

## Das Arrow-Unmöglichkeitstheorem und das Phänomen des leeren Kerns in Abstimmungsverfahren

Kubon-Gilke, Gisela

Veröffentlichungsversion / Published Version

Arbeitspapier / working paper

**Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:**

SSG Sozialwissenschaften, USB Köln

### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Kubon-Gilke, G. (2004). *Das Arrow-Unmöglichkeitstheorem und das Phänomen des leeren Kerns in Abstimmungsverfahren*. (Arbeitspapiere aus der Evangelischen Fachhochschule Darmstadt, 1). Darmstadt: Evangelische Fachhochschule Darmstadt. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-419377>

### Nutzungsbedingungen:

*Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.*

*Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.*

### Terms of use:

*This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.*

*By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.*

**Arbeitspapiere aus der  
Evangelischen Fachhochschule Darmstadt**

**Das Arrow-Unmöglichkeitstheorem  
und das Phänomen des leeren  
Kerns in Abstimmungsverfahren**

Gisela Kubon-Gilke

Arbeitspapier Nr. 1 – Juli 2004  
ISSN 1612-8532 (Printversion)

Gisela Kubon-Gilke<sup>\*</sup>

---

<sup>\*</sup> Ich danke Alexa Köhler-Offierski für wertvolle Anregungen und Kritik.

## Zusammenfassung

In der Politischen Ökonomie sind das Arrow-Paradoxon und das Problem des leeren Kerns von zentraler Bedeutung. In beiden Fällen geht es um die Frage nach Aggregationsregeln via Abstimmungen für individuelle Präferenzen, so dass eine kollektive Entscheidung getroffen werden kann, die die persönlichen Vorstellungen spiegelt. Der Kern eines Entscheidungsproblems besteht aus den kollektiven Entscheidungen, bei denen sich keine Koalition von Teilen der Beteiligten durch anderes Abstimmungsverhalten verbessern könnte. Es zeigt sich, dass es eine Fülle von Entscheidungsproblemen gibt, die durch einen leeren Kern gekennzeichnet sind. Dann kommt entweder gar keine oder nur eine zufällige Entscheidung zu Stande. Allgemeiner konnte Arrow in seinem berühmten Paradoxon zeigen, dass keine demokratische Abstimmungsregel konzipiert werden kann, die gleichzeitig die vier Anforderungen nach universeller Gültigkeit, Pareto-Effizienz, Unabhängigkeit von der irrelevanten Alternative und Nicht-Diktatur erfüllt. Deshalb gilt auch allgemein, dass zufällige Entscheidungen oder die Blockade von Entscheidungen in sehr allgemeinem Sinne möglich sind. Dies wird am Beispiel der Listenerstellung für eine Hochschulprofessur demonstriert, und es wird gezeigt, welche speziellen Anforderungen an die kooperative Kultur der Hochschulen und an die Ausgestaltung der Selbstverwaltungsordnung damit verbunden sind.

**Schlüsselbegriffe:** Arrow-Paradoxon, leerer Kern, Abstimmungsregel, demokratische Verfassung, Kooperationskultur

## Abstract

The Arrow Paradox and the problem of the empty core is of central importance in political economics. They both deal with rules of aggregation via voting for individual preferences in order to arrive at a collective decision which reflects personal preferences. The core of a decision making problem consists of collective decisions, which cannot be improved on by coalitions of involved parties voting differently. It is evident that there are an abundance of problems in decision making which are typified by an empty core. In these cases either no decision or a random decision is reached. More generally, Arrow demonstrated in his famous paradox that no democratic voting rules can be designed which concurrently fulfil the four demands of universal validity, Pareto efficiency, independence of irrelevant alternatives and non-dictatorship. In general, therefore, random decisions or blocking decisions in a very general sense are possible. This will be demonstrated using the example of short-listing for a University Professor. It will also be shown what particular demands this makes on the cooperative culture of the University and on the arrangement of the regulation of self government.

**Key words:** Arrow-Paradoxon, core of a decision, voting rule, democratic constitutions, co-operative culture

## **Zur Person**

Prof. Dr. Gisela Kubon-Gilke, Studium der Volkswirtschaftslehre an der Georgia Augusta in Göttingen, Promotion und Habilitation an der TU Darmstadt, Privatdozentin für Volkswirtschaftslehre an der TU Darmstadt, Professorin für Ökonomie und Sozialpolitik an der EFH Darmstadt, Vorstandsmitglied in der Gesellschaft für Gestalttheorie und ihre Anwendungen e.V., Mitveranstalterin einer jährlichen Tagung zum Thema "Normative und institutionelle Grundfragen der Ökonomik" und Mitherausgeberin eines gleichnamigen Jahrbuchs, Arbeitsschwerpunkte: Institutionenökonomik, Arbeitsmarkttheorie, Theorie der Sozialpolitik, Ökonomie und Psychologie.

# Das Arrow-Unmöglichkeitstheorem und das Phänomen des leeren Kerns in Abstimmungsverfahren

Unlösbare Probleme in hoch formalisierten Verfahren zur Entscheidungsfindung in demokratisch verfassten Organisationen am Beispiel der Erstellung von Berufungslisten bei intransitiven Präferenzen

## 1. Einleitung

Bei vielen Entscheidungen von Hochschulgremien, z. B. bei Berufungsverfahren, wird immer mal wieder Unmut darüber laut, welche Entschlüsse die Kommissionen treffen. Es soll gezeigt werden, dass das gegenseitige Unverständnis hinsichtlich der Entscheidungen und auch die Schwierigkeiten des Entscheidungsprozesses selbst zu einem Großteil an einem de facto nicht für alle zufriedenstellend zu lösenden Grundsatzproblem in demokratischen Abstimmungsverfahren liegt. Die - etwas unbefriedigende - Lösung der Hochschulen wird in der Einführung diktatorischer Elemente bei der Entscheidungsfindung in dem Sinne gesucht, dass einzelne Personen bzw. Gremienminderheiten besondere Entscheidungsmacht bekommen. Diese Verfahren werden u.a. immer dann Unmut produzieren, wenn die so definierte diktatorische Gremienmehrheit gegen die mehrheitlichen Interessen anderer Gruppen entscheidet.<sup>1</sup> Ein solches Wahlverfahren kann nur dann ohne Verwerfungen funktionieren, wenn die explizite Mehrheitsmeinung in geeigneter Form von den "Diktatoren" aufgenommen und zumindest im Verfahren selbst konsensorientiert das Gespräch gesucht wird.

Dabei ist es wichtig, dass Demokratie nicht formal verstanden wird, was sich auch als die Unterdrückung (der Meinung) vieler durch eine Gremienmehrheit äußern könnte,

---

<sup>1</sup> Es ist darauf hinzuweisen, dass damit ein Diktaturbegriff gewählt wird, der sich von der Vorstellung einer rein usurpatorischen Machtaneignung löst, d.h. die hier erwähnte Form der Diktatur kann sogar selbst aufgrund demokratischer Prozesse legitimiert worden sein, und es ist zunächst unerheblich, wodurch die Möglichkeit geschaffen wird, dass sich wenige einzelne Personen in der Definition sozialer Ziele und Vorgehensweisen durchsetzen können. In der Ökonomik wird häufig bei Ergebnissen von Marktlösungen der Vergleich zu einer Entscheidung eines allwissenden und wohlwollenden Diktators gezogen. Dies tut man nicht, weil man etwa einen solchen Diktator wünschte oder überhaupt für realistisch hielte, sondern weil man analysieren möchte, wie nahe die Ergebnisse dezentraler Steuerungsprozesse in Wirtschaft und Politik sozialen Präferenzen kommen. Der Diktatorbegriff ist damit etwas anders besetzt als in umgangssprachlicher Definition.

sondern im Wertheimerschen Sinne als Verantwortung für das Ganze unter Berücksichtigung der Interessen von Gremienminderheiten bzw. nicht an der Entscheidung beteiligter Personen praktiziert wird (vgl. WERTHEIMER 1991, S. 69).<sup>2</sup> An der Kooperationsbereitschaft irgendwelcher Personen in Hochschulgremien wird dabei in keiner Weise gezweifelt; die Verfahrensvorschriften legen nur eine mehr oder weniger notwendige Einigung mit vielen oder den Versuch dazu nahe.

## 2. Der Kern einer Abstimmung als Gleichgewichtskonzept und das Beispiel einer Berufungsliste

Das Konzept des Kerns eines Entscheidungs- oder Allokationsproblems wird insbesondere in der ökonomischen Theorie des Allgemeinen Gleichgewichts angewendet, spielt aber auch eine große Rolle in Modellen der Theorie kooperativer Spiele und der Neuen Politischen Ökonomie.

Es geht grundsätzlich darum, die Robustheit einer Entscheidung bzw. Allokation zu überprüfen, indem untersucht wird, inwiefern sich Teilgruppen oder Koalitionen gegenüber einer gegebenen Situation verbessern können (vgl. z. B. VARIAN 1985, S. 242). Eine

---

<sup>2</sup> Die Position Wertheimers wird in folgenden Passagen seines Ausführungen über Demokratie (vgl. jeweils WERTHEIMER 1991, angepasst an die geltenden Rechtschreibregeln) besonders deutlich:

“Das Mehrheitsrecht in einer Demokratie impliziert auch ein charakteristisches Verhalten gegenüber Minderheiten. Die Rechte von Minderheiten schlicht zu leugnen oder zu übergehen, seine Augen zu verschließen vor ihren Bedürfnissen, ist nicht demokratisch. „Wir haben die Mehrheit, na also“ ist kein demokratisches Verhalten. Eine ungerechte Entscheidung gegen eine Minderheit aufgrund eines Mehrheitswillens ist nicht Demokratie.“ (S. 69).

“Für sich genommen ist das Mehrheitsrecht keinesfalls ein demokratisches Ziel, sondern lediglich ein technisches Mittel, lediglich, technisch betrachtet, eine Lösung, die beste verfügbare, aber weit entfernt davon, eine vollkommene Lösung zu sein. Vom Standpunkt der Logik ist es nicht der *Inhalt* des Mehrheitsprinzips, der wirklich demokratisch ist, sondern allein seine *Funktion* als das technische Mittel auf dem Weg zum Ziel, dass mehr gerechte Entscheidungen gefällt werden. Nicht der Wille der Mehrheit, sondern die bessere Entscheidung ist das Erstrebte.“ (S. 70 – 71).

“Bei den Zusammenkünften demokratischer Körperschaften mag es nicht gerade ungewöhnlich sein, dass ein Mitglied sagt:“ Warum reden wir überhaupt über diesen Punkt? Bei Ihnen handelt es sich doch nur um eine kleine Minderheit. Was die Mehrheit wünscht, ist klar. Lasst uns auf demokratische Weise weitermachen, lasst uns abstimmen. Und wenn Sie widersprechen möchten, indem Sie sich gemäß der augenblicklich geltenden Verfahrensregel zu Wort melden, dann werden wir den Regeln der Geschäftsordnung folgend zuerst über den Antrag auf Schluss der Debatte abstimmen. Wenn Sie die Formalie wünschen, können Sie sie haben, aber was nützt es? Sie wissen, dass wir in jedem Fall die Mehrheit haben.“ Oft handelt es sich dabei um blinden und verächtlichen Gebrauch des mit Demokratie wirklich Gemeinten.“ (S. 72).

Die gleiche Argumentation gilt natürlich auch, wenn eine kleine Gruppe Entscheidungsgewalt durch eine Gremienmehrheit hat und entsprechend offensichtliche Mehrheitsmeinungen der Organisationsmitglieder unberücksichtigt lässt.

Koalition  $S$  verbessert sich bei einer Entscheidungsgrundlage (Anfangsausstattung)  $W$  gegenüber einer gegebenen Entscheidung  $x$  dann, wenn es eine Allokation/Neuentcheidung  $x'$  gibt, für die gilt:

$$(1) \sum_{i \in S} x'_i = \sum_{i \in S} W_i \quad (x' \text{ ist für } S \text{ zulässig})$$

$$(2) \quad x'_i \text{ wird für alle } i \text{ in } S \text{ } x_i \text{ vorgezogen}$$

Eine zulässige Allokation  $x$  liegt im **Kern** des Entscheidungsproblems, wenn sie durch keine Koalition vorteilhafter für die Koalitionsmitglieder gestaltet werden kann. Während man für das Allgemeine Gleichgewicht einer Volkswirtschaft zeigen kann, dass der Kern einer perfekt funktionierenden Konkurrenzwirtschaft nicht leer ist und dass das Allgemeine Gleichgewicht stets im Kern liegt, gibt es spezifische Entscheidungsprobleme mit einem leeren Kern, so dass es dafür letztlich kein Gleichgewicht gibt. Jedes reine Verteilungsproblem bei drei Personen ist z. B. durch einen leeren Kern gekennzeichnet, aber auch Abstimmungen über Berufungslisten können bei bestimmten Präferenzen, insbesondere intransitiven Präferenzen, dadurch charakterisiert sein.

Angenommen, ein Entscheidungsgremium von 11 gleichberechtigten Personen hat die Aufgabe, über Listenplätze zu entscheiden, wobei 3 Teilgruppen sehr unterschiedliche Sichtweisen über noch drei zur Auswahl übrig gebliebene Bewerber und Bewerberinnen haben. Für Listenplätze kommen im Beispiel in Frage: Dr. Abel (A), Dr. Bebel (B) und Dr. Cwibel (C). Die KandidatInnen werden von den drei Teilgruppen I, II und III wie folgt eingeschätzt:

I (5 Personen):  $A > B > C$

II (4 Personen):  $B > C > A$

III (2 Personen):  $C > A > B$

Das Zeichen ">" ist hier als "wird vorgezogen" zu verstehen. Wenn eine Gruppe also  $A > B$  urteilt, dann zieht sie für eine Berufung Abel gegenüber Bebel vor, und zwar i.d.R. durch fachlich begründete Urteile. Wenn die Mehrheit über die Liste entscheidet und hier

erst einmal nur die Relevanz des 1. Platzes in Betracht gezogen wird, könnte Gruppe III, da sie nur aus 2 Personen besteht, befürchten, dass C keine Chance hat. Damit nicht das für sie schlechteste Ergebnis B resultiert, könnte sie eine Koalition mit I eingehen und für A (zweitbeste Wahl für Gruppe III) votieren. Das nutzt den Gruppen I und III, gleichzeitig ist es aber schlecht für II, die A auf gar keinen Fall für die Professur berufen wollen. II kann nun vor der eigentlichen Abstimmung III explizit oder implizit ein Angebot machen, für C zu stimmen, was für III außerordentlich attraktiv und auch für II als zweitbestes Ergebnis gegenüber der A-Wahl der vorherigen Koalitionslösung günstiger ist. Dies wiederum ist aber für I das schlechteste Ergebnis, und I kann als Reaktion II ein Angebot mit einem Votum für B unterbreiten, dadurch verbessern sich beide in dieser neuen Koalition. Da dies wiederum für III ganz besonders unattraktiv ist, versucht diese Gruppe wiederum eine Koalition mit I und dem Votum für A usw. Dieses strategische Problem findet kein Ende und kein Gleichgewicht, d.h. es gibt keine einzige Reihung, bei der sich nicht eine neue Koalition mit einem abweichenden Votum verbessern könnte. In diesem Fall ist der Kern des Entscheidungsproblems leer. Eine Entscheidung kommt entweder gar nicht zustande oder hängt relativ zufällig vom strategischen Geschick der Verhandlungspartner, cholerischen Ausfällen, "alten Rechnungen", gegenseitigen Verpflichtungen oder dem Ermüdungszustand der verschiedenen Gremienmitglieder ab. Dieses Problem stellt sich wohlgerne nicht bei transitiver, eindeutiger und klarer Mehrheitsbeurteilung. Bei den nicht seltenen Fällen der hier behandelten Situation eines leeren Kerns gibt es jedoch bei dem skizzierten Mehrheitswahlverfahren keine befriedigende Lösung wegen der Zufälligkeit des Ergebnisses oder weil selbst bei großem Bemühen gar keine Entscheidung zustande kommt.

Dieses Phänomen des leeren Kerns hat mit einem noch allgemeineren Problem zu tun, wie nämlich aus vielen einzelnen Präferenzen durch eine Abstimmungs- und damit Aggregationsregel eine soziale Entscheidung resultiert, die bestimmten Anforderungen genügt. Kenneth ARROW (1963) hat in seinem berühmten Unmöglichkeitstheorem ein sehr pessimistisches Bild gezeichnet. Er hat vier einfache und plausible Voraussetzungen formuliert, die ein Wahlverfahren erfüllen sollte (vgl. KREPS 1990, S. 174 – 181 oder BERNHOLZ/BREYER 1994, S. 26 zu der nachfolgenden Zusammenfassung):



- (1) **Universelle Gültigkeit.** In dem Wahlverfahren soll eine transitive soziale Ordnung  $>^*$  über soziale Ergebnisse  $X$  für *jeden* Vektor individueller Präferenzen ( $>_i$ ) resultieren und auch nur von den individuellen Präferenzen abhängen.
- (2) **Pareto-Effizienz (schwaches Pareto-Prinzip).** Wenn  $x >_i x'$  für alle  $i$  gilt, dann soll diese  *einstimmige Bewertung* aller Individuen pro  $x$  auch in der sozialen Bewertung zum Ausdruck kommen, d.h. es soll dann gelten:  $x >^* x'$ .
- (3) **Unabhängigkeit von der irrelevanten Alternative.** Wenn man beliebige zwei  $x$  und  $x'$  aus  $X$  nimmt, dann soll die soziale Reihung dieser beiden Ergebnisse nicht davon abhängen, ob die Personen irgendwelche ganz andere Ergebnisse, die hier nicht gefragt sind, anders bewerten oder ob weitere irrelevante Alternativen dazu kommen. Ganz trivial in einem persönlichen Zusammenhang: Wenn man lieber Fisch als Fleisch isst, sollte sich die Reihung zwischen diesen beiden Möglichkeiten nicht umdrehen, wenn nun auch Grünkernbratlinge zur Verfügung stehen, die man überhaupt nicht mag und für die man sich keinesfalls entscheidet. Die Bedingung (3) fordert, dass man die Gruppenpräferenz aus paarweisen Vergleichen der Alternativen ermitteln kann.
- (4) **Nicht-Diktatur.** Kein einzelnes Individuum soll ein Diktator in dem Sinne sein, dass seine persönliche Präferenz  $x >_i x'$  unmittelbar  $x >^* x'$  als soziales Ergebnis impliziert, und zwar unabhängig von den Präferenzen aller anderen Individuen.

Arrow konnte zeigen, dass es bei mindestens drei verschiedenen potenziellen sozialen Ergebnissen (also auch z. B. im Rahmen einer Listenerstellung) *nicht möglich* ist, ein Wahlverfahren zu konzipieren, das alle vier Voraussetzungen gleichzeitig erfüllt.<sup>3</sup>

Ob Mehrheitswahl oder andere Verfahren: Es gibt immer Umstände, bei denen eine oder mehrere der genannten Voraussetzungen nicht erfüllt sind, was dann auch das soziale Ergebnis, also einen Wahlausgang, z. T. in einem merkwürdigen Licht erscheinen lässt. Bei

---

<sup>3</sup> Dieses Problem dominiert die gesamte moderne Wohlfahrtstheorie. Das Unmöglichkeitstheorem Arrows zeigt in einem axiomatischen Zugang zu dem Problem eine deutliche Dilemmasituation auf: "In essence, this theorem tells us that we cannot have everything: If we want our aggregation rule (...) to be defined for any possible constellation of individual preferences, to always yield Pareto optimal decisions, and to satisfy the convenient, and key, property that social preferences over any two alternatives depend only on individual preferences over these alternatives (...), then we have a dilemma. Either we must give up the hope that social preferences could be rational [...] or we must accept dictatorship." (MAS-COLELL/WHINSTON/GREEN 1995, S. 789).

dem Problem des leeren Kerns ist z. B. das einfache Mehrheitswahlverfahren problematisch, weil entweder kein oder ein zufälliges Ergebnis resultieren kann, aber andere, letztlich alle, Verfahren sind nicht minder anfällig für "merkwürdige" Ergebnisse. Insofern ist auch Wertheimer zuzustimmen, der – wie erläutert – das Mehrheitswahlrecht nur als ein *Instrument* für möglichst sinnvolle Entscheidungen und nicht als demokratisches Ziel an sich ansieht und die Schwächen des Systems als Aggregationsregel benennt. Er verweist darauf, dass es aus seiner Sicht keine demokratisch überzeugenden Alternativen zu dieser Abstimmungsregel gibt, womit er die besonderen Verantwortungen von (Gremien-)Mehrheiten begründet.<sup>4</sup>

Ein schönes Beispiel für problematische Ergebnisse aus Wahlen ist das Condorcet-Paradoxon (vgl. z. B. MAS-COLELL/WHINSTON/GREEN 1995, S. 796). Angenommen, wir haben immer noch nicht unser Berufungsverfahren mit den potentiellen ListenkandidatInnen A, B und C abgeschlossen, weil die impliziten Koalitionsverhandlungen via Diskussion der Vor- und Nachteile der BewerberInnen sich schier endlos hinziehen. Aus lauter Verzweiflung ändern wir nun die Regeln zu einem paarweisen Abstimmen, also zwei KandidatInnen treten in der Abstimmung gegeneinander an und die Siegerin bzw. der Sieger muss gegen die verbliebene Kandidatin / den verbliebenen Kandidaten antreten. Wir hoffen, damit endlich ein Ergebnis zu bekommen. Schauen wir uns an, was dabei passieren kann.

**Fall 1:** Das Gremium entscheidet, erst die offensichtlichen MinderheitenkandidatInnen B und C gegeneinander antreten zu lassen, den Sieger/die Siegerin dann gegen A. Bei den bereits skizzierten Präferenzen heißt das:

B gegen C: Gruppen I und II votieren für B, III für C, B gewinnt mit 9 zu 2 Stimmen

B gegen A: Gruppen I und III wählen A, II ist für B, insgesamt gewinnt A mit 7 zu 4 Stimmen.

---

<sup>4</sup> Das Unmöglichkeitstheorem Arrows schwächt sich ab, wenn man die Bedingung der paarweisen Unabhängigkeit zu Gunsten einer Monotonie-Annahme bezüglich der sozialen Wohlfahrtsfunktion aufgibt oder andere Annahmen bzw. Anforderungen hinsichtlich der Rationalität von Präferenzen leicht verändert. Unabhängig von diesen Einschränkungen zeigt sich mit dem Arrow-Theorem sehr deutlich, dass die *Art* der Abstimmungsregel das Ergebnis der Wahlen maßgeblich bestimmt, und das gängige Mehrheitsverfahren ist theoretisch nicht besonders ausgezeichnet, um in der überwiegenden Zahl der Fälle im Abstimmungsergebnis die soziale Wohlfahrt in dem Sinne zu maximieren, dass solche Maßnahmen ergriffen werden, die überwiegend als sinnvoll und nutzenstiftend angesehen werden. Dies gilt für andere Wahlprozeduren jedoch in gleichem Maße.

Dieses Ergebnis überrascht zunächst nicht, wird doch zum Schluss die Person auf den ersten Listenplatz gesetzt, die auch von vornherein von der größten Gruppe favorisiert war.

**Fall 2:** Das Gremium entscheidet, zunächst die beiden KandidatInnen mit den jeweils meisten und den wenigsten Stimmen gegeneinander antreten zu lassen, den Sieger/ die Siegerin dann gegen B:

A gegen C: I stimmt für A, II und III jedoch für C, so dass C mit 6 gegen 5 Stimmen gewinnt, der Sieger aus Fall 1 scheidet nun gleich im ersten Wahldurchgang.

C gegen B: wie in Fall 1 bereits skizziert, gewinnt diesmal B mit 9 zu 2 Stimmen.

Hier können wir schon etwas unruhig werden, da es offensichtlich auf die Abstimmungsreihenfolge ankommt, wer sich für den ersten Listenplatz durchsetzt. Immerhin hat B noch eine relativ große Gruppe hinter sich. Das Unbehagen wird durch Fall 3 jedoch noch gestärkt.

**Fall 3:** Das Gremium entscheidet sich, erst einmal nur über die beiden offensichtlichen FavoritInnen abzustimmen und dann nur noch einmal "zur Sicherheit" den Sieger/die Siegerin gegen C zur Wahl zu stellen:

A gegen B: A gewinnt - wie bekannt - mit 7 zu 4 Stimmen.

A gegen C: C gewinnt - wie bekannt - mit 6 zu 5 Stimmen

Zum Schluss wird bei dieser Reihenfolge der Abstimmung der Favorit von zwei Personen (Gruppe III) aus einem Gremium von 11 Personen demokratisch und mit absoluter Mehrheit auf den ersten Listenplatz gesetzt. Je nachdem, in welcher Reihenfolge also über die KandidatInnen abgestimmt wird, kann jede oder jeder auf den ersten Platz kommen. Ihre persönlichen Interessen können diejenigen Gremienmitglieder besonders gut durchsetzen, die das Verfahren gut durchschauen und mit geschickten Anträgen zur Geschäftsordnung und gut gebündelten Entscheidungsvorlagen die Tagesordnung gut beeinflussen können. Wenn alle das Verfahren und die Vorstrukturierung der Ergebnisse durch die Abstimmungsreihenfolge verstehen, haben wir überhaupt nichts gegenüber einer direkten Mehrheitswahl gewonnen, weil jetzt die Abstimmung über die Wahlreihenfolge durch einen leeren Kern gekennzeichnet ist und wir dort bereits u.U. zu überhaupt keiner Entscheidung kommen. Ein identisches Problem taucht auf, wenn die Abstimmungsergebnisse antizipiert werden und bereits in den ersten Runden strategisch

abgestimmt wird und wiederum das Koalitionsproblem ungelöst ist. Insgesamt zeigt sich, dass auch das Verfahren des paarweisen Abstimmens bei intransitiven Präferenzen unbefriedigend ist, weil damit *jedes* Ergebnis möglich wird, auch ganz kleine Gruppen können sich bei den skizzierten Intransitivitäten mit ihren Interessen durchsetzen, sofern es überhaupt eine Einigung auf eine Abstimmungsreihenfolge gibt. Es soll an dieser Stelle betont werden, dass dabei alle Gremienmitglieder nach bestem Wissen und Gewissen handeln *können*. Das ändert nichts am insgesamt unbefriedigenden Wahlverfahren.

### **3. Regeln für Berufungsverfahren**

Bei informierten Wählern löst sich das Problem demnach nicht durch eine *endogene* Änderung des Wahlverfahrens, und natürlich kann an Hochschulen auch keine Berufungskommission so einfach neue Abstimmungsregeln implementieren. Das Problem potenziell intransitiver Präferenzen besteht zudem unabhängig davon, und das Arrow-Theorem gilt für jedes Wahlverfahren. Wenn weitere Gremien involviert sind, mag das partiell helfen, aber die Probleme des leeren Kern bzw. des Arrow-Unmöglichkeitstheorems gelten auf allen Ebenen. In weitergehenden Gremien (vielleicht mit anderen Mehrheitsanforderungen und anderer personeller Besetzung) können "gute" und "schlechte" Ergebnisse sowohl bestätigt als auch korrigiert werden, es können schlechte Ergebnisse korrigiert, aber auch gute Ergebnisse gekippt werden, wieder bei potentiell völlig gewissenhafter Überlegung aller Gremienmitglieder. Das Arrow-Theorem zeigt ein reines Aggregationsproblem auf, zunächst völlig unabhängig von den Motiven, der Sorgfalt und den Strategien der Gremienmitglieder. Damit überhaupt Entscheidungen getroffen werden können und Entscheidungen bestimmte Rationalitätsanforderungen erfüllen, kann man u.U. argumentieren, dass man dazu die Forderung nach Nicht-Diktatur lockert und entsprechende diktatorische Elemente in die Abstimmungsregel implementiert. Dies wird aber zumindest immer dann zu einem heftigen und konflikträchtigen Problem, wenn es transitive Präferenzen und eindeutige Mehrheitsmeinungen gibt, die in einem solchen Regelwerk von der diktatorischen Minderheit - aus welchen hehren Motiven heraus auch immer - blockiert werden können. Die Abstimmungsprozeduren an Hochschulen innerhalb der Fachbereichsräte zur Listenerstellung nutzen einige diktatorische Elemente, erstens und noch vergleichsweise harmlos mit der Wahl durch ein Vertretungsgremium - was aber am

Problem nichts ändert, die strategischen Probleme werden dadurch sogar teilweise größer wegen der kleinen Zahl an Abstimmungsberechtigten<sup>5</sup>. Es gibt zweitens in vielen Verfahrensordnungen von Hochschulen außerdem BeraterInnen, die selbst kein Stimmrecht haben und letztlich darauf setzen müssen, dass ihr Votum fair im Beratungsprozess aufgegriffen wird. Drittens kann sich letztlich eine bestimmte Gruppe - die ProfessorInnen innerhalb des Fachbereichsrates - mit ihrer Mehrheit durchsetzen, was bei nicht völlig gemischten Gruppenmeinungen dazu führt, dass diese Gruppe gar keine Koalition mit anderen Mitgliedern des FBR für eine Entscheidung benötigt und die notwendige Zahl von Wahldurchgängen notfalls nur abwarten muss.

Das hieße für ein Gremium mit 6 ProfessorInnen und 5 nichtprofessoralen Mitgliedern, dass sich eine Koalition von 4 ProfessorInnen, sofern sie sich über die Beurteilung einig sind, immer durchsetzen kann. Das kann, muss aber nicht in jedem Fall helfen, um zu einem nichtleeren Kern zu kommen - ob das Ergebnis im Sinne der Hochschule ist, sei dahingestellt. Bei einem kleineren Fachbereich mit z. B. nur 3 ProfessorInnen im Fachbereichsrat reicht eine "Minimehrheit" von 2 Personen aus dem gesamten Gremium. Das ist formal bei solchen vorgegebenen Regeln und der prinzipiellen Nichtlösbarkeit bei der Suche nach geeigneten Abstimmungsprozeduren nicht grundsätzlich zu beanstanden, aber auf ein besonders demokratisches Verfahren und das "Aushalten von Mehrheiten" sollte sich bei einem solchen Regelwerk niemand berufen, da das gesamte Verfahren notgedrungen eben einige diktatorische Elemente - nicht einer einzelnen Person, aber kleiner Minderheiten - beinhaltet.

Demokratische Regeln, die diese Form der Diktatur (wirklich nur im Sinne Arrows zu verstehen) abschwächen, müssen nicht gleichzeitig bessere und "demokratischere" Ergebnisse nach sich ziehen, wie uns Arrows Theorem zeigt. Wir sollten uns aber nicht auf naive Demokratieverständnisse zurückziehen nach dem Motto "Demokratie ist, was eine (Gremien-)Mehrheit entscheidet", denn dass Regeln vielfach diktatorische Elemente enthalten, ist offensichtlich und dass bei Mehrheitswahlen gleichberechtigter Wähler u.U.

---

<sup>5</sup> In der Politischen Ökonomie wird zudem diskutiert, dass bei direkter Demokratie wegen hoher Entscheidungs- und Externalitätskosten die Gefahr besteht, dass sich relativ kleine Minderheiten insbesondere bei komplexen Entscheidungen mit ihrem gebündelten Interesse durchsetzen könnten. Indirekte Demokratien sind denkbare Lösungen für das Problem, allerdings sind sie selbst wiederum trotz der demokratischen Kontrolle der Entscheidungsgremien mit eigenen Schwierigkeiten wie der Orientierung am Medianwähler behaftet, was wiederum dazu führen kann, dass die Entscheidungen die Arrow-Anforderungen verletzen. (vgl. dazu Bernholz/Breyer 1994, Kapitel 14).

vieles herauskommen kann, was den individuellen Präferenzen relativ wenig entspricht, wurde an Beispielen gezeigt. Arrow wies bereits darauf hin, dass das Axiom "Nicht-Diktatur" am häufigsten von Abstimmungsregeln verletzt wird. Demokratische Legitimation ist halt ganz schwierig zu beurteilen.

Analoge Probleme im Vergleich zu der Erstellung von Berufungslisten gibt es natürlich in vielen anderen Bereichen von Organisationen wie den Hochschulen, die demokratisch verfasst sind. Was sich bereits innerhalb der Fachbereiche zeigt, erscheint als prinzipielles Problem auch auf Hochschulebene. Bei gleich großen Fachbereichen entsteht bei vielen Entscheidungen das Koalitionsproblem wie bei jedem Phänomen des leeren Kerns. Bei unterschiedlicher Größe der Abteilungen kann entweder der große Fachbereich in der Gremienbesetzung dominieren, was die Gefahr beinhaltet, dass die Minderheiteninteressen der kleineren Fakultäten zu wenig Berücksichtigung finden. Bei einer anderen Gremienbesetzung könnte dagegen die Minderheit der Mehrheit ihre Vorstellungen aufdrücken. Anders als bei großen demokratischen Gebilden, bei denen sich partiell das Koalitionsproblem mangels Koordinierungsmöglichkeit einzelner Gruppen abschwächt, sind kleinere demokratische Organisationen von dieser Grundkonstellation schwieriger Abstimmungsprozesse besonders stark betroffen.

In jedem Fall müssen Hochschulen nach ihrem eigenen Verständnis eines kooperativen Umgangs versuchen, eine jeweils "beste" Lösung durch Austausch und Diskussion zu erzielen. Wenn eine Gremienmehrheit, die aus wenigen Personen besteht, meint, dass alle anderen falsch liegen und nur sie selbst richtig, dann sind diktatorische Entscheidungen nicht grundsätzlich zu vermeiden, und dann können Unmut und Unverständnis auch weiterhin entstehen. Kooperatives Verhalten und vertrauensvolle Zusammenarbeit, die an der Aufgabe orientiert ist, sowie eine Verfahrensregel, die möglichst nahe an die Anforderungen an eine soziale Abstimmungsregel kommt, sollte die Arbeit an Hochschulen sichern. Insofern sollten die Selbstverwaltungsordnungen in regelmäßigen Abständen dahingehend überprüft werden, ob sie angesichts der Veränderungen der Aufgaben und Rahmenbedingungen tatsächlich in den überwiegenden Fällen eine hinreichend gute Lösung des Aggregationsproblems sichern, da allgemein akzeptierte und kooperativ durchgesetzte Verfahrensregeln letztlich auch wieder die vertrauensvolle Zusammenarbeit positiv beeinflussen. Die Frage verschiebt sich damit

dahin, wie man in einer demokratischen Organisation kooperatives Verhalten und vertrauensvolle Zusammenarbeit sichert.

## Literatur

- Arrow, K. J. (1963<sup>2</sup>). *Social Choice and Individual Values*. New York: Wiley
- Bernholz, P. & Breyer, F. (1994<sup>3</sup>). *Grundlagen der Politischen Ökonomie, Bd. 2: Ökonomische Theorie der Politik*. Tübingen: Mohr (Siebeck).
- Kreps, D. M. (1990). *A Course in Microeconomic Theory*. New York u.a.: Harvester Wheatsheaf.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D. & Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. New York, Oxford: Oxford University Press
- Varian, H. R. (1985). *Mikroökonomie*. München: Oldenbourg.
- Wertheimer, M. (1991). Zum Demokratiebegriff. In M. Wertheimer, *Zur Gestaltpsychologie menschlicher Werte, Aufsätze 1934 – 1940*, herausgegeben und kommentiert von Hans-Jürgen Walter. Opladen: Westdeutscher Verlag, S. 65 – 88, (Originaltitel: On the Concept of Democracy, Erstveröffentlichung 1937.)