Una fórmula alternativa para la conversión de votos en asientos

Peña, Ricardo de la

Una fórmula alternativa para la conversión de votos en asientos

Ricardo de la Peña [*]

"Hay una enorme cantidad de problemas que
resultan más fáciles de resolver rigurosamente
si se sabe previamente cuál es la respuesta"
Ian Stewart

Introducción.

El problema original que enfrentamos fue cómo inferir, a partir de las distribuciones de preferencias estimadas a través de encuestas nacionales, el reparto esperable de escaños en un órgano legislativo. Ello nos llevó a volver la vista sobre el viejo problema de cómo transformar votos en asientos, sabedores de que "la incertidumbre de cualquier relación entre el apoyo popular a un partido y los asientos que gana es inevitable si una sola persona es elegida en cada distrito electoral" (Lakeman, 1984), por lo que todo algoritmo de conversión enfrentaría límites en su precisión.

1. El problema de la conversión de votos en asientos.

A lo largo de un siglo se han efectuado diversos ejercicios orientados a establecer relaciones lógicas que vinculen los votos obtenidos por un partido y los asientos que le corresponden, dadas unas determinadas reglas electorales.

Este problema tiende a ser materia de mayor atención en sistemas que aplican principios distintos a la representación proporcional, la cual por su propia definición tiende a igualar el reparto de asientos con el reparto de votos obtenido ($s_i \cong v_i$). Mas ello no es así

[*] Presidente Ejecutivo de *Investigaciones Sociales Aplicadas, S. C.*

en sistemas que aplican la regla de pluralidad (o "principio de mayoría relativa"), donde es preciso disponer de un algoritmo para la conversión.

1.1. Las fórmulas para la conversión de votos en asientos.

Tradicionalmente, se ha postulado la existencia de una relación empírica entre votación y asientos obtenidos en un sistema con regla de pluralidad: la llamada "ley del cubo", cuya formulación clásica, atribuida originalmente a los británicos Edgeworth y Smith, quienes la formularan a principios del siglo pasado, (Kendall y Stuart, 1950) es:

$$s_K / s_L = (v_K / v_L)^3$$

donde "v_K" y "v_L" refieren a las votaciones relativas de los partidos mayores y "s_K" y "s_L" a sus correspondientes asientos obtenidos.

Alternativamente, se deduce la formula más general, primordialmente válida para el cálculo de asientos en sistemas típicamente bipartidistas:

$$s_K / (1 - s_K) = [v_K / (1 - v_K)]^3$$

En la década de los sesenta se dan diversos avances en la materia, primero con una formulación que supone una proporcionalidad cuadrática, acorde con la realidad holandesa, propuesta por Frans Grosfeld en 1967:

$$s_K = v_K^{\,2} / \sum v_i^{\,2}$$

Conocedor de la existencia de estas propuestas alternas, dos años después el canadiense Henry Theil (1969), de la Universidad de Chicago, adoptando un enfoque que recupera la medida de entropía ($H_p = -\Sigma\ p_i \log p_i$), propia de la teoría de la información, establece una formulación más general que las anteriores, que considera que la proporción de curules que obtendrá un partido equivaldrá al cociente de su proporción de votos elevada a una potencia (α), entre la sumatoria de las proporciones de votos por los diversos partidos elevadas a la misma potencia; es decir que:

$$s_K = v_K^{\alpha} / \sum v_i^{\alpha}$$

Esta formulación incluye como casos propuestas conocidas: asignando al exponente "α" un valor de 3 se tiene la famosa "ley del cubo" para sistemas de mayoría relativa; al asignarle un valor de 2 se tiene la "proporción cuadrática" de Grosfeld; y al fijarse en 1, se tiene la representatividad perfecta a la que se aproximan sistemas de representación proporcional.

Posteriormente, Rein Taagepera (1986), de la Universidad de California, atiende y responde dos problemas fundamentales, adoptando una perspectiva teórica novedosa y de mayor eficacia, al buscar disponer de una fórmula concisa dotada de capacidades predictivas, explicativas y generativas, en el sentido utilizado por Lambert (1999). Con ello se desvía de la corriente empirista predominante, que busca la disposición de una ecuación general cuyos parámetros se fijen en función al análisis de la evidencia disponible, como en el caso de Gary King, quien considera la posibilidad de sesgos sistemáticos y sensibilidades particulares para determinados partidos (Katz, 1997).

Primero: precisa y fundamenta el valor del exponente "n", que calcula como un exponente no necesariamente entero que se calcula a partir de:

$$n = \log V / \log S$$

Esto es: la constante "n" corresponde a una relación entre el volumen de votantes (V) en una sociedad y la cantidad de asientos a repartir en sus órganos legislativos o parlamentarios (S), respondiendo así a la demanda de canales de representación, por lo que lo denomina "exponente de poder".

Esta relación supone que “n” adquiere un valor que puede ser fraccional, en función de V y S, que se satisface con el cociente de los logaritmos de las variables en cuestión. Esta relación asume en la práctica un valor sumamente próximo a tres en la mayoría de las sociedades democráticas donde se aplica la regla de pluralidad para la asignación de escaños, lo que explica la "ley del cubo".

Posteriormente, y para lograr una mayor precisión, Taagepera adecua la formulación al descomponer el número total de asientos como el producto del número de demarcaciones (E) por el promedio de asientos a repartir por demarcación o “magnitud prorrateada” (M’) y que asumiría un valor de uno para casos donde se aplica la regla de pluralidad, incluso en distritos con múltiples asientos (Taagepera and Shugart, 1989). El exponente de poder adquiere así su formulación como:

$$n = (\log V / \log EM')^{1/M'}$$

Segundo: frente a limitaciones observadas en la aplicación de la ecuación tradicional para la conversión de votos en asientos, al no considerar las condiciones efectivas de la competencia entre partidos, Taagepera propone un ajuste que tome en cuenta no solamente la proporción de votos por partido, sino la distribución de votos entre partidos, incorporando un estimador del "número de oponentes que seriamente enfrenta cada partido", proponiendo la fórmula:

$$s_K \cong v_K^n / [v_K^n + (\{N_v - 1\}^{1-n} \{1 - v_K \}^n)]$$

Así, para transformar votos en curules a partir de la votación relativa de un partido dado, se requiere disponer solamente de cuatro datos distintos a la propia votación y asientos obtenidos, como son: una variable exógena, el número de votantes (V); dos variables propias del sistema electoral: el número de distritos (E) y/o de asientos (S) y su promedio "prorrateado" por demarcación (M'); y el dato sobre el "número efectivo de partidos" (N_v).

Si bien Taagepera advierte que se puede tomar el promedio del número efectivo de partidos para un período de tiempo largo, dado que N_v presenta regularmente variaciones menores en el tiempo, la inclusión de este factor, el número de partidos efectivamente competitivos, nos lleva a otro problema: la medición de la competitividad electoral.

1.2. Los indicadores de la competitividad electoral.

Respecto a la medición de la competitividad electoral, se dispone de diversas propuestas de indicadores que buscan agrupar en un único valor la distribución de sufragios entre partidos contendientes en una elección.

Algunos estimadores de competitividad son relativamente sencillos, pero parciales, como la proporción de votación del partido mayoritario ($VM = v_1$), el margen de victoria, ($MV = v_1 - v_2$) que corresponde a la brecha entre el ganador y el principal partido opositor (Valdés, 1993) o las razones de ventaja entre partidos ($RV_{KL}=v_K-v_L$).

Empero, más allá de los indicadores básicos anteriores y con el objetivo de medir la competitividad electoral y permitir la clasificación de sistemas de partidos sobre bases cuantitativas, se ha buscado disponer de un indicador general básico que dé cuenta del número de partidos que efectivamente son competitivos en un sistema determinado.

Si bien se han utilizado diversos estadísticos como índices precisos del número de partidos en un sistema, el estimador más comúnmente empleado es el llamado "número efectivo de partidos" (N), de Laakso y Taagepera (1979), que es igual al inverso de la sumatoria de los cuadrados de las proporciones de votación por los diversos partidos (v_i); es decir:

$$N = 1/ \Sigma\, v_i^2$$

Este índice representa la cantidad de partidos de igual tamaño que dan el mismo efecto de concentración (o fragmentación) de los componentes, medido bien por el índice de concentración de Hirschman y Herfindahl ($HH = \Sigma\, v_i^2$), o por su complemento, el índice de fragmentación de Rae (1967), definido como $F = 1 - \Sigma v_i^2$. Asi, el índice N puede definirse como una mera transformación de estos indicadores, bien como N=1/HH o como N=1/1-F.

Luego, N resulta ser un aporte a la medición del número de componentes en la medida en que adopta una presentación que otorga mayor claridad, al resultar menos abstracta que las formulaciones anteriores. Es de mencionar que, al igual que en el caso de otros indicadores agregados de competitividad, puede establecerse un N para la votación (N_v) y otro para la distribución de asientos (N_s), donde $N_s = 1/ \sum s_i^2$. El carácter genérico de este índice puede constatarse además por su empleo en las ciencias económicas como indicador del número hipotético de competidores de igual tamaño en un mercado.

Existe un índice más complejo, el denominado "número de partidos" (NP), propuesto por Juan Molinar (1991), que muestra ventajas respecto a N y que resulta de mayor pertinencia y adecuación a lo perceptivo (Lijphard, 1995), sobre todo para el caso de sistemas multipartidistas.

Este índice es desarrollado expresamente para resolver inadecuaciones detectadas en el comportamiento de estimadores previamente existentes y parte para su cálculo del propio índice N. Frente a otros índices, NP presenta las ventajas de contabilizar unitariamente al partido mayoritario, permitiendo tener un medidor de los partidos opositores respecto al mayor; al ponderar el índice N por la contribución de los partidos minoritarios, permite un crecimiento ordenado a medida que el voto mayoritario desciende, aumenta a medida que disminuye el margen de victoria (controlando el voto del partido ganador) y disminuye al fraccionarse el voto opositor.

Si v_1 corresponde a la votación del partido mayoritario, este índice se calcula como:

$$NP = 1 + [\ N\ (\ \Sigma\ v_i^2 - v_1^2\ )\ /\ \Sigma v_i^2\ ]$$

equivalente a:

$$NP = 1 + [\ N^2\ (\ \Sigma\ v_i^2 - v_1^2\ )\ ]$$

Los anteriores constituyen los dos principales indicadores agregados de competitividad, aunque no los únicos disponibles. Ejemplo de ello es el índice de "hiperfraccionalización" (I) de Kesselman y Wildgen, originalmente desarrollado para estudios de comunicación y que corresponde al antilogaritmo de la entropía (H) definido previamente, pero que enfrenta serios problemas para diferenciar sistemas de partidos, derivados del otorgamiento de un excesivo peso a los partidos menores en el indicador.

Es posible asimismo adoptar criterios novedosos para disponer de un indicador agregado de la competitividad electoral, que atienda a la búsqueda de superación de eventuales limitaciones detectables en otros estimadores. De hecho, frente al problema del impacto de la fragmentación del voto opositor, se conjetura asimismo una potencial aplicabilidad al análisis electoral del índice de dominancia (P), desarrollado por García Alba como aporte para disponer de indicadores que den cuenta de las condiciones efectivas de competencia económica, definido como (García Alba, 1998):

$$P_v = \sum (v_i^2 / HH)^2 = \sum (v_i^2 / \sum v_i^2)^2$$

Que resulta ser un indicador del nivel de concentración de la concentración del voto y sería un promedio de las participaciones de cada partido en la concentración del voto, medida a través de HH. El valor de este índice no aumenta con cualquier fusión o alianza, sino sólo con las que involucran componentes mayores, asumiendo que cada partido ejercerá mayor capacidad de influir en un sistema mientras mayor sea su respaldo electoral relativo al de los demás partidos (entre mayor sea su tamaño relativo).

El índice de dominancia electoral así definido tendría como propiedades: nunca ser menor que HH (siendo igual cuando las participaciones de los diversos componentes son iguales); cualquier transferencia o fusión hacia el componente mayor aumenta su valor; si el componente representa más de la mitad del voto, el índice será mayor que 0.5 (dos únicos competidores de igual tamaño); el índice aumenta cuando se fusionan o alían dos componentes cuya participación es mayor a la que resultaría de la fusión de cualesquiera otros dos componentes; si la participación conjunta de dos componentes distintos al mayor supera la mitad, el índice es menor a 0.5; disminuye ante cualquier fusión que no involucre al componente mayor si la participación de éste es mayor a la mitad; si la fusión de dos componentes aumenta el índice, lo mismo sucede de fusionarse dos componentes de mayor tamaño, y si lo disminuye, lo mismo sucede de hacerlo dos componentes menores.

El inverso de este índice, que entonces pudiera llamarse "número de componentes autónomos", pudiera definirse como:

$$NA_v = 1 / P_v = 1 / [\sum (v_K^2 / HH)^2] = 1 / [\sum (v_K^2 / \sum v_i^2)^2]$$

Que constituiría un estimador alterno para el número de partidos en un sistema electoral, y que supone que a mayor nivel de dominancia de uno o más partidos en un sistema, menor número de partidos "autónomos", y viceversa.

1.3. Los problemas de las ecuaciones de conversión.

Las formulaciones tradicionales para la transformación de votos en asientos parten de una premisa que limita su alcance: asumir un valor entero para el exponente de conversión y no una posible dimensión fraccional para la estimación del reparto.

Theil elimina este problema, permitiendo en su formulación tener un valor fraccional en el exponente de poder. Sin embargo, no considera las condiciones efectivas de competencia entre partidos, lo que es resuelto por Taagepera mediante la desagregación del voto total en dos componentes: el voto del propio partido y el voto opositor, ponderado según su distribución.

La formulación de Taagepera atiende así al doble requerimiento de ser consistente con principios lógicos fundamentales (tendencia a obtener mayor proporción de triunfos entre mayor es la proporción de votos y coherencia con la "ley de desgaste minoritario" en el proceso de conversión) y ser sensible a cambios en los niveles de competitividad electoral.

Empero, la ecuación de Taagepera no supone la obtención de repartos producto de una elección coincidentes con el total de asientos efectivos a repartir, al definirse como ejercicio de conversión de votos en asientos para cada partido tomado en particular, por lo que la suma de los resultados de las conversiones no tiene que coincidir con el total de asientos asignables.

Ello pudiera resolverse mediante un ajuste trivial, que parte de la lógica implícita en la formulación de Theil. Dicho ajuste que garantice la precisión del cálculo para el conjunto de partidos sería:

$$s_K = \frac{v_K^n / [\, v_K^n + (\{N_v - 1\}^{1-n} \{1 - v_K\}^n)]}{\Sigma\ v_i^n / [\, v_i^n + (\{N_V - 1\}^{1-n} \{1 - v_i\}^n)]}$$

Empero, la formulación de Taagepera enfrenta además un problema lógico, que implica otro de coherencia con relaciones empíricamente probadas por el propio autor.

Respecto al problema lógico, la ecuación supone asumir un valor unitario para cada partido, al ajustar el número de contrincantes para ponderar el voto opuesto a un partido dado; esta simplificación, calificada por el propio Taagepera como tal y que sería pertinente desde el marco de la "teoría de las perturbaciones" -que postula la simplificación de problemas difíciles hallando una solución aproximada que posteriormente es ajustada a medida que se toman en cuenta sistemáticamente otros detalles previamente ignorados- (Greene, 2001), pudiera sin embargo propiciar equívocos en el cálculo.

El problema de compatibilidad con la evidencia empírica consiste en que la ecuación tiende a provocar una reducción de N_s respecto de N_v en una cantidad mayor a la estimada conforme a los datos empíricos disponibles, referidos por Taagepera mismo (donde $N_s = N_v - 0.4$). Esta incompatibilidad, que deriva directamente del problema lógico (asignar un valor unitario para cada partido implícito en la fórmula), lleva a plantear la conveniencia de adoptar una formulación para el denominador de la ecuación más compleja respecto a la propuesta simplificada disponible.

2. Una formulación alternativa para la conversión.

Así, ni la formula clásica de conversión ni las reformulaciones de Theil y de Taagepera resuelven cabalmente el problema de conversión de votos en triunfos distritales y/o en asientos legislativos. Ahora bien, para resolver esto, dado el carácter teorético de la ecuación presentada por Taagepera, toda formulación alternativa debiera partir igualmente de consideraciones teoréticas y no estadísticas.

Para ello, resulta indispensable disponer de un estimador pertinente del número de partidos opositores a cualquier partido dado y, luego, incorporar este medidor a la fórmula, superando la reducción implícita en la fórmula de Taagepera (donde el número efectivo de oponentes a todo partido viene dado simplemente como N-1).

2.1. El número limitado de partidos.

Uno de los elementos más destacables de la propuesta hecha por Molinar de un indicador alterno a N para el número de partidos es la puesta en punto del problema de contabilidad superior a la unidad del partido mayor, implícita en el índice N. Por ello, su propuesta de NP elimina la "saliente" del partido mayor (considerando como tal la proporción del valor del partido mayor que se contabiliza por encima de la unidad en N, que equivale a la diferencia entre el voto por ese partido y HH, esto es: $vs_1=v_1 - \Sigma v_i^2$).

A pesar de las ventajas que presenta NP como indicador de la competitividad electoral, este índice aún arroja algunas anomalías importantes para los cálculos que son interés ante el problema de conversión, al eliminar solamente la saliente del partido mayor, a pesar de que eventualmente N otorga también un valor mayor a la unidad a un partido minoritario. Luego, un eventual reemplazo de N por NP en la fórmula de conversión de votos en asientos, con los ajustes pertinentes, tendería a propiciar una sobrerrepresentación del partido mayor a medida que fuera mayor la saliente del segundo lugar, reduciendo la competitividad reflejada en el reparto, a pesar de que dicha competitividad aumente en los votos, lo que no es consistente con la intuición.

Para resolver esta anomalía, es necesario desarrollar un estimador que resulte idéntico a NP en casos en que un solo partido tenga valor superior a la unidad (conforme N) y que ajuste el número de partidos a la baja cuando más de un partido presente una saliente (supere el valor unitario), como hace NP para el partido mayoritario.

Para presentar este índice alternativo, es necesario desarrollar antes otros indicadores útiles. Estos son los relativos al valor o peso de los partidos. En principio, se tendría un tamaño o peso efectivo del partido (w_K), que vendría dado por su contribución al número efectivo de partidos, estimado como el producto del número efectivo de partidos (correspondiente a N) por la participación de un partido en la concentración de los componentes, lo que se estima como:

$$w_K = N\ (v_K^2 / \Sigma v_i^2)$$

equivalente a:

$$w_K = v_K^2 / (\Sigma v_i^2)^2$$

Por tautología, $N \equiv \sum w_i$. Es decir: el número efectivo de partidos es equivalente a la suma de los tamaños efectivos de los partidos.

Empero, como se mencionara previamente, al estimar w_K arroja valores superiores a la unidad (salientes) para uno o más de los partidos. Para resolver esta inadecuación, se propone disponer de un indicador alternativo que limite el tamaño o peso de todos los partidos a la unidad, para que a diferencia de w_K, tome valores entre cero y uno; esto es, un indicador acotado o limitado del tamaño de los partidos, que ajuste a la unidad el valor para partidos mayores.

Este indicador del peso unitario, u_K, , se calcularía por:

$$\text{Si } w_K \leq 1 \Rightarrow u_K = w_K$$

$$\text{Si } w_K > 1 \Rightarrow u_K = 1$$

Si sólo el partido ganador presenta "saliente", lo que se expresa como un peso efectivo superior a la unidad, entonces y sólo entonces, $NP = \sum u_i$; pero, en caso de que más de un partido tenga saliente o peso efectivo superior a la unidad, no se cumplira esta igualdad. Luego, se puede construir un índice tal que por definición cumpla la equivalencia

$$NL \equiv \sum u_i$$

Así, por definición, el número limitado de partidos será igual a la suma de los pesos o tamaños limitados de los partidos.

Complementariamente, a partir de este indicador es posible definir para cada partido en particular un número de oponentes, que vendría dado por la relación: $\phi_K = NL - u_K$ (donde ϕ_K corresponde al número de oponentes).

Aunque tanto con N y NP es imposible estimar de similar manera un número de oponentes para cada partido que corresponda invariablemente a la intuición, es de referirse que NL no resulta ser un indicador adecuado de competitividad, a pesar de su pertinencia para la conversión de votos en asientos, toda vez que al fijar eventualmente en un valor unitario a más de uno de los componentes, deja de contabilizar en forma alguna todo desplazamiento en las participaciones entre los componentes a partir de su nivel de fijación. Su ventaja comparativa con NP para el ejercicio de conversión se convierte luego en una limitación para contabilizar el número de componentes. Así, NL puede ser visto solamente como un indicador complementario, derivado de N y opcional a NP únicamente para ejercicios de conversión.

2.2. Una formula basada en el número limitado de partidos.

Teniendo este procedimiento para estimar un número de oponentes diverso para cada partido, es posible solucionar el problema lógico de la ecuación de Taagepera. Así, en lugar de partir de un número de oponentes establecido por (N_v-1), debiera partirse de la relación (NL_v- u_K), en la que cada partido se reduciría a su propio tamaño limitado, para disponer del número de oponentes efectivos de ese partido.

Dado lo anterior, adicionalmente debiera considerarse el segundo factor correspondiente al valor del voto opositor ponderado según su reparto. Este factor es estimado en Taagepera como (1-v_i), pero como una parte del voto corresponde a las salientes de los partidos (su exceso conforme a N), debe calcularse un voto limitado (VL) que cuente solamente la parte del voto correspondiente a los pesos limitados de los partidos. Para ello, se tiene que

$$\text{Si } w_K > u_K \quad \rightarrow \quad vl_K = \sum v_i^2$$

$$\text{Si } w_K = u_K \quad \rightarrow \quad vl_K = v_K$$

Y luego que:

$$VL = \sum vl_i$$

Es decir, VL equivale a la sumatoria del voto limitado de cada partido, y este a su vez equivale al índice de concentración del voto, si el partido fue limitado, o al voto del partido, cuando no fue limitado. Ello, en consideración a que la saliente de un partido estaría definida por $vs_K = v_K - vl_K$, dado que el voto de cada partido es igual a su voto limitado más su saliente, esto es, que $VL = 1 - \sum vs_i$. Entonces, al descontar las salientes, se tendría como segundo factor ajustado:

$$VL - v_K = (1 - v_K) - \sum vs_i$$

Efectuando los ajustes indicados, se tendría la siguiente formulación, donde s^o_K corresponde a un estimador inicial de s_K:

$$s_K \cong s^o_K = v_K^n / [\, v_K^n + (\{NL_v - u_K\}^{1-n} \{VL - v_K\}^n) \,]$$

donde se respeta la formulación del exponente de poder en Taagepera, pero precisa para la estimación que el número de votantes corresponda al volumen efectivo de concurrentes a las urnas (o estimado como probable, en caso de encuestas) y no al registro nominal.

Así, el cálculo de s^o_K demanda disponer de los mismos indicadores que la versión de Taagepera: la variable exógena V, que debiera corresponder al número efectivo de votantes; las endógenas S, E y M'; y el estimador para la competitividad electoral (NL_v), más los datos sobre la votación relativa de todos los contendientes en una elección determinada (o su estimador producto de una encuesta, de ser el caso). Así, si bien posibilita el cálculo particular para un partido, al igual que la formulación de Taagepera, demanda información adicional sobre la distribución específica de votos entre partidos en una elección particular, a la vez que añade una nueva dimensión al cálculo (y la supone en el reparto), al establecer como un grado de libertad adicional la proporción de la votación restante una vez eliminadas las salientes de los partidos mayores.

Con miras a lograr una estimación adecuada, es conveniente además efectuar un ajuste ulterior que garantice que la suma de proporciones iguale a la unidad, como en la propuesta de Theil, sin demandar información adicional, lo que se logra por:

$$s_K = s^o_K / \sum s^o_i$$

Es decir, que s_K será igual, por el efecto mecánico de conversión, a:

$$s_K = \frac{v_K^n / [\, v_K^n + (\{NL_v - u_K\}^{1-n} \{VL - v_K\}^n)]}{\sum \; v_i^n / [\, v_i^n + (\{NL_v - u_i\}^{1-n} \{VL - v_i\}^n)]}$$

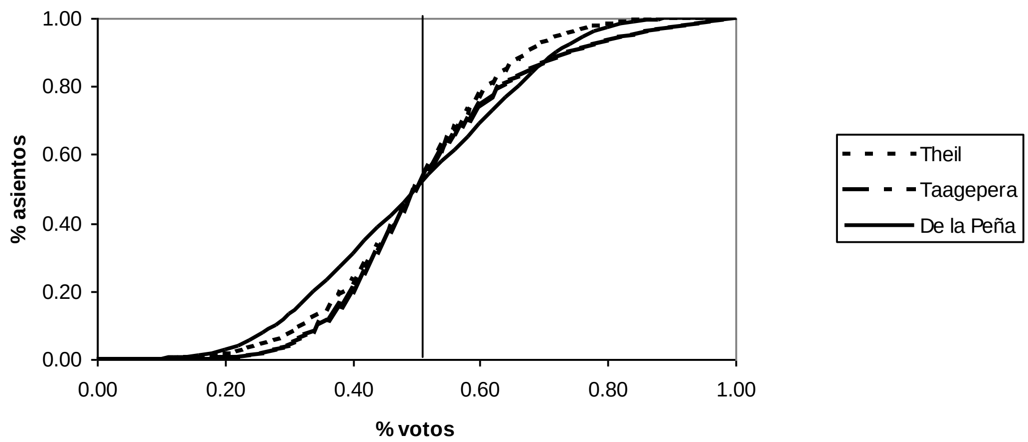
Esta adecuación relativamente menor a la fórmula de Taagepera implica mantener la consistencia requerida entre las estimaciones (donde todo partido aumente invariablemente su proporción de asientos cuando aumenta su participación en el voto), pero resuelve el problema lógico detectado y tenderá a hacer más coherente la conversión con el efecto reductivo en el número de partidos que propicia, conforme a lo empíricamente constatado.

2.3. Una comparación entre las fórmulas de conversión.

Con miras a visualizar el efecto de esta adecuación a la fórmula de conversión de votos en asientos, se tendrían los siguientes gráficos:

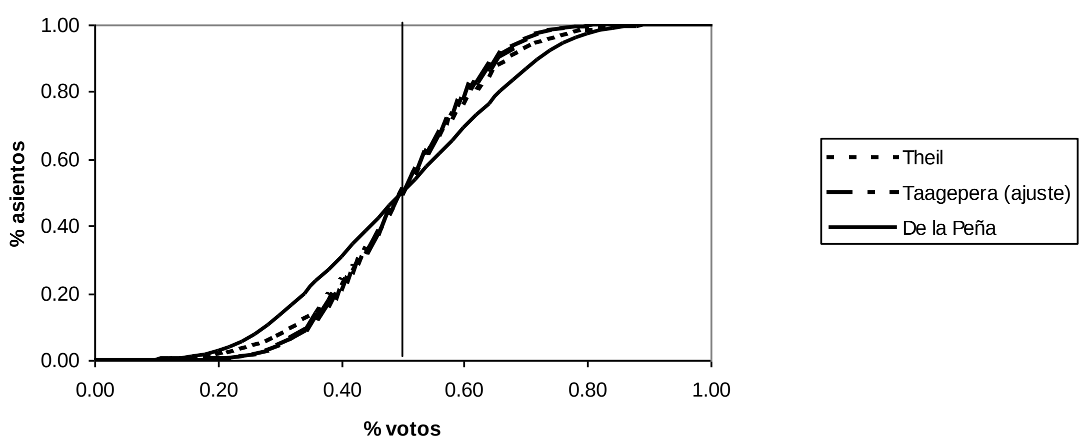
La Gráfica 2.1 presenta las curvas resultantes de la conversión conforme a las ecuaciones generales alternativas disponibles, contrastando la proporción de votos con la proporción de asientos (la primera toma la ecuación original de Taagepera, mientras que la segunda asume un ajuste a esta estimación para el cálculo de asientos por los diversos partidos que iguale la unidad, conforme el procedimiento indicado para la ecuación alternativa propuesta).

Gráfica 2.1a
Efecto mecánico: conversión de votos en asientos
(n=3, dos competidores)

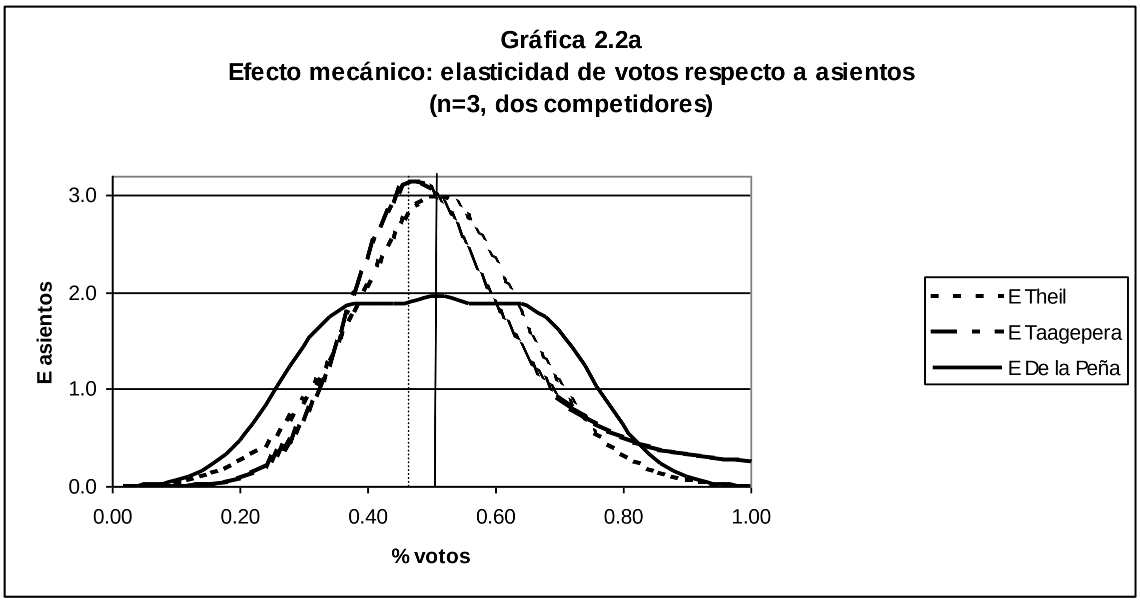


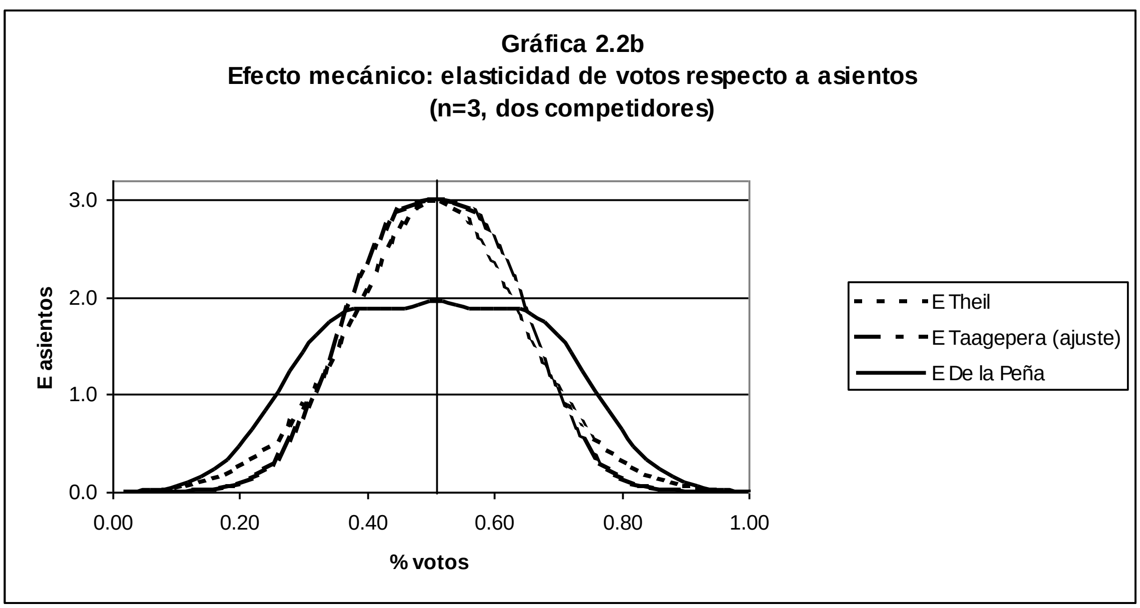
Como puede observarse, el ajuste efectuado deriva en una curva sigmoide, como supone el ejercicio de conversión desde la "ley del cubo" (Tufte, 1973: 540-554) , aunque claramente menos pronunciada que las derivadas de las fórmulas propuestas anteriormente.

Gráfica 2.1b
Efecto mecánico: conversión de votos en asientos
(n=3, dos competidores)



Ello se aprecia mejor en la Gráfica 2.2, donde se presenta la elasticidad de asientos respecto a votos que se deriva de las diversas formulaciones (nuevamente, en la primera, tomando la formulación original de la ecuación de Taagepera, que genera una curva asimétrica, dado que la mayor elasticidad se alcanza al nivel de 47 por ciento de votos para el ganador y supera el valor de "n"; y en la segunda efectuando un ajuste para estimar un total de asientos igual a la unidad, que centra en 50% la mayor elasticidad asientos del voto para el ganador, aunque es prácticamente estable en una brecha de tres puntos).

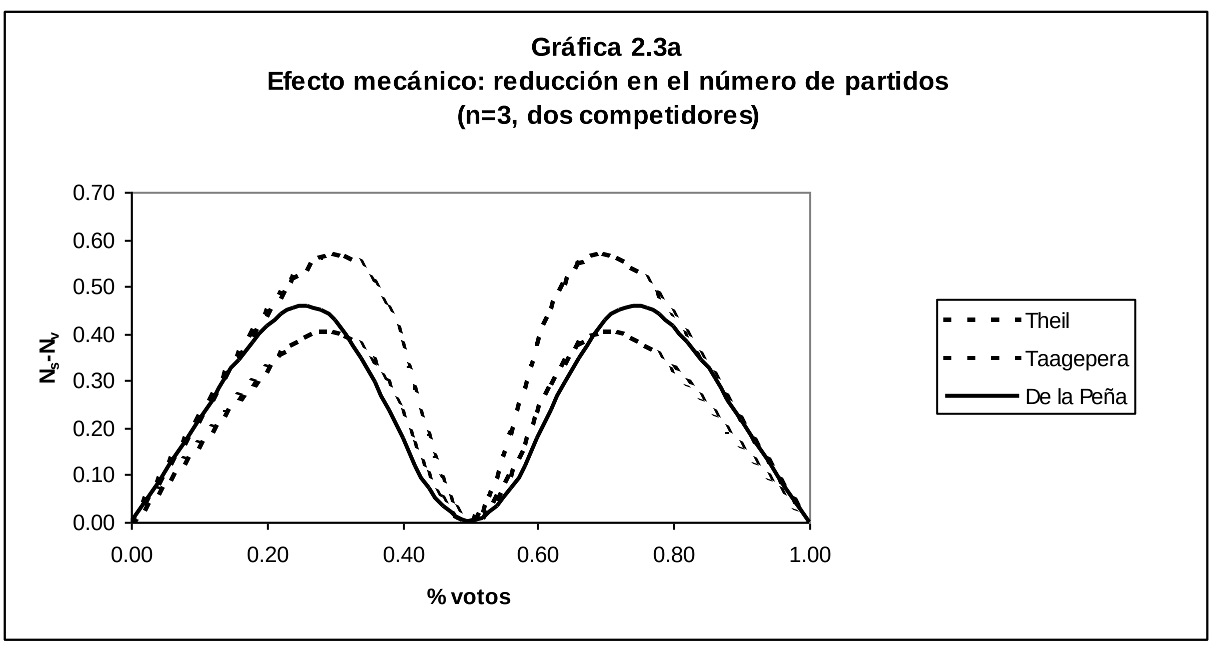




Conforme a las gráficas, la reformulación propuesta supone considerar una menor tasa de cambio de asientos respecto a votos en general: mientras en Theil y Taagepera (con ajuste) la elasticidad máxima en el tramo relevante tiende a igualar a “n”, en la fórmula alternativa la máxima elasticidad es aproximadamente E_{max}=0.52+0.48n. Asimismo, la elasticidad promedio en el tramo de 30 a 70 por ciento, cuando n=3, es de 2.14 en Theil, se eleva a 2.28 en Taagepera y se reduce a 1.85 en la reformulación propuesta.

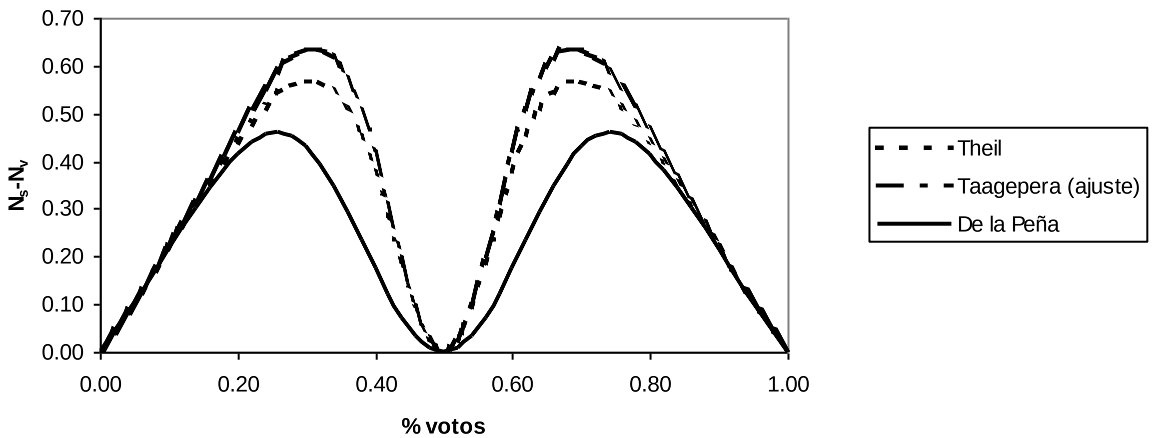
Además, suponen un comportamiento distinto: en Theil la elasticidad aumenta de manera ordenada hacia el centro; en Taagepera, el cambio en la elasticidad es menor en el tramo central, con una rápida caida a una distancia de un tercio entre el centro y cada extremo; la propuesta alternativa presenta un pico en el centro, con una elasticidad prácticamente constante en el tramo central y una reducción hacia cada extremo.

Lo anterior implica diferentes estimaciones del efecto reductor en el número de partidos al pasar de distribuciones de votos a distribuciones de asientos, que se presentan en la Gráfica 2.3 (en las dos versiones previamente indicadas).



Theil supone una reducción promedio de 0.32 partidos, que alcanza su nivel máximo de 0.57 en torno a veinte puntos de distancia del valor medio, valor superior al valor calculado empíricamente por Rae (0.2) para sistemas de mayoría (a los que correspondería n=3) e incluso superior al valor estimado por Taagepera (0.4).

Gráfica 2.3b
Efecto mecánico: reducción en el número de partidos
(n=3, dos competidores)

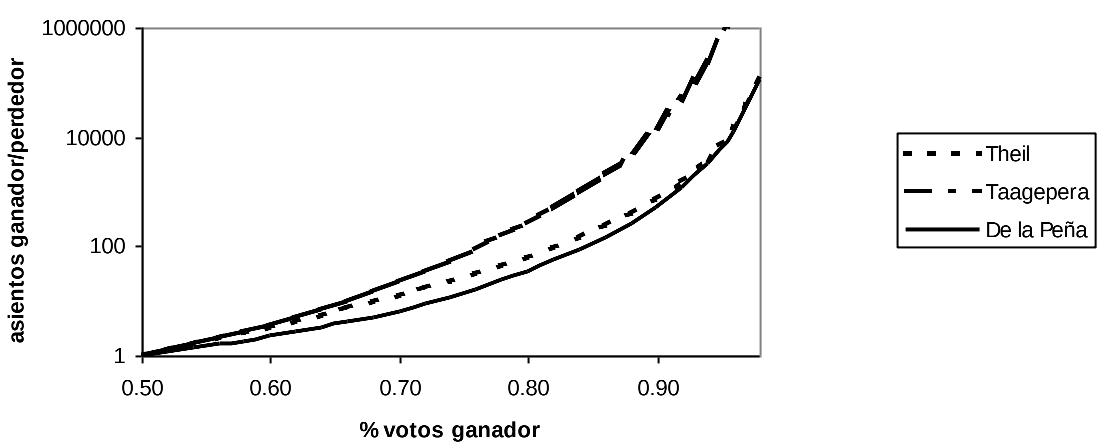


Taagepera, en su versión original, ajusta a la baja en 0.21 el número de partidos, con una reducción máxima que ubica en 0.4, pero con un promedio de asientos repartido inferior a la unidad (0.95). Al efectuar el ajuste, que aquí resulta totalmente pertinente, ocurre lo contrario: la reducción del número de partidos resulta mayor a la estimada empíricamente, alcanzando una cúspide en 0.63 y un promedio mayor que Theil (0.34).

La formulación alternativa propuesta considera un efecto de reducción en el número de partidos menor al derivado de anteriores formulaciones, con un promedio de -0.19 partidos (próximo a la medición de Rae), alcanzando una cúspide en 0.46 y con un comportamiento más suave hacia el centro.

Finalmente, la Gráfica 2.4 muestra la razón de ventaja entre ganador y perdedor en un sistema de dos partidos (RV_{12}) en votos contra la razón de ventaja en asientos estimada por las diversas ecuaciones (utilizando la escala logarítmica en el eje vertical debido al rápido y elevado crecimiento de la razón de ventaja en asientos respecto a la razón de ventaja en votos, principalmente en la formulación de Taagepera). Como puede verse, mientras que la ecuación de Taagepera suponen una relación exponencial que se dispara en valores superiores a noventa por ciento, tanto la ecuación de Theil como la propuesta alterna sugieren una tendencia mucho más suave, que resulta básicamente lineal en el crecimiento de la razón de ventaja en el tramo de mayor relevancia.

Gráfica 2.4
Efecto mecánico: relación asientos ganador/perdedor
(n=3, dos competidores)



Este último elemento distingue claramente la propuesta alternativa de la ecuación de Taagepera y resulta factiblemente un indicador comprobable para ejercicios de contrastación contra la realidad de las diversas opciones de conversión disponibles.

3. Un ejercicio de corroboración empírica.

Con la reformulación anterior, se cumple con el objetivo de que, igual que la formula de Taagepera, la ecuación corregida responda al requerimiento de disponer de un procedimiento de conversión de votos en asientos que se apoye en relaciones lógicamente sustentadas y no en una peculiar relación estadística observada.

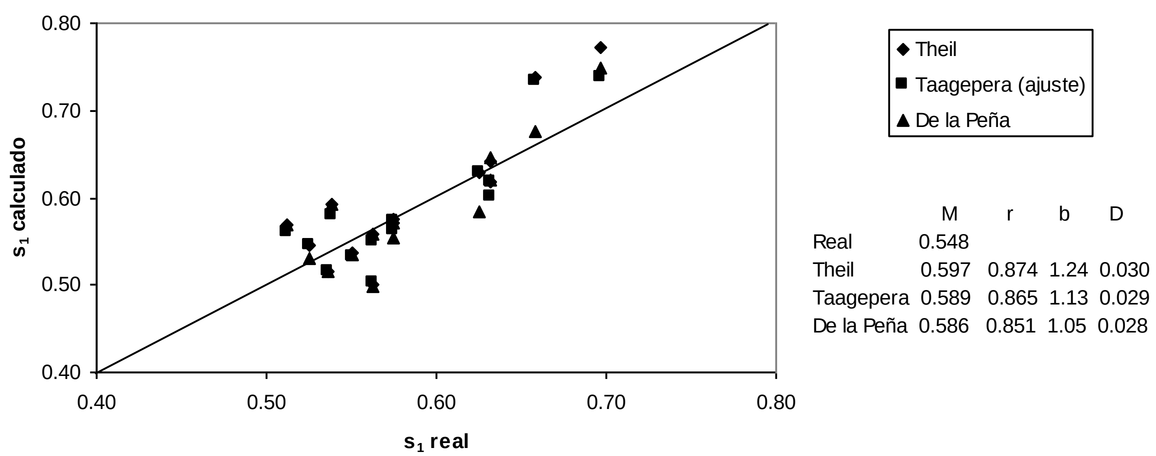
Empero, resulta pertinente llevar a cabo ejercicios orientados a determinar la precisión y consistencia de las formulaciones propuestas y contrastar su eficiencia en el comportamiento ante la realidad. Al respecto, es menester recordar que, como advirtiera oportunamente Taagepera respecto a su propia ecuación, dado el carácter teorético de las formulaciones, no resulta un producto de ejercicios empíricos y por ende, no reclama la disposición de dos grupos de datos para un ejercicio de contrastación. Ello aplica también para la fórmula alternativa que se propone.

Entre diversos posibles ejercicios, se ha decidido tomar como caso paradigmático en un primer ejercicio de contrastación las elecciones nacionales neozelandesas en el período 1939-1978. Ello, puesto que se trata de un añejo sistema democrático con partidos consolidados y normas estables, que incluyen la regla de pluralidad y que, por ende, pudiera presentar desviaciones mayores entre distribución de asientos y votos que sistemas de representación proporcional.

Se requerirá observar el comportamiento de las conversiones producto de las ecuaciones disponibles en diversos niveles: respecto a la estimación de asientos para el partido ganador y para todos los partidos, la razón de ventaja del ganador estimada y el número efectivo de partidos calculado.

Los estadísticos a utilizar para medir la eficiencia de las conversiones han de ser: el coeficiente de correlación entre el número de asientos calculado por la ecuación y el número de asientos realmente obtenidos (r); la pendiente calculable entre las estimaciones de asientos y la asignación real (b); y la desviación media por partido entre la proporción de asientos correspondiente conforme al cálculo y la proporción realmente obtenida (D). Se presentan exclusivamente los cálculos correspondientes al ajuste de la ecuación de Taagepera para estimar asientos en concordancia con el total de escaños a repartir, que invariablemente mejoran las estimaciones producto de la formulación original. Conforme a lo anterior, se encuentra lo siguiente:

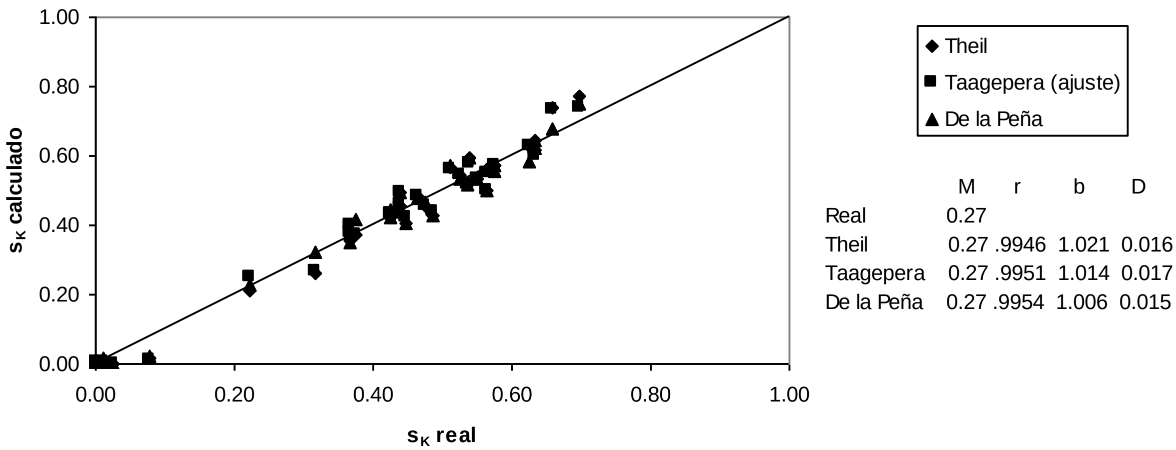
Gráfica 3.1
Elecciones en Nueva Zelanda (1939-1978)
s_1 real y s_1 calculado



Por lo que toca al cálculo de asientos para el partido ganador, que se presenta en la Gráfica 3.1, apenas se logra una leve mejoraría en la estimación con la fórmula alternativa propuesta, al reducir ligeramente la desviación promedio en el cálculo respecto a la realidad (de 3.0 en Theil a 2.9 en Taagepera y a 2.8 en la propuesta), lo que es reflejo de una mejor adecuación a la tendencia real de cambio en la proporción de asientos que le toca al partido ganador (expresada por una pendiente de 1.05).

En la Gráfica 3.2 se presenta el resultado de la conversión para todos los partidos, no solamente para el ganador. En este caso se encuentra una mejoría sustancial en la precisión en todos los casos.

Gráfica 3.2
Elecciones en Nueva Zelanda (1939-1978)
s_K real y s_K calculado

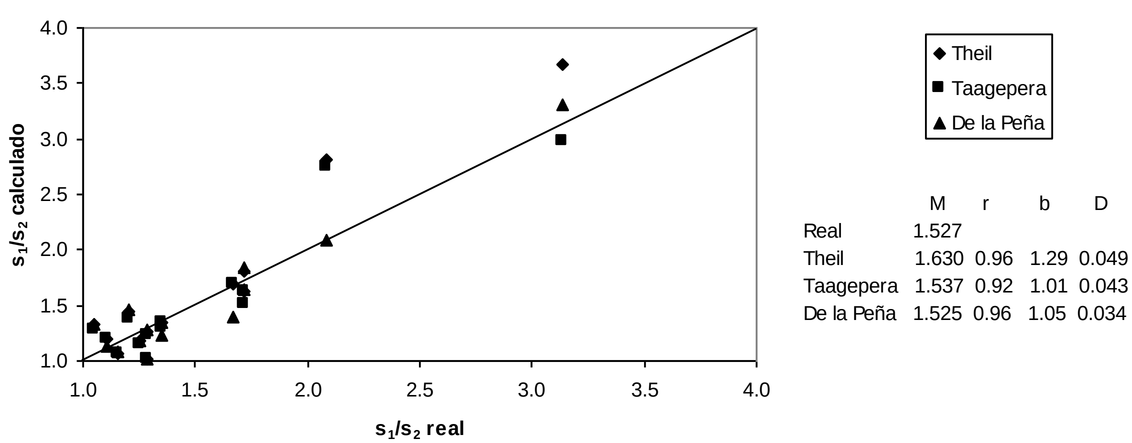


De hecho, la correlación entre las estimaciones para cada partido producto de cualquiera de las ecuaciones generales disponibles y el reparto real refleja un nivel cercano a la unidad: de 0.9946 en Theil, 0.9951 en Taagepera y 0.9954 en la propuesta alterna. Las pendientes que implican respecto al reparto real son también muy próximas, alcanzando en la propuesta original un nivel de 1.006, lo que indica similar tendencia de cambio. Finalmente, la desviación media en la estimación es, en todos los casos, inferior a dos por ciento, llegando en la propuesta alternativa a una desviación media de apenas 1.5% en la proporción de asientos asignada respecto a la que se diera en la realidad.

A partir de este ejercicio, pudiera considerarse que, en un intervalo de confianza de 95%, el margen de error máximo esperable para la estimación de la proporción de asientos a partir de la distribución de votos sería de 6% aplicando la propuesta de Theil; de 6.4% usando la ecuación de Taagepera sin corrección, que bajaría a 5.3% con ajuste; y de 5.2% con la fórmula alternativa propuesta.

La Gráfica 3.3 corresponde a la razón de ventaja del ganador respecto al segundo lugar. Nuevamente, la propuesta de ecuación alterna mejora la eficiencia mostrada por anteriores formulaciones: de una desviación media en la razón de ventaja de 4.9% en Theil, Taagepera mejora a 4.3% y la propuesta alterna llega a solamente 3.4% de desviación promedio. Empero, Taagepera muestra una tendencia de cambio sumamente próxima a la que se presenta en la realidad.

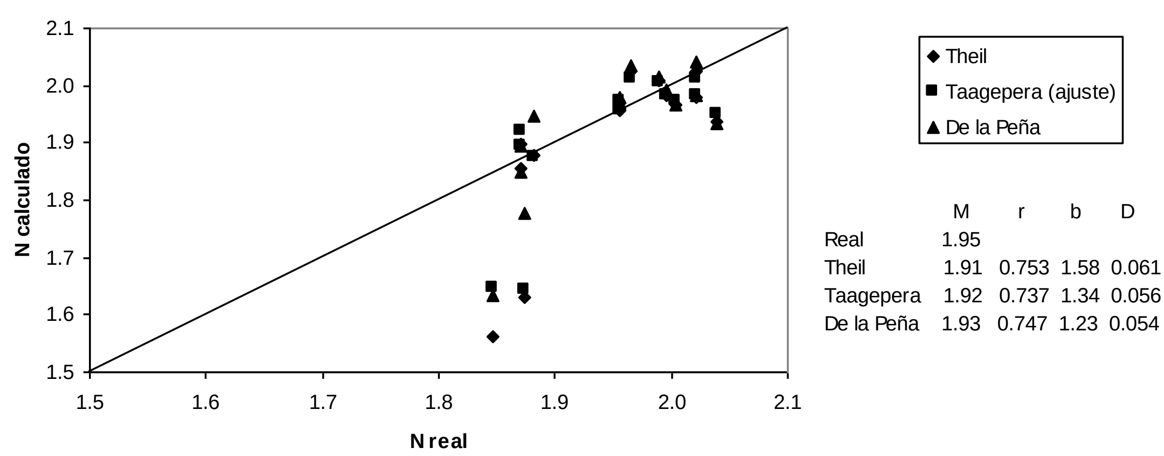
Gráfica 3.3
Elecciones en Nueva Zelanda (1939-1978)
s_1/s_2 real y s_1/s_2 calculado



En el caso del cálculo del número efectivo de partidos, que se presenta en la Gráfica 3.4, la precisión es menor, debido al carácter agregativo del indicador (incorporando errores en la estimación para diversos partidos en un único cálculo). Empero, nuevamente se logra una mejoría en la estimación con la propuesta alterna, al tenerse una desviación media en el número de partidos de 5.4%, contra 5.6% que deriva de Taagepera y 6.1% que resulta de Theil.

Es de referirse sin embargo un hecho importante: Theil y Taagepera suponen una reducción mayor a la real en el número efectivo de partido, que es en parte atenuada por la reformulación realizada, aunque la eliminación de salientes no pareciera suficiente para igualar la conversión con el reparto real.

Gráfica 3.4
Elecciones en Nueva Zelanda (1939-1978)
N real y N calculado



Sintetizando: al aplicar en un ejercicio primario la ecuación alterna propuesta, se observa una mejora respecto a las ecuaciones previas, tanto en la precisión para el cálculo de la proporción de asientos correspondiente a cada partido, como para la estimación del nivel de competitividad alcanzado. Así, al cotejar las conversiones producto de las diversas fórmulas disponibles, pareciera encontrarse una creciente precisión de los cálculos a medida que se hace más complejo el proceso de estimación, lo que es acorde con la "teoría de las perturbaciones" anteriormente mencionada.

Empero, la mejoría resulta en muchos casos de menor cuantía, quedando además un remanente reductivo en la competitividad cuya explicación pudiera desbordar el potencial de ejercicios basados exclusivamente en el efecto mecánico. Pudiéramos pensar entonces que, más allá de las consecuencias directas de las fórmulas para la formación de la representación política, existe un elemento psicológico relacionado con el comportamiento de los votantes ante las alternativas que contienden, quienes tenderían a concentrar el voto por partidos con posibilidades reales de triunfo, como advirtiera desde hace más de medio siglo Duverger (Valdés, 1993).

4. Aplicación para el caso mexicano.

Con base en lo anteriormente mencionado, puede conjeturarse que la formulación propuesta ha de tener mayor precisión y consistencia que las ecuaciones previas para la estimación de repartos en sistemas pluripartidistas.

Así, al aplicar las fórmulas al caso mexicano, se encuentra que para 1997, sin efectuar los ajustes en el reparto producto del peculiar acotamiento en las desproporciones permitidas, la ecuación de Theil propicia una sobreestimación en las curules para el partido mayor, que obtiene una mayoría absoluta (subrepresentando a los partidos de oposición) e implica un cambio total de asignación de 14 curules y una subestimación significativa de N_s (-0.13) y de NP_s (-0.15). Por su parte, la ecuación de Taagepera produce una subestimación del total de asientos a repartir de 14 casos, arrojando un cambio respecto a la asignación real en otros 10 casos y reducciones de -0.12 de N_s y $NP_{s,}$, de ajustar el total de asientos, se produce un giro en favor del partido mayoritario que deriva en un error de asignación en 14 escaños. La fórmula alternativa arroja una diferencia con el reparto efectivo de ocho casos, siendo la única formulación que otorga menos asientos al ganador que la suma para las principales oposiciones. Asimismo, mejora respecto a otras fórmulas el cálculo de N_s, que se ajusta en -0.02, y también de NP_s, que presenta una diferencia de +0.03. Se tendrían entonces estas estimaciones para 1997:

Ecuaciones votos ➔ asientos (diputados federales, 1997) (cálculos ajustados)	Cálculo de asientos por partido (sin acotar) (error en estimación)					N_s	NP_s
	Total	PRI	PAN	PRD	Otros		
H. Theil (1969)	500	251	124	116	9	2.72	1.85
$s_K = v_K^{\square} / \Sigma\, v_i^{\square}$	(14)	+12	+ 2	- 9	- 5	-0.13	-0.15
R. Taagepera (1986)	500	249	126	118	7	2.73	1.88
$s_K \cong v_K^{\square} / [\, v_K^{\square} + (N_v - 1)^{1-\square}\,(1-v_K)^{\square}]$	(14)	+10	+ 4	- 7	- 7	-0.12	-0.12
R. de la Peña (1999)	500	242	127	121	10	2.79	1.96
$s_K \cong v_K^{\square} / [\, v_K^{\square} + (N^L{}_v - u_K)^{1-\square}\,(V^L - v_K)^{\square}]$	(8)	- 2	+ 8	- 2	- 4	-0.02	+0.03
Resultado (sin acotamiento)	**500**	**244**	**119**	**123**	**14**	**2.81**	**1.93**

Para 2000, la ecuación de Theil propicia una sobreestimación en las curules correspondientes a los dos partidos mayores e implica un cambio total de asignación de 8 curules y una subestimación de N_s en –0.04 y de NP_s de -0.15. La ecuación de Taagepera, ajustada, arroja un cambio respecto a la asignación real de 12 casos y reducciones de -0.09 en N_s y de –0.07 en NP_s. La fórmula alternativa arroja una diferencia con el reparto efectivo de apenas dos casos y mejora respecto a otras fórmulas el cálculo de N_s, que se ajusta en +0.02, y también de NP_s, que presenta una diferencia de +0.01. Se tendrían entonces estas estimaciones para 2000:

Ecuaciones votos ➔ asientos (diputados federales, 2000) (cálculos ajustados)	Cálculo de asientos por partido (error en estimación)					N_s	NP_s
	Total	AC	PRI	AM	Otros		
H. Theil (1969)	500	227	213	60	0	2.49	2.37
$s_K = v_K^{\square} / \Sigma\, v_i^{\square}$	(8)	+ 4	+ 4	- 8	0	-0.06	+0.11
R. Taagepera (1986)	500	229	215	56	0	2.46	2.19
$s_K \cong v_K^{\square} / [\, v_K^{\square} + (N_v - 1)^{1-\square}\,(1-v_K)^{\square}]$	(12)	+ 6	+ 6	-12	0	-0.09	-0.07
R. de la Peña (1999)	500	222	208	70	0	2.57	2.27
$s_K \cong v_K^{\square} / [\, v_K^{\square} + (N^L{}_v - u_K)^{1-\square}\,(V^L - v_K)^{\square}]$	(2)	- 1	- 1	+ 2	0	+0.02	+0.01
Resultado oficial	**500**	**223**	**209**	**68**	**0**	**2.55**	**2.26**

Es de mencionarse que, como paso final para la conversión de votos en asientos, para el caso mexicano es necesario establecer un procedimiento que tome en cuenta el acotamiento existente a las desproporciones posibles por partido. Al respecto, el ajuste ha de considerar la limitación en el número de asientos adjudicables al partido mayor, de forma tal que, de corresponderle conforme al cálculo realizado una proporción de asientos mayor a lo legalmente permitido, se ajuste al límite legal. Luego, de cumplirse la condición de reducción por esta regla, los asientos que dejan de asignarse al partido mayor habrán de distribuirse entre los restantes partidos con derecho a asientos según participen en el voto opositor, conforme al principio de reparto proporcional, sin tenerse que considerar otros elementos para la reasignación de los asientos retirados al partido mayor.

Referencias bibliográficas.

García Alba, Pascual (1998), "El Índice de Dominancia y el Análisis de Competencia de las Líneas Aéreas Mexicanas", ***Gaceta de Competencia Económica***, núm. 1, marzo-agosto, México, pp. 15-32.

Greene, Brian (2001), ***El Universo Elegante***, Editorial Planeta, Bogota.

Katz, Richard S. (1997), ***Democracy and Elections***, Oxford University Press, Oxford.

Kendall, M. G. y A. Stuart (1950), “The Law of Cubic proportions in Electoral Results”, ***British Journal of Sociology***, núm. 1, September.

Laakso, M. y Rein Taagepera (1979), “Effective Number of Parties: A Measure with Application to West Europe”, ***Comparative Political Studies***, núm. 12, pp. 3-27.

Lakeman, Enid (1984), "The Case for Proportional Representation", en: Lijphart, A. y B. Grofman, ***Choosing an Electoral System***, Praeger.

Lambert, Dominique (1999), "La increíble eficacia de las matemáticas, ***Mundo Científico***, núm. 199, marzo, pp. 32-39.

Lijphart, Arend (1995), ***Electoral Systems and Party Systems***, Oxford University Press, New York.

Molinar, Juan (1991), "Counting the number of parties: an alternative index", ***The American Political Science Review***, 85:4, December, pp. 1383-1391.

Rae, Douglas W. (1967), ***The Political Consequences of Electoral Laws***, Yale University Press, New Haven.

Stewart, Ian (1996), ***From Here to Infinit. A Guide to Today's Mathematicy***, Oxford University Press, Oxford.

Taagepera, Rein (1986), "Reformulating the Cube Row for Propotional Representation Elections", ***The American Political Sciencie Review***, 80:2, June, pp.489-504.

Taagepera, Rein y M. S. Shugart (1989), ***Seats & Votes. The Effects & Determinats of Electoral Systems***, Yale University Press, New Haven.

Theil, Henry (1969), "The Desired Political Entropy", ***The American Political Sciencie Review***, 63:2, June, pp.521-525.

Tufte, Edward R. (1973), "The Relationship between Seats and Votes in Two-Party Systems", ***The American Political Sciencie Review***, 67:2, June, pp. 540-554.

Valdés, Leonardo (1993), ***Las consecuencias políticas de las reformas electorales en México: 1978-1991***, Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias Sociales con Especialidad en Sociología, El Colegio de México, México (Mimeo).