Die Distanz ist hierbei jeweils auf die benachbarten Klassen bezogen.<sup>3</sup> Die ausgewählten Ausprägungen der Klassenseparation bewegen sich im Rahmen von bisherigen Simulationsanalysen, welche die Klassendistanz systematisch variiert haben (vgl. z. B.: Depaoli, 2013; Liu & Hancock, 2014; Lubke & Neale, 2006; Peugh & Fan, 2012; Zhang, 2016). Die extreme Ausprägung von 4.0 MD weicht von den üblichen Simulationsdesigns leicht ab, dient aber in dieser Simulation als Quasi-Nullausprägung. Die Unterschiede der latenten Klassen wurden im DGP über die gemeinsame Veränderung der Slopes und Intercepts hergestellt. Die konkreten Werte der Wachs-

<sup>2</sup>Für die kombinierte Invarianzstufen (Invar 6) addieren sich zeit- und gruppenspezifische Manipulationen.

<sup>3</sup>D. h. für die Simulationsausprägung «0.8» wäre die latente Klasse 1 von Klasse 2 um 0.8 MD entfernt (Klasse 2 von Klasse 3 ebenfalls um 0.8 MD) wohingegen Klasse 3 von Klasse 1 um 1.6 MD (0.8 + 0.8) Einheiten entfernt wäre.

Variierte Simulationsgrößen		
Variable	Anzahl Kategorien	Ausprägungen
Messinvarianz	6	INV (Invar=1)
		LNI (Invar=2)
		LNIF (Invar=3)
		GNI (Invar=4)
		GNIF (invar=5)
		LGNIF (Invar=6)
Mixing Proportions	1	17 %, 33 %, 50 %
Fallzahl	1	700 Fälle
Klassenseparation	3	0.8 MD (Sep=1)
		1.5 MD (Sep=2)
		4.0 MD (Sep=3)

**Tabelle 1:** Übersicht betrachteter Simulationsgrößen

tumsverlaufs können aus der Tabelle 6 im Anhang entnommen werden. In der ursprünglichen Simulation wurden weitere Parameter variiert (Klassenanteilsverhältnisse und Fallzahl). Die Auswertungen in dieser Arbeit werden jedoch auf die sich als bedeutsam erwiesenen Größen (Messinvarianz und Klassendistanz) reduziert (vgl. Krause, 2019: 170 ff.).

## 5 Simulationsergebnisse

Im Folgenden werden die Identifikationsraten der betrachteten IC-Indizes nach den herangezogenen Simulationsgrößen der Messinvarianzstufen und der Klassendistanz aufgeschlüsselt. Gleichzeitig wird auch die Kombination aus beiden Simulationsgrößen betrachtet. Dabei wird vorrangig die korrekte Klassenidentifikation dargestellt. Die Verteilung der Unter- und Überschätzung der Klassenanzahl können allerdings zusätzlich aus der Abbildung 1 entnommen werden.

Für die klassischen und oft in der Forschungspraxis verwendeten Maße des AIC, BIC und aBIC lässt sich nach Krause (2019) festhalten, dass keine der Maßzahlen eine konsistent beste Identifikationsleistung bzgl. der latenten Klassen unter allen Daten- und Messsituationen zufriedenstellend gewährleisten kann. Der BIC schneidet für wünschenswerte Datensituationen wie große Klassendistanz und vorhandene Messinvarianz sehr gut ab. Der AIC liefert unter optimalen Datensituationen eine schlechte Identifikationsrate, kann aber zumindest für

**Tabelle 2:** Prozentualer Anteil korrekter Klassenidentifikationen der IC-Indizes

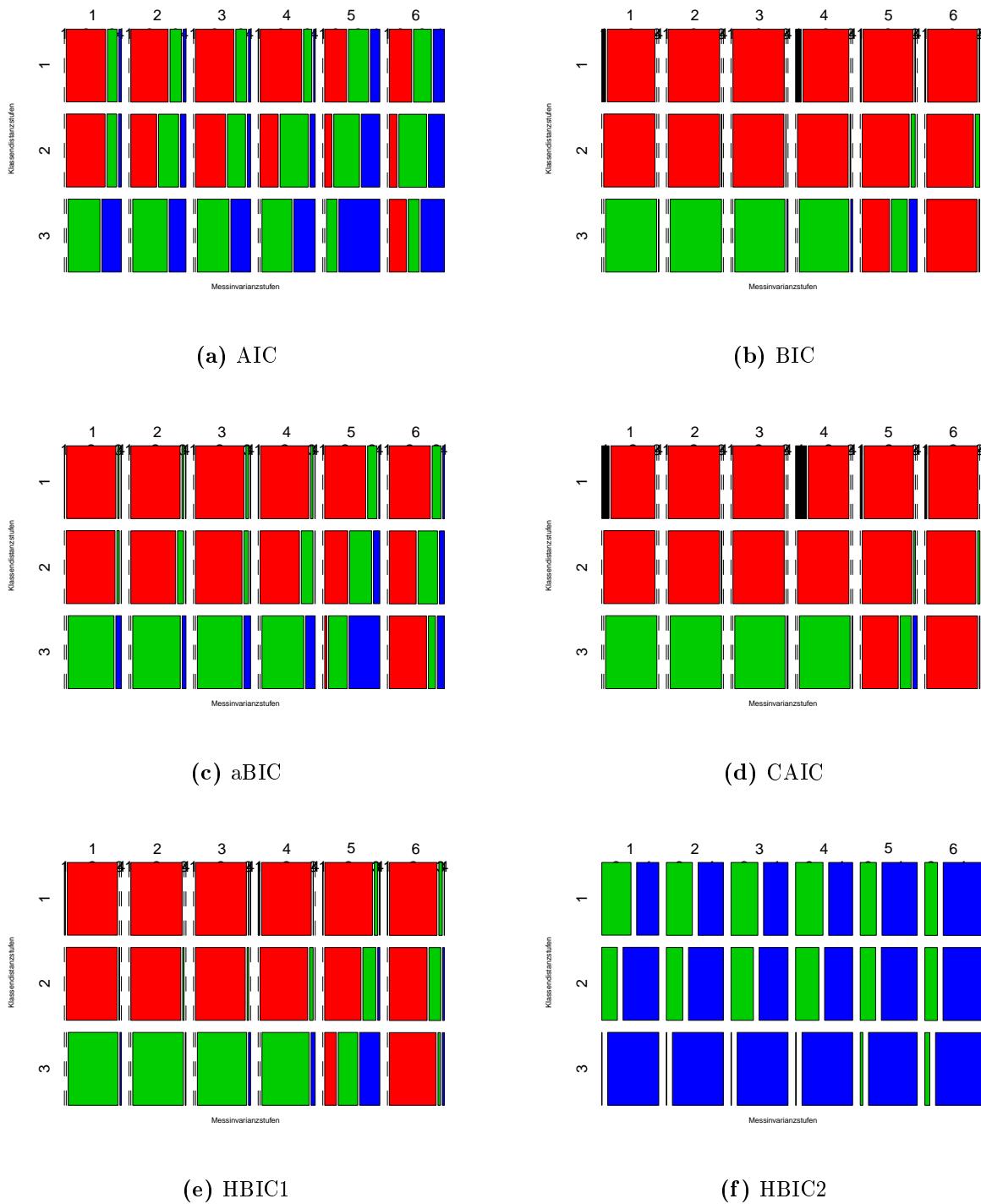
Klassendistanz	Invar-Stufen	AIC	BIC	aBIC	CAIC	HBIC1	HBIC2
MD 0.8	1	18.39	0.00	2.68	0.00	0.00	56.86
	2	22.00	0.00	3.33	0.00	0.00	50.67
	3	21.00	0.00	5.00	0.00	0.33	52.33
	4	16.00	0.00	4.33	0.00	0.33	53.33
	5	39.00	0.67	18.00	0.00	6.67	31.33
	6	34.67	1.33	17.00	0.00	6.67	24.67
MD 1.5	1	19.00	0.00	4.67	0.00	0.67	30.33
	2	39.00	0.33	11.67	0.33	2.67	32.00
	3	35.00	0.67	8.67	0.00	3.00	43.67
	4	54.67	1.33	22.67	0.00	7.00	45.33
	5	50.00	8.00	42.67	3.00	25.33	30.00
	6	54.00	8.67	38.00	4.33	23.00	24.33
MD 4.0	1	62.00	99.67	89.33	100.00	97.33	0.33
	2	67.33	100.00	92.67	100.00	98.67	0.67
	3	61.67	97.67	87.00	98.00	96.00	1.00
	4	58.33	96.33	81.33	98.67	92.00	1.33
	5	20.33	31.00	36.00	21.33	38.00	5.00
	6	21.40	1.67	13.71	1.00	4.68	9.70

Info: Mixing=17:33:50, Nobs=700

Fallzahl pro Konfiguration jeweils 300/299 (Replikationen)

unklare Daten- und Messsituationen eine Orientierung für die maximale Anzahl an latenten Klassen liefern. Der aBIC ist das Maß der Wahl, wenn von ungünstigen Datensituationen ausgegangen werden kann oder der/die Forscher/Forscherin sich nicht hinreichend sicher über die Datensituation ist.

Aus den Identifikationsraten von Tabelle 2 lässt sich darüber hinaus schließen, dass CAIC und HBIC1 hinsichtlich der Klassenidentifikation zwischen BIC und aBIC liegen. Weder ein besonders schlechtes noch ein besonders gutes Ergebnis im Vergleich zu den anderen IC-Indizes. Eine zuverlässige Klassenidentifikation unter großer Klassendistanz und bei Fehlen von gruppenspezifischer (oder kombinierter) Messinvarianz. Der CAIC zeigt ein nahezu identisches Identifikationsprofil zum BIC, was, wenn man sich die nahezu gleiche Berechnungsformel vergegenwärtigt, auch plausibel ist. Der Hierarchische BIC (bzw. HBIC2) weist hingegen ein zu allen Maßen unterschiedliches Identifikationsprofil auf. Er zeigt bei geringen Klassendistanzen besonders häufig die richtige Klassenanzahl an. Sogar häufiger als der AIC. Allerdings wird er im Gegensatz zum AIC deutlicher von fehlender gruppenspezifischer und fehlender kombinierter Messinvarianz negativ beeinflusst (vgl. auch Tabelle 3). Für hohe Klassendistanzen weist er allerdings eine äußerst schlechte Klassenidentifikationsrate auf. Hier wird nahezu

**Abbildung 1:** Klassenidentifikationsprofil nach IC-Maßen

Replikationsanzahl pro Konfiguration jeweils 300/299.

Legende: Schwarz=1-Klassen, Rot=2-Klassen, Grün= 3-Klassen; Blau=4-Klassen

nur die 4-Klassenlösung als die korrekte Klassenanzahl angezeigt. Es handelt sich folglich um einen IC-Index, welcher bei geringer Klassendistanz vergleichsweise gute Identifikationsraten aufweist, aber bei hoher Klassendistanz versagt. Das Profil entlang aller Simulationsgrößen ist fast das gedrehte Spiegelbild der Profile aller anderen IC-Indizes (vgl. auch Abbildung 1).

Es zeigt sich aber auch, dass sein Grundniveau in keiner Simulationskonfiguration nahe an perfekt ist. Auch für die geringe Klassendistanz, für welche der HBIC2 im Vergleich zu den anderen Maßen besonders gut abschneidet, liegt die höchste Identifikationsrate gerade mal bei 56 %.

Für die Invarianzstufen der Simulation zeigt sich einheitlich über alle IC-Indizes, dass längsschnittliche Verletzungen der Messinvarianz die Quote der richtigen Klassenidentifikation nur leicht bis hin zu kaum verändern. Deutlicher ist der Unterschied für die gruppenspezifischen Messinvarianzstufen und die kombinierte Invarianzform (insbesondere wenn sowohl die manifesten Intercepts wie auch die Faktorladungen der Messindikatoren nicht-invariant spezifiziert wurden). Für IC-Indizes, welche unter hoher Klassendistanz hohe Identifikationsraten aufweisen (BIC; aBIC, CAIC, HBIC1) führen die gruppenspezifischen Simulationsstufen zu Über- und Unterschätzungen der latenten Klassenanzahl. Für geringere Klassendistanzen erzeugen die gruppenspezifischen Invarianzstufen zusätzliche Klassenheterogenität, was unter allgemeiner Unterschätzung der Klassenanzahl zum Teil zu besseren Identifikationsraten führt. In der Gesamtbetrachtung verzerren die Simulationsstufen mit gruppenspezifischen Verzerungen allerdings die richtige Klassenanzahl negativ. Dies gilt auch für den HBIC2, welche die Klassenanteilsverhältnisse bei der Berechnung explizit berücksichtigt.

Aus Tabelle 3 können die Pseudo- $R^2$  der vollsaturierten Metamodelle für die IC-Maße entnommen werden. Hieraus lässt sich ableiten, dass die Fähigkeit des AICs zur korrekten Klassenidentifikation am geringsten durch die Simulationsgrößen beeinflusst wird. Dem folgen der Hierarchical BIC und der aBIC, welche moderat stark beeinflusst werden. BIC, CAIC (und in etwas abgeschwächter Form Haughton's BIC) werden deutlich stärker durch die Simulationsgrößen der Klassendistanz, der Invarianzform und deren Kombination beeinflusst. Dabei muss jedoch beachtet werden, dass es sich um den Grad der Abhängigkeit der Fähigkeit der IC-Maße zur korrekten Klassenidentifikation handelt und nicht um ein Grundniveau der richtigen Identifikation.

**Tabelle 3:** Pseudo- $R^2$  Werte der IC-Maße zur korrekten Klassenidentifikation

Maßzahlen	AIC	BIC	aBIC	CAIC	HBIC1	HBIC2
Nagelkerke (Cragg and Uhler)	0.168	0.892	0.549	0.936	0.777	0.306
McFadden	0.099	0.820	0.397	0.891	0.654	0.202
Cox and Snell	0.124	0.602	0.392	0.623	0.539	0.212

Info: Fallzahl: 5398 (Replikationen) in 18 Simulationskonfigurationen,  
Fallzahl pro Konfiguration jeweils 300/299 (Replikationen).

Vollsaturierte Metamodelle: 5380 df.

## 6 Fazit und Diskussion zu den IC-Maßen

Auch diese breitere Gegenüberstellung von IC-Indizes für die Klassenidentifikation im Rahmen von MIGMMs kann kein einzelnes Maß ausmachen, welches in jedem Datensetting zu konsistent besseren Ergebnissen führt. Die Analyse der Simulationsergebnisse zeigt zwar, dass der Hierarchical BIC (HBIC2) unter der Bedingung von geringen Klassenunterschieden wesentlich öfter die korrekte Klassenanzahl anzeigt, aber bei klarer Klassentrennung allen anderen IC-Maßen deutlich unterlegen ist. Auch die zusätzlich betrachteten IC-Maße CAIC und Haughton's BIC (HBIC1) zeichnen sich nicht als besonders geeignete Maße für die Klassenidentifikation aus. Der CAIC weist eine nahezu identische Performanz auf wie der BIC. Der HBIC1 bewegt sich hingegen bzgl. des Klassenidentifikationsprofils zwischen dem aBIC und dem BIC.

Zwar führt die explizite Berücksichtigung der latenten Klassenstruktur des Hierarchical BIC nicht zu einer besonderen Eignung des HBIC2 für die Klassenidentifikation für (MI)GMMs, aber er zeichnet sich im Vergleich zu den anderen Maßen als besonders geeignetes Maß für geringe Klassendistanzen aus. Diese Eigenschaft wird allerdings dadurch konterkariert, dass er unter hoher Klassendifferenz deutlich zu oft zu viele latenten Klassen anzeigt. Auf Grundlage dieses Ergebnisses muss weiterhin angeraten werden, dass kein einzelnes IC-Maß unter allen Datensituationen als alleinige Richtschnur herangezogen werden sollte. Viel mehr gilt es substantielle theoretische oder analytische Annahmen zur Klassenstruktur in Kombination mit der individuellen Datenlage und Messsituation abzuwägen, um geeignete Maße für die Klassenidentifikation heranzuziehen. So eignet sich der Hierarchical BIC besonders für Analysesetting, in welchen man davon ausgeht, dass geringe Unterschiede in den Verlaufsmustern existieren und das Messmodell zuverlässig angewendet werden kann. Leider ist der Hierarchical BIC noch in keiner gängigen Analysesoftware als Ausgabeoption enthalten. Allerdings kann er manuell berechnet werden, indem man die effektive Fallzahl der latenten Klassen, den Devianzwert und die gemeinsam und klassenspezifisch geschätzten Parameter heranzieht, welche als Ausgaben der Statistikprogramme i. d. R. zur Verfügung stehen, und in die Formel 6 einsetzt.

Trotz der Vielzahl an IC-Maßen und anderen Entscheidungskriterien, welche für (MI)GMMs vorgeschlagen wurden, müssen Growth Mixture Modelle weiterhin als explorative Verfahren verstanden werden. Alle Ergebnisse zur Performanz bei der Klassenidentifikation legen nahe,

dass noch keine ausreichend sicheren Kriterien existieren, welche einen klassischen konfirmativen Standard erreichen.

Wie bei jeder Simulationsstudie muss angemerkt werden, dass die Ergebnisse und die daraus gezogenen Schlussfolgerungen nicht unmittelbar auf andere Datensituationen übertragen werden können. Die Übertragbarkeit auf Analysesettings, welche außerhalb des hier betrachteten Werte- und Konfigurationsintervalls liegen, kann prinzipiell nur durch weitere Studien abgesichert werden.

## 7 Literatur

- Bozdogan, H. (1987). Model selection and akaike's information criterion (aic): The general theory and its analytical extensions. *Psychometrika*, 52(3):345–370.
- Depaoli, S. (2013). Mixture class recovery in gmm under varying degrees of class separation: frequentist versus bayesian estimation. *Psychological Methods*, 18(2):186–219.
- Diallo, T. M. O., Morin, A. J. S., & Lu, H. (2016). Impact of misspecifications of the latent variance–covariance and residual matrices on the class enumeration accuracy of growth mixture models. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 23(4):507–531.
- Diallo, T. M. O., Morin, A. J. S., & Lu, H. (2017). The impact of total and partial inclusion or exclusion of active and inactive time invariant covariates in growth mixture models. *Psychological Methods*, 22(1):166–190.
- Gollini, I. & Murphy, T. B. (2014). Mixture of latent trait analyzers for model-based clustering of categorical data. *Statistics and Computing*, 24(4):569–588.
- Grimm, K. J., Mazza, G. L., & Davoudzadeh, P. (2017). Model selection in finite mixture models: A k -fold cross-validation approach. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 24(2):246–256.
- Haughton, D. M. A., Oud, J. H. L., & Jansen, R. A. (1997). Information and other criteria in structural equation model selection. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 26(4):1477–1516.
- He, J. & Fan, X. (2018). Evaluating the performance of the k -fold cross-validation approach for model selection in growth mixture modeling. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 5(3):1–14.
- Henson, J. M., Reise, S. P., & Kim, K. H. (2007). Detecting mixtures from structural mo-

- del differences using latent variable mixture modeling: A comparison of relative model fit statistics. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 14(2):202–226.
- Kim, E. S. & Wang, Y. (2017). Class enumeration and parameter recovery of growth mixture modeling and second-order growth mixture modeling in the presence of measurement noninvariance between latent classes. *Frontiers in Psychology*, 8:1499.
- Krause, T. (2019). *Multiple Indicator Growth Mixture Models: eine statistische Simulation zur Performanzevaluierung für sozialwissenschaftliche Analysen*. Dissertation, University of Stuttgart, Stuttgart.
- Liu, M. & Hancock, G. R. (2014). Unrestricted mixture models for class identification in growth mixture modeling. *Educational and Psychological Measurement*, 74(4):557–584.
- Lubke, G. & Neale, M. C. (2006). Distinguishing between latent classes and continuous factors: Resolution by maximum likelihood? *Multivariate Behavioral Research*, 41(4):499–532.
- Muthén, B. (2001). Latent variable mixture modeling. *New Developments and Techniques in Structural Equation Modeling*, pages 1–33.
- Nagin, D. S. (2010). Group-based trajectory modeling: An overview. In Piquero, A. R. & Weisburd, D., editors, *Handbook of Quantitative Criminology*, pages 53–67. Springer New York, New York, NY.
- Nylund, K. L., Asparouhov, T., & Muthén, B. O. (2007). Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A monte carlo simulation study. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 14(4):535–569.
- Peugh, J. & Fan, X. (2012). How well does growth mixture modeling identify heterogeneous growth trajectories? a simulation study examining gmm's performance characteristics. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 19(2):204–226.
- Rupp, A. A. (2013). Clustering and classification. In *The Oxford Handbook of Quantitative Methods in Psychology: Vol. 2*.
- Sclove, S. L. (1987). Application of model-selection criteria to some problems in multivariate analysis. *Psychometrika*, 52(3):333–343.
- Tofghi, D. & Enders, C. K. (2008). Identifying the correct number of classes in growth mixture models. In Hancock, G. R. & Samuelsen, K. M., editors, *Advances in latent variable mixture models*, The CILVR series on latent variable methodology, pages 317–341. Information Age Pub, Charlotte, NC.
- Tolvanen, A. (2007). *Latent growth mixture modeling: A simulation study*, volume 111 of *Report / University of Jyväskylä, Department of Mathematics and Statistics Bericht / Uni-*

versität Jyväskylä, Institut für Mathematik und Statistik. University of Jyväskylä, Dept. of Mathematics and Statistics, Jyväskylä.

Wickrama, K. A. S. (2016). *Higher-order growth curves and mixture modeling with Mplus: A practical guide*. Routledge, New York, NY.

Zhang, C. (2016). *Longitudinal Measurement Non-Invariance on Growth Parameters Recovery and Classification Accuracy in Growth Mixture Modeling*. Dissertation, University of Pittsburgh, Pittsburgh.

Zhao, J. (2014). Efficient model selection for mixtures of probabilistic pca via hierarchical bic. *IEEE transactions on cybernetics*, 44(10):1871–1883.

Zhao, J., Jin, L., & Shi, L. (2015). Mixture model selection via hierarchical bic. *Computational Statistics & Data Analysis*, 88:139–153.

Zhao, J., Yu, P. L., & Shi, L. (2013). Model selection for mixtures of factor analyzers via hierarchical bic. *Yunnan: School of Statistics and Mathematics, Yunnan University of Finance and Economics*.

## A Anhang

**Tabelle 4:** Populationswerte der Faktorladungen für alle untersuchten Invarianzformen

Indikatoren	Populationswerte: Faktorladungen ( $\lambda$ )														
	Wellen i Klasse 3					Wellen i Klasse 1					Wellen i Klasse 2				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
INV: Messinvarianz															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{3i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{4i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
LNI: laengssch. Nicht-Invarianz der Intercepts															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{3i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{4i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
LNIF: laengssch. Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{3i}$	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68
$y_{4i}$	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68	1.00	0.92	0.84	0.76	0.68
GNI: gruppenspez. Nicht-Invarianz der Intercepts															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{3i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{4i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
GNIF: gruppenspez. Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	1.00	1.15	1.15	1.15	1.15
$y_{3i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	1.00	1.15	1.15	1.15	1.15
$y_{4i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	1.00	1.15	1.15	1.15	1.15
LGNIF: kombinierte Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$y_{2i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	1.00	1.15	1.15	1.15	1.15
$y_{3i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.62	0.54	0.46	0.38	1.15	1.07	0.99	0.91	0.83
$y_{4i}$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.70	0.62	0.54	0.46	0.38	1.15	1.07	0.99	0.91	0.83

Info:  $y_{1i}$  stellt in jeder Klasse den Referenzindikator dar.

**Tabelle 5:** Populationswerte der Intercepts für alle untersuchten Invarianzformen

Indikatoren	Populationswerte: Intercepts ( $\tau$ )														
	Wellen i Klasse 3					Wellen i Klasse 1					Wellen i Klasse 2				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
INV: Messinvarianz															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{3i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{4i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
LNI: laengssch. Nicht-Invarianz der Intercepts															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{3i}$	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40
$y_{4i}$	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40
LNIF: laengssch. Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{3i}$	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40
$y_{4i}$	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40	0.00	-0.10	-0.20	-0.30	-0.40
GNI: gruppenspez. Nicht-Invarianz der Intercepts															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$y_{3i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$y_{4i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
GNIF: gruppenspez. Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$y_{3i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$y_{4i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
LGNIF: kombinierte Nicht-Invarianz der Intercepts u. Faktorladungen															
$y_{1i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$y_{2i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	-0.50	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
$y_{3i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.60	-0.70	-0.80	-0.90	0.25	0.15	0.05	-0.05	-0.15
$y_{4i}$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	-0.60	-0.70	-0.80	-0.90	0.25	0.15	0.05	-0.05	-0.15

Info:  $y_{1i}$  stellt in jeder Klasse den Referenzindikator dar.

**Tabelle 6:** Populationswerte der Wachstumsparameter der Simulation

Populationswerte des Wachstumsverlaufs									
Klassendistanz MD:	Klasse 1			Klasse 2			Klasse 3		
	0.8	1.5	4.0	0.8	1.5	4.0	0.8	1.5	4.0
Konstante Klassen-Parameter									
Var(Interceptfaktor)	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
Var(Slopefaktor)	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
Covar(Intercept, Slope)	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
Variable Klassen-Parameter									
Mean(Interceptfaktor)	0.31	0.50	1.00	0.20	0.30	0.50	0.00	0.00	0.00
Mean(Slopefaktor)	0.412	0.695	1.70	0.252	0.395	0.90	0.10	0.10	0.10

Info: Zur Herstellung der Klassendistanzen wurden die Means der Intercept- und des Slopefaktoren innerhalb der Klassen manipuliert. Die Kovarianzstruktur der Wachstumsparameter wurde als invariant über die Klassen spezifiziert.

**SISS:****Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart**

<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/forschung/schriftenreihe-des-instituts-fuer-sozialwissenschaften-siss/>

- No. 46/2019 Informationskriterien zur latenten Klassenidentifikation für Multiple Indicator Growth Mixture Models.  
Thomas Krause
- No. 45/2017 Die Angst vor dem Fremden. Ein Vignettenexperiment zur Bedrohungswahrnehmung. Ergebnisse eines studentischen Projektseminars.  
Alexander Geisler, Alexandra Möck, Rebecca Nell, Svenja Wiechmann, Thomas Krause
- No. 44/2016 Regressionsanalyse bei fehlenden Variablenwerten (missing values): Imputation oder Nicht-Imputation? Eine Anleitung für die Regressionspraxis mit SPSS.  
Dieter Urban, Jochen Mayerl, Andreas Wahl
- No. 43/2014 Meta-Analyse mit Mehrebenenmodellen unter Verwendung von HLM.  
Joachim Fiebig, Dieter Urban
- No. 42/2013 Panelanalyse mit Mehrebenenmodellen. Eine anwendungsorientierte Einführung.  
Thomas Krause, Dieter Urban
- No. 41/2012 Meta-Analyse und "publication bias". Eine empirisch-statistische Fallstudie.  
Joachim Fiebig, Gerrit Rüdebusch, Dieter Urban
- No. 40/2011 Pädosexuelle Viktimisierung und pädosexuelle Straffälligkeit. Ein „harter“ empirischer Hypothesentest.  
Dieter Urban, Joachim Fiebig
- No. 39/2010 Binär-logistische Regressionsanalyse.  
Grundlagen und Anwendung für Sozialwissenschaftler.  
Jochen Mayerl, Dieter Urban
- No. 38/2010 Das Working-Poor-Problem in Deutschland.  
Empirische Analysen zu den Ursachen von Armut trotz Erwerbstätigkeit.  
Leonie Hellmuth, Dieter Urban
- No. 37/2010 Der Bystander-Effekt in alltäglichen Hilfesituationen: Ein nicht-reaktives Feldexperiment.  
Katrín Alle, Jochen Mayerl
- No. 36/2008 Berufseintritt und Berufssituation von Soziologieabsolventen der Universität Stuttgart.  
Deskriptive Ergebnisse einer Absolventenbefragung aus dem Jahr 2007.  
Jochen Mayerl, Dieter Urban
- No. 35/2007 Antwortlatenzzeiten in TRA-Modellen. Zur statistischen Erklärung von (Geld)-Spenderverhalten.  
Dieter Urban, Jochen Mayerl
- No. 34/2006 Zur soziologischen Erklärung individuellen Geldspendens.  
Eine Anwendung und Erweiterung der Theory of Reasoned Action unter Verwendung von Antwortlatenzzeiten in einem Mediator-Moderator-Design.  
Jochen Mayerl
- No. 33/2006 Ist Bildung gleich Bildung? Der Einfluss von Schulbildung auf ausländerablehnende Einstellungen in verschiedenen Alterskohorten.  
Klaus Hadwiger
- No. 32/2005 Analyzing cognitive processes in CATI-Surveys with response latencies: An empirical evaluation of the consequences of using different baseline speed measures.  
Jochen Mayerl, Piet Sellke, Dieter Urban

**SISS:****Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart**

<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/forschung/schriftenreihe-des-instituts-fuer-sozialwissenschaften-siss/>

- No. 31/2005 Persönliche Netzwerke in der Systemtheorie.  
Jan A. Fuhse
- No. 30/2004 Erhöht ein Opfer-Täter-Zyklus das Risiko, Sexualstraftaten als pädosexuelle Straftaten zu begehen? Ergebnisse einer ereignisanalytischen Pilotstudie.  
Dieter Urban, Heiko Lindhorst
- No. 29/2003 Können Nonattitudes durch die Messung von Antwortreaktionszeiten ermittelt werden?  
Eine empirische Analyse computergestützter Telefoninterviews.  
Jochen Mayerl
- No. 28/2003 Systeme, Netzwerke, Identitäten. Die Konstitution sozialer Grenzziehungen am Beispiel amerikanischer Straßengangs.  
Jan A. Fuhse
- No. 27/2002 Probleme bei der Messung individueller Veränderungsraten.  
13 empirisch und methodisch induzierte Effekte, die es schwierig machen, Veränderungen von generalisierten Bewertungen zu ermitteln.  
Dieter Urban
- No. 26/2002 Vertrauen und Risikoakzeptanz. Zur Relevanz von Vertrauen bei der Bewertung neuer Technologien.  
Martin Slaby, Dieter Urban
- No. 25/2002 Risikoakzeptanz als individuelle Entscheidung. Zur Integration der Risikoanalyse in die nutzentheoretische Entscheidungs- und Einstellungsforschung.  
Martin Slaby, Dieter Urban
- No. 24/2001 Ist Glück ein affektiver Sozialindikator subjektiven Wohlbefindens? Dimensionen des subjektiven Wohlbefindens und die Differenz zwischen Glück und Zufriedenheit.  
Jochen Mayerl
- No. 23/2001 Religiosität und Profession. Longitudinale Analysen zur Entwicklung des religiösen Selbstbildes bei Erzieherinnen.  
Heiko Lindhorst
- No. 22/2001 Differentielle Technikakzeptanz, oder: Nicht immer führt die Ablehnung einer Technik auch zur Ablehnung ihrer Anwendungen. Eine nutzentheoretische und modell-statistische Analyse.  
Martin Slaby, Dieter Urban
- No. 21/2001 Unser „wir“ - ein systemtheoretisches Modell von Gruppenidentitäten.  
Jan A. Fuhse
- No. 20/2000 Längsschnittanalysen mit latenten Wachstumskurvenmodellen in der politischen Sozialisationsforschung.  
Dieter Urban
- No. 19/2000 Die Zufriedenheit von Stuttgarter Studierenden mit ihrer Lebens- und Wohnsituation.  
Erste deskriptive Ergebnisse einer sozialwissenschaftlichen Studie zu allgemeinen und bereichspezifischen Zufriedenheiten der Studierenden des Campus Vaihingen und des Campus Hohenheim.  
Projektgruppe Campus: Slaby, M.; Grund, R.; Mayerl, J.; Noak, T.; Payk, B.; Sellke, P.; Urban, D.; Zudrell, I.

**SISS:****Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart**

<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/forschung/schriftenreihe-des-instituts-fuer-sozialwissenschaften-siss/>

- No. 18/1999 Role Models and Trust in Socio-Political Institutions: A Case Study in Eastern Germany, 1992-96.  
Joachim Singelmann, Toby A. Ten Ayck, Dieter Urban
- No. 17/1998 Zur Interaktion zwischen Befragten und Erhebungsinstrument. Eine Untersuchung zur Konstanz des Meinungsurteils von Befragten im Interviewverlauf.  
Martin Slaby
- No. 16/1998 Technikeinstellungen: gibt es die überhaupt? Ergebnisse einer Längsschnittanalyse von Bewertungen der Gentechnik.  
Dieter Urban
- No. 15/1998 Bewertende Einstellungen zur Gentechnik: ihre Form, ihre Inhalte und ihre Dynamik. Kurzbericht zu Ergebnissen des Forschungsprojektes „Einstellungen zur Gentechnik“. Dieter Urban, Uwe Pfenning, Joachim Allhoff
- No. 14/1997 Politische Sozialisation im Transformationsprozeß: Die Entwicklung demokratiebezogener Einstellungen von ostdeutschen Jugendlichen und deren Eltern zwischen 1992 und 1996.  
Barbara Schmidt, Dieter Urban, Joachim Singelmann
- No. 13/1997 Die soziale Vererbung von Ausländer“feindlichkeit“. Eine empirische Längsschnittanalyse der intra- und intergenerativen Transmission von sozialen Einstellungen.  
Dieter Urban und Joachim Singelmann
- No. 12/1997 Gentechnik: „Fluch oder Segen“ versus „Fluch und Segen“. Bilanzierende und differenzierende Bewertungen der Gentechnik in der öffentlichen Meinung.  
Dieter Urban und Uwe Pfenning
- No. 11/1996 Einstellungsmessung oder Einstellungsgenerierung? Die Bedeutung der informationellen Basis bei Befragten für die empirische Rekonstruktion von Einstellungen zu gentechnischen Anwendungen.  
Martin Slaby
- No. 10/1996 Jugend und Politik im Transformationsprozeß. Eine Fallstudie zur Stabilität und Veränderung von politischen Einstellungen bei ostdeutschen Jugendlichen zwischen 1992 und 1995.  
Dieter Urban, Joachim Singelmann, Helmut Schröder
- No. 09/1995 Social Indicators in a Nonmetropolitan County: Testing the Representativeness of a Regional Nonrandom Survey in Eastern Germany.  
Dieter Urban, Joachim Singelmann
- No. 08/1995 Handbuch zur empirischen Erhebung von Einstellungen/Kognitionen zur Bio- und Gentechnologie (inklusive Diskette)  
(zweite, überarbeitete und erweiterte Auflage)  
Uwe Pfenning, Dieter Urban, Volker Weiss
- No. 07/1995 Latent Attitude Structures Directing the Perception of New Technologies. An Application of SEM-Methodology to the Construction of Attitude Measurement Models Related to Technologies of Prenatal Genetic Engineering and Testing.  
Dieter Urban
- No. 06/1995 Regionale Strukturprobleme.  
Sammelband der Beiträge zum Symposium vom 13. und 14.Oktober 1994.  
Frank C. Englmann (Hrsg.)

**SISS:**

**Schriftenreihe des Instituts für Sozialwissenschaften der Universität Stuttgart**

<https://www.sowi.uni-stuttgart.de/forschung/schriftenreihe-des-instituts-fuer-sozialwissenschaften-siss/>

- No. 05/1995 Die Bedeutung Neuronaler Netze in der Ökonomie.  
Hermann Schnabl
- No. 04/1994 Rechtstatsachen zum Unternehmens- und Gesellschaftsrecht aus den neuen  
Bundesländern.  
Udo Kornblum
- No. 03/1994 Neue württembergische Rechtstatsachen zum Unternehmens- und  
Gesellschaftsrecht.  
Udo Kornblum
- No. 02/1994 Report on the German Machine Tool Industry.  
Frank C. Englmann, Christian Heyd, Daniel Köstler, Peter Paustian  
with the assistance of Susanne Baur and Peter Bergmann
- No. 01/1994 "Vertrauen" - soziologisch betrachtet. Ein Beitrag zur Analyse binärer  
Interaktionssysteme.  
Peter Antfang, Dieter Urban