Ansätze, Begriffe und Verfahren der Analyse ökonomischer Zeitreihen

Metz, Rainer

Ansätze, Begriffe und Verfahren der Analyse ökonomischer Zeitreihen

*Rainer Metz**

Abstract: Especially within the discussion of the empirical evidence of long swings or socalled »Kondratief cycles« the limits of the classical component model becomes evident. In the following paper different approaches to time series analysis will be demonstrated in the context of testing the long cycle hypothesis. First, the problem of trend estimation by means of polynomial fitting, moving averages and differencing is demonstrated. Besides these »transformation« procedures the spectral analysis is of great importance to the identification of cyclical processes. Although this procedure seems to offer a completely »New Look at Time Series«, it can be shown that testing long swings with spectral analysis leads to the old and unsolved problem of trend estimation. The solution of this problem can be achieved by designing digital filters. There are two basic concepts, i.e. filtering in the time domain and filtering in the frequency domain. It can bee shown that the only possible separation of trend an long-swings can be achieved by a filter which transforms time series in the frequency domain. The construction, the use and the limitations of such a filter are demonstrated by numerous examples.

Vorbemerkung

Die Diskussion um das Phänomen langfristiger Wellenbewegungen (Kondratieff-Zyklen) in der wirtschaftlichen Entwicklung der letzten 200 Jahre hat zu einer kritischen Auseinandersetzung mit den traditionellen Verfahren der Zeitreihenanalyse geführt. Vor allem die Tatsache, daß sich die in der Diskussion verwendeten forschungsleitenden Begriffe offenbar nicht

* Address all communications to: Rainer Metz, Universität zu Köln, Zentrum für Historische Sozialforschung, Bachemer Str. 40, D-5000 Köln 41.

eindeutig in formal-statistische Verfahrensvorschriften überführen lassen, hat die Zeitreihenanalyse in die Nähe eines »Glasperlenspiels« gebracht. Offensichtlicher Ausdruck dieser Misere ist die Tatsache, daß sich die empirische Evidenz langfristiger Konjunkturzyklen, auch mit anspruchsvollen statistischen Verfahren, sowohl empirisch bestätigen als auch falsifizieren läßt. Da sich die Eigenschaften, Aussagemöglichkeiten und Grenzen der verschiedenen Zeitreihenanalyse-Verfahren in Zusammenhang mit der Suche nach »langen Wellen« besonders anschaulich demonstrieren lassen, orientieren sich die folgenden Ausführungen weitgehend an dieser Thematik.

Gemeinsame Grundüberzeugung der hier vorgestellten Verfahren der Zeitreihenanalyse ist die Vorstellung, daß sich historische Zeitreihen aus dem Zusammenwirken verschiedener Komponenten ergeben, die Ausdruck unterschiedlicher Ursachenkonstellationen sind und damit sowohl theoretisch als auch empirisch differenzierbar sind.

Besonders die in den 20er und 30er Jahren unseres Jahrhunderts einsetzende statistisch orientierte Konjunkturanalyse hat wesentlich zur Verbreitung dieser Modellvorstellung beigetragen. Entsprechend diesem Ansatz läßt sich das Wachstum einer Volkswirtschaft mit Hilfe des Trends darstellen, wogegen sich in den jährlichen Abweichungen von diesem langfristigen Prozeß zyklische Bewegungsmuster nachweisen lassen, die unsere Vorstellung von Konjunktur bestimmen. Da die beiden Komponenten Trend und Konjunktur in diesem Zusammenhang auf die spezifische Entwicklung kapitalistisch industrieller Volkswirtschaften verweisen, wird oft eingewandt, daß sich mit diesem Modell die frühneuzeitliche Entwicklung nicht adäquat darstellen lassen würde. Dagegen läßt sich jedoch argumentieren, daß unsere Vorstellung von der Entwicklung vorindustrieller Wirtschaftssysteme ganz entscheidend von säkularen Entwicklungstendenzen geprägt werden, die ihrerseits wieder von starken zyklischen Schwankungen überlagert werden. Demnach deckt auch hier das Komponentenmodell wesentliche Aspekte unseres Erfahrungshorizontes ab, ohne daß damit die Vorstellung verbunden wäre, die festgestellten zyklischen Schwankungen entsprächen in Ursache und Eigenart industriellen Konjunkturzyklen.

Bei den einzelnen Komponenten unterscheidet man, wie bereits erwähnt, den Trend oder die säkulare Tendenz einer Reihe und die zyklischen Schwankungen, die den Trend in einem mehr oder weniger stark ausgeprägten Bewegungsmuster zyklisch überlagern. Die Vorstellung von Zyklizität - im folgenden mit dem Begriff Konjunktur gleichbedeutend verwendet - basiert auf der Hypothese, daß sich in den unterschiedlich auftretenden jährlichen Abweichungen vom Trend bestimmte Regelmäßigkeiten nachweisen lassen, daß die Schwankungen also einem bestimmten Bewegungsmuster folgen. Borchardt [(1977), S. 105] schreibt hierzu sehr treffend: »Unter Zyklen verstehen wir solche konjunkturelle Bewegungen, die im Verlauf einer langfristigen wirtschaftlichen Entwicklung als regelmäßig ausgemacht werden können, die sich - wenn auch nicht genau in der gleichen Weise - wenigstens dem Muster nach wiederholen, wobei unterstellt wird, daß die Phasen irgendwie gesetzmäßig und nicht zufällig aufeinanderfolgen.« Alle von dieser zu bestimmenden Regelmäßigkeit abweichenden Schwankungen werden als irreguläre Faktoren bzw. zufällige und historisch singulare Schwankungen aus der systematischen Analyse - mit Hilfe geeigneter statistischer Verfahren - ausgeklammert. Die Grundlage für die Bestimmung der irregulären Faktoren ist die Vorstellung, daß die Konjunkturkomponente einen »glatten« Verlauf aufweist. Da mit dem Komponentenmodell bereits Vorstellungen über die Form seiner Komponenten verbunden sind, kommen für ihre Darstellung nur ganz bestimmte statistische Verfahren in Betracht. Andererseits ist nicht zu leugnen, daß diese Formvorstellungen ganz wesentlich von der Verfügbarkeit entsprechender statistischer Verfahren beeinflußt werden.

Der Begriff des Trends läßt sich verbal recht weit umschreiben. Aus den vielen, teilweise abweichenden Definitionen läßt sich als Grundvorstellung herauskristallisieren, daß Trend eine vorherrschende, durchgängige Entwicklungstendenz einer Zeitreihe, eine Art dynamischer Durchschnitt im Niveau kurz- und langfristiger Schwankungen ökonomischer Zeitreihen meint. Der Trend, die säkularen oder weitgespannten Wechsellagen werden dann besonders deutlich sichtbar, wenn man durch geeignete statistische Verfahren die kurz- und mittelfristigen Schwankungen entfernt. Nach Braudel/Spooner [(1967)] z.B. ist der säkulare Trend die längste der langen Preisbewegungen. Da nach dieser Vorstellung der Trend von kurz-, mittel- und sogar langfristigen Schwankungen unterscheidbar ist, lassen sich auch für seinen Verlauf Veränderungen der Richtung und des Tempos feststellen.

Leider lassen sich die gängigen Trenddefinitionen nicht statistisch operationalisieren, so daß sich die Forschungspraxis bei der Darstellung des Trends an den vorhandenen statistischen Verfahren orientiert, ohne dabei Definition und Verfahren explizit in Übereinstimmung zu bringen. So ist es nicht verwunderlich, daß sich bei der statistischen Darstellung mehrere Möglichkeiten anbieten und auch verwendet werden, von denen keine im Hinblick auf die Trenddefinition favorisiert werden könnte. Dieser relativ freizügige Gebrauch statistischer Verfahren kann dann als relativ unproblematisch angesehen werden, wenn der Trend lediglich in deskriptiver Weise die Bewegungsrichtung einer Zeitreihe beschreiben soll. Unter diesem Aspekt ist auch ein z.B. mit Hilfe eines Kurvenlineals bestimmter Trend sinnvoll und zulässig. Probleme ergeben sich aus dem statistischen Methodenpluralismus dann, wenn der Trend dazu benutzt wird, die numerische Ausprägung der zyklischen Bewegungsmuster zu bestimmen.

Gibt es hier keine eindeutige Vorstellung darüber, welche Verfahren der Definition adäquat sind, wird der wissenschaftlichen Diskussion die Basis entzogen. Die sachgemäße Beurteilung der nicht ausbleibenden unterschiedlichen Resultate ist unmöglich, wenn es nicht von Seiten der theoretischen Vorstellungen und von Seiten der statistischen Methoden eindeutige Anforderungen und Normen gibt, an denen sich eine Diskussion orientieren könnte. Die Zeitreihenanalyse hat auch hier die Aufgabe und das Ziel, für substanzwissenschaftlich formulierte Definitionen geeignete Meßvorschriften bereitzustellen und die Ausprägung der diesen Vorstellungen entsprechenden Komponenten empirisch abzubilden.

Ein großer Teil zeitreihenanalytischer Verfahren berechnet aus konkreten Zeitreihen unter Anwendung bestimmter Kriterien (Rechenverfahren) neue Zeitreihen, die als spezifische Ausprägung jeweils einer Komponente die eigentliche Grundlage der historischen und theoretischen Analyse darstellt. Nicht die originale Zeitreihe ist Gegenstand der Untersuchung, sondern die mittels zeitreihenanalytischer Verfahren aus dieser Originalreihe herausgerechnete, also die transformierte Zeitreihe ist Basis der Analyse. Verfahren, mit denen solche neuen Zeitreihen berechnet werden, bezeichnen wir im folgenden als *transformative Verfahren,* da sie einen für eine Zeitperiode T gegebenen Wert durch einen neuen - geschätzten - Wert ersetzen.

Im Gegensatz dazu stehen die *deskriptiven Verfahren.* Diese Verfahren, die ebenfalls Bestandteil des zeitreihenanalytischen Methodenapparates sind, bezwecken nicht die Transformation von Zeitreihen, sondern zielen darauf ab, vorliegende Zeitreihen nach verschiedenen Charakteristiken zu beschreiben; so z.B. der Mittelwert einer bestimmten Zeitperiode, die Schwankungsintensität usw. Eine wesentliche Funktion kommt den deskriptiven Verfahren bei der Zyklusidentifikation zu. Die Feststellung vorhandener Zyklen, das Messen von Zyklenlängen und -Intensitäten ist ein wichtiger Aspekt dieses Instrumentariums, wobei vor allem der Spektralanalyse eine große Bedeutung zugesprochen wird.

Verfahren der Trendbestimmung

Für die Bestimmung des Trends gibt es verfahrenstechnisch prinzipiell zwei Möglichkeiten. Zum einen werden Verfahren verwendet, mit denen man den Trend darstellt, zum anderen Verfahren, mit denen man die nicht dem Trend zurechenbaren Bewegungskomponenten einer Zeitreihe berechnet. Aus beiden Ansätzen resultiert eine Aufteilung der Zeitreihe in Trend und »Nicht-Trend«. Da die Trendvorstellung einen glatten, gleichmäßigen Verlauf ohne kurzfristige Schwankungen impliziert, basieren die Verfahren der Trendbestimmung im wesentlichen auf der Durchschnitts-bildung und der Anpassung bestimmter glatt verlaufender Funktionen. Im Gegensatz dazu bezwecken die Verfahren der Trendausschaltung eine Isolierung und Darstellung der verschiedenen Zyklen in einer Zeitreihe, ohne dabei den Trend selbst darzustellen.

Wir wollen uns zunächst mit den Verfahren der *Trendbesrimmung* auseinandersetzen [zum folgenden Leiner (1986)]. Eine einfache Methode besteht darin, an eine Zeitreihe eine Gerade anzupassen, von der man annimmt, daß sie die beste Anpassung an die verschiedenen um die Gerade herumliegenden historischen Werte darstellt. In diesem Fall wird unterstellt, daß der Trend eine lineare Entwicklung zeigt. Eine solche Gerade wird, wie übrigens auch andere Funktionen, nach der sogenannten *Kleinst-QuadrawMethvde* angepaßt. Eine nach diesem Verfahren berechnete Funktion gewährleistet, daß die Summe der Abweichungsquadrate der Originalwerte von dem Funktionswert ein Minimum ist. Die Quadrate der Abweichungen werden hier deshalb gebildet, damit sich die negativen und positiven Abweichungen bei der Addition nicht aufheben. Bei der Trenddarstellung mittels einer Geraden ist die Anpassung allerdings dann unbefriedigend, wenn sich in der Reihe nachhaltige Veränderungen der Entwicklungsrichtung zeigen. In diesem Fall behilft man sich oft mit der Anpassung von Geraden an Teilzeiträume, von denen man glaubt, daß sie durch eine einheitliche Entwicklungstendenz bestimmt werden. Bei diesen Verfahren kommt es allerdings zu Brüchen beim Übergang der Teilzeiträume, so daß sie sich zur Zyklusbestimmung nicht eignen.

Da der lineare Trend die Richtung einer Zeitreihe meist nur sehr grob angibt, und man vielmehr davon ausgehen kann, daß der Trendverlauf selbst bestimmten Schwankungen unterliegt, verwendet man zur Trendbestimmung oft auch Polynome höherer Ordnung. Das sind Funktionen, die sich der Originalreihe besser anpassen als eine Gerade und damit auch die Möglichkeit von Trendschwankungen beinhalten, was bei einer Geraden ja nicht der Fall ist. Die Anzahl möglicher Umschwünge der Trendentwicklung hängt bei diesen Funktionen davon ab, wie hoch der Polynomgrad ist. Beträgt der Polynomgrad 3, kann der Trend maximal 2 Hoch- bzw. Tiefpunkte aufweisen, bei einem Polynomgrad von 4 sind es maximal 3 Extrempunkte usw. M.a.W. je höher der Polynomgrad der anzupassenden Funktion gewählt wird, desto besser paßt sich die Funktion den Reihenwerten an. Damit stellt sich natürlich die Frage der richtigen Trendauswahl. Leider gibt es keine objektiven, generell gültigen Anhaltspunkte für die Auswahl einer bestimmten Trendkurve. Meist muß der Forscher mit Hilfe des »Fingerspitzengefühls« und optischer Betrachtung der verschiedenen Trendverläufe eine Auswahl treffen. Mag ein solches Vorgehen unter bestimmten Fragestellungen zu rechtfertigen sein, so ist es gerade bei der Analyse von Langfristzyklen ein nicht zu überwindendes Handikap.

Wir hatten bereits erwähnt, daß mit der Trendbestimmung gleichzeitig auch die zyklischen Schwankungen determiniert werden. Daraus entsteht die Frage, wie man für einen Trendverlauf, der selbst wieder ausgeprägten Schwankungen unterliegt, nachweisen kann, daß in diesen Trendschwankungen nicht auch die gesuchten Langfristzyklen enthalten sind und aus diesem Grund in der trendfreien Reihe nicht mehr nachgewiesen werden können. Als Beispiel für die Schwierigkeit einer richtigen Trendauswahl wurden für die in der Zeit von 1531 bis 1659 auf dem Kölner Getreidemarkt verkauften Roggenmengen [Ebeling/lrsigler (1977), Bd. 1; Angaben in Malter] alternative Trendkurven berechnet. Die Abbildungen 1 bis 7 zeigen alternative Trendverläufe für Polynome 1. bis 6. und 10. Grades [Berechnungen mit einem FORTRAN-Programm von Späth (1974), S. 43ff.].

Diese Abbildungen zeigen deutlich, wie sich der Trend bei höherem Polynomgrad immer mehr den Originalwerten anpaßt und dabei die kurzfristigen Schwankungen ausgleicht. Eine Auswahl ist auch hier nicht leicht. Würde man sich für das Trendpolynom dritten Grades entscheiden, so wäre diese Entscheidung letztendlich genau so wenig bzw. genau so gut zu rechtfertigen wie die Entscheidung für ein Trendpolynom sechsten Grades. Dabei muß berücksichtigt werden, daß die Trendverläufe, die mittels der verschiedenen Polynome dargestellt werden, zum Teil zu recht divergierenden Beurteilungen einzelner Entwicklungsphasen führen. So zeigt der lineare Trend verlauf (Polynom 1. Grades, Abb. 1) einen durchgehenden Abfall der gehandelten Roggenmengen. Das Trendpolynom 3. Grades zeigt einen säkularen Anstieg der Werte bis etwa 1540 und dann wieder von 1635 bis 1659. Wieder anders zeigt sich der Entwicklungstrend nach der Anpassung eines Trendpolynoms 5. Grades. Hier endet der Anstieg etwa 1560 und beginnt dann bereits wieder um 1615, um dann 1645 wieder in eine Abwärtsbewegung umzuschlagen. Eine plausibel interpretierbare Langfristentwicklung läßt sich auch mit Hilfe eines Trendpolynoms 10. Grades darstellen. Die Beispiele sollten die Schwierigkeiten der Trendbestimmung zeigen, die mit diesem Verfahren verbunden sind, ohne jetzt schon eine abschließende Beurteilung des Problems zu geben.

Neben der Anpassung bestimmter glatter Funktionen bietet sich die Bildung von Mittelwerten an, um die langfristige Niveauveränderung historischer Zeitreihen sichtbar zu machen. Die historischen Reihenwerte eines bestimmten Zeitraumes werden dabei durch ihren Mittelwert ersetzt. Es ist klar, daß hier der Verlauf und die Aussagemöglichkeiten entscheidend davon abhängen, wie lange der Durchschnittszeitraum gewählt wird. Für die Darstellung von Niveauveränderungen mag dieses Verfahren seinen Sinn erfüllen, problematisch wird es, wenn man daraus auch die Zyklizität der Reihen ableiten möchte. Hier zeigen sich nicht zu überwindende methodische und interpretatorische Schwierigkeiten, die die

Verwendung von Durchschnittswerten für diese Zwecke nicht erlauben. Allerdings wird dieses Verfahren auch nicht dazu eingesetzt, zyklische Bewegungen einer Reihe darzustellen, sondern meist nur, um bestimmte Entwicklungstendenzen deskriptiv zu verdeutlichen. Wie sich langjährige Mittelwerte der Originalreihe anpassen, zeigt die Abbildung 8, in der neben den Originalwerten noch 20- bzw. 30-jährige Mittelwerte eingezeichnet wurden.

Eine andere Möglichkeit, mit Hilfe von Mittelwerten langfristige Tendenzen darzustellen, bietet die häufig verwendete *Methode der gleitenden Mittelwerte* [vgl. z.B. Härtung (1986), S. 660-666]. Mit dieser Methode bezweckt man die Ausschaltung kurzfristiger bzw. zufälliger Schwankungen in Zeitreihen. Jeder Wert der Zeitreihe wird dabei durch den Mittelwert, der aus mehreren Jahren vor und nach diesem Zeitpunkt gebildet wird, ersetzt. Man spricht hier auch deshalb von gleitenden Mittelwerten, weil bei fortschreitendem Zeitindex das jeweils letzte Jahr aus der Mittelwertbildung herausfällt und dafür ein neues Jahr hineingenommen wird. Die Länge des Zeitraums, für die ein Mittelwert gebildet wird, kann dabei variabel festgelegt werden, also z.B. 3, 7, 11, 23 oder eine noch längere Jahresanzahl betragen. Auch hier ist das Ergebnis eine Reihe, die weniger Schwankungen zeigt als die Originalreihe. Je länger der Zeitraum ist, der der Mittelwertbildung zugrunde liegt, desto glatter verläuft die Reihe, desto gleichmäßiger und langfristiger sind also die Veränderungen der transformierten Reihe.

Abbildung 9 zeigt exemplarisch den geglätteten Reihenverlauf der Roggenmengen bei der Anwendung eines 3-, 11- und 23-gliedrig gleitenden Mittelwerts. Bei zunehmender Länge des gleitenden Mittelwerts wird die berechnete Komponente immer glatter; während sich der 3-gliedrige Mittelwert noch sehr stark der Originalreihe anpaßt, repräsentiert der 23-gliedrige Mittelwert schon eher eine glatte Komponente. Die Bildung gleitender Mittelwerte ist in der wirtschafts-historischen Forschung weit verbreitet, da das zugrundeliegende Rechenverfahren einfach ist und die Berechnungsweise unterschiedlichen Fragestellungen gerecht wird. Diese Methode kann sowohl zur Darstellung des Trends als auch der Konjunkturzyklen verwendet werden. Gemeinsames Anliegen bei der Verwendung dieser Methode ist die Eliminierung der kurzfristigen erratischen Schwankungen.

Allerdings weist auch dieses Verfahren Schwächen auf. An hypothetischen (simulierten) Reihen, die so aufgebaut sind, daß sie einem bestimmten gleichmäßigen Zyklus folgen, kann man zeigen, daß die gleitenden Mittelwerte u.U. eine Verzerrung des tatsächlichen Verlaufs bewirken, indem sie die ursprünglichen Hoch- und Tiefpunkte der Reihe zeitlich verschieben [Ein Beispiel hierzu bei Floud (1980), S. 124ff.]. Die Verzerrung kann u.U. so stark sein, daß der historische Reihenverlauf in sein Gegen-

Abb. 1: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 1. Grades

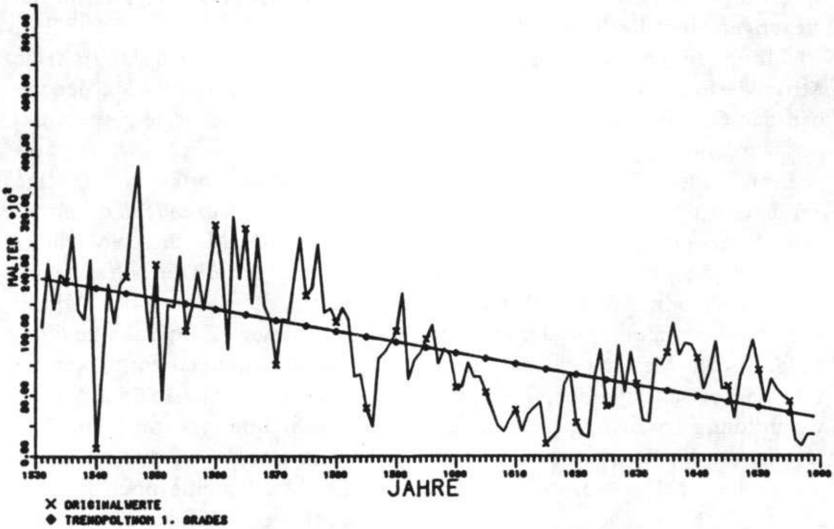


Abb. 2: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 2. Grades

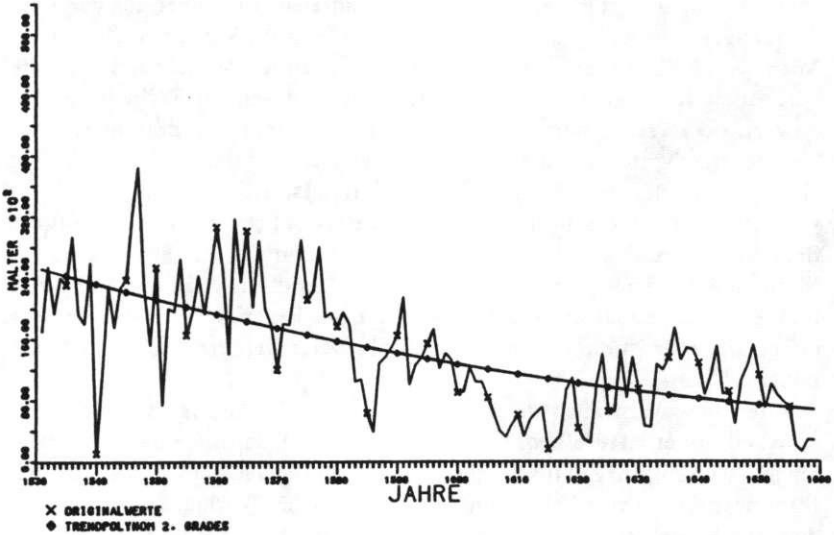


Abb. 3: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 3. Grades

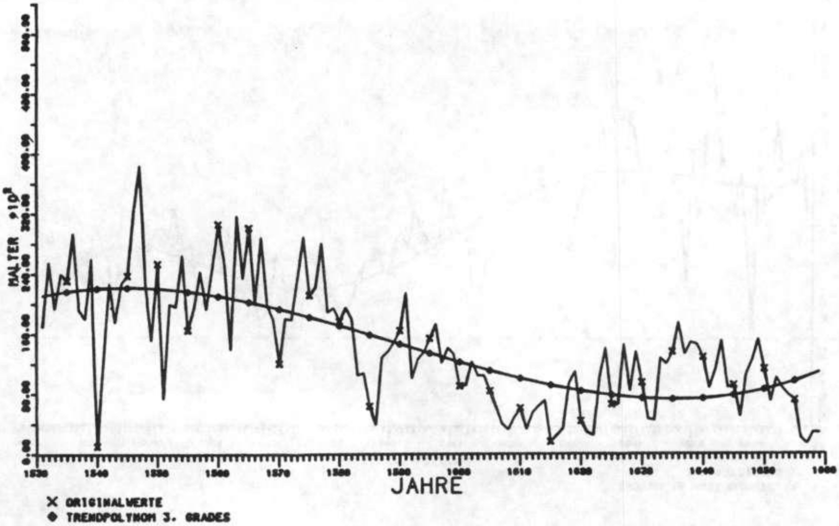


Abb. 4: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 4. Grades

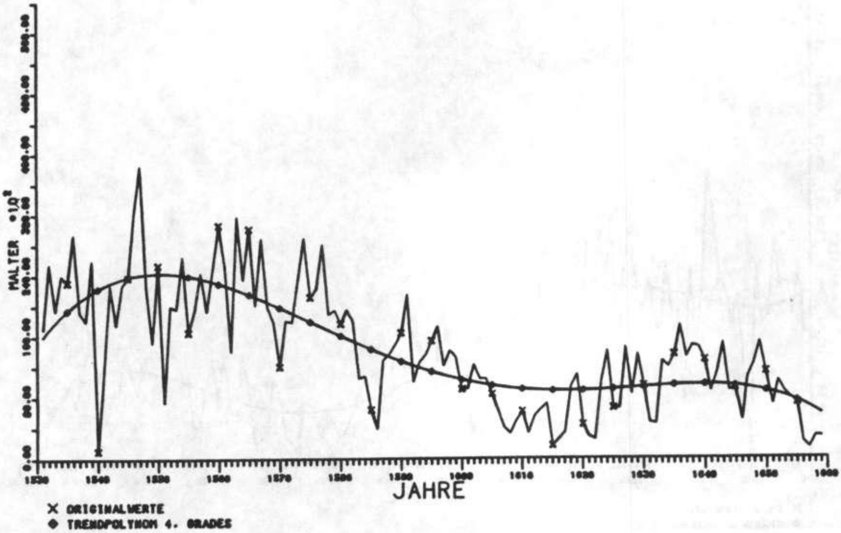


Abb. 5: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 5. Grades

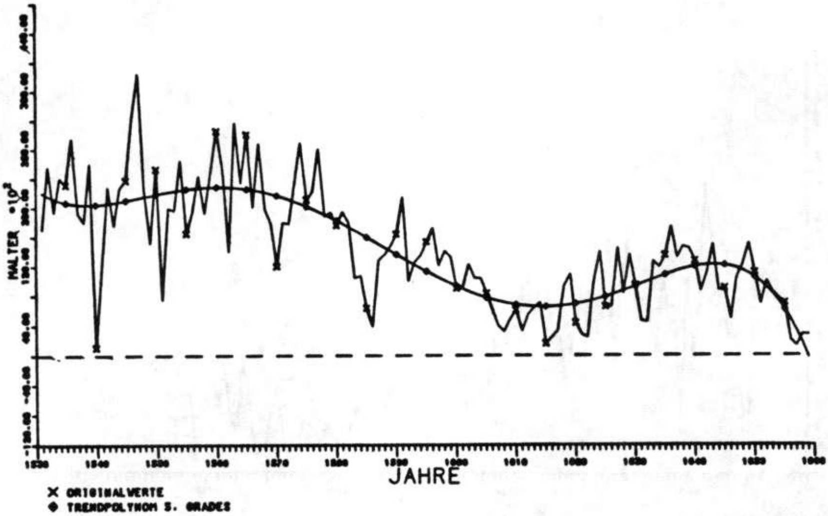


Abb. 6: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 6. Grades

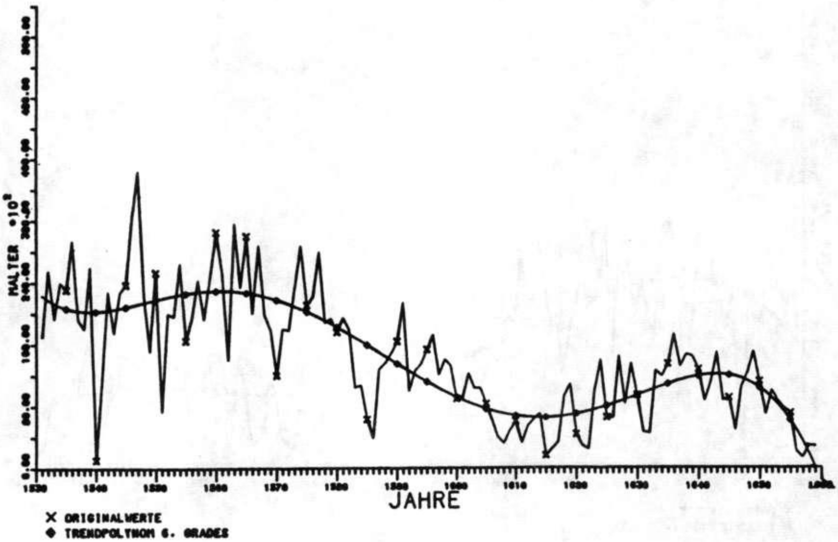


Abb. 7: Roggenmengen in Köln mit Trendpolynom 10. Grades

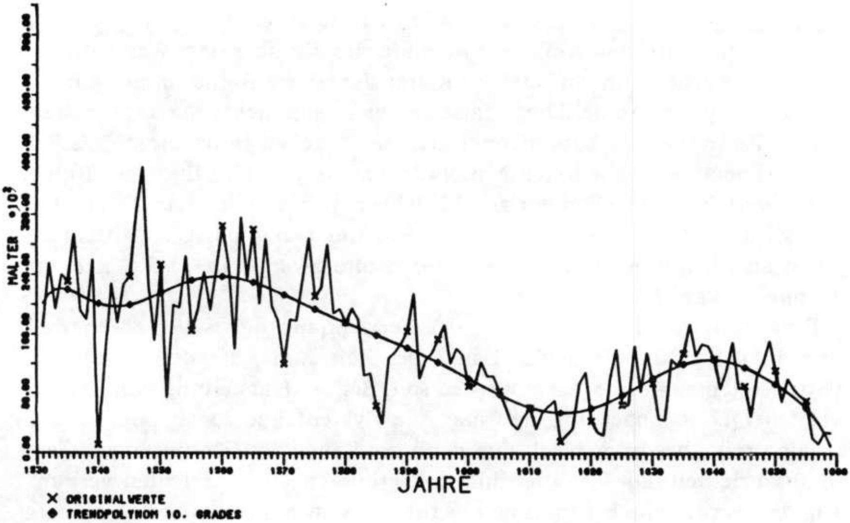
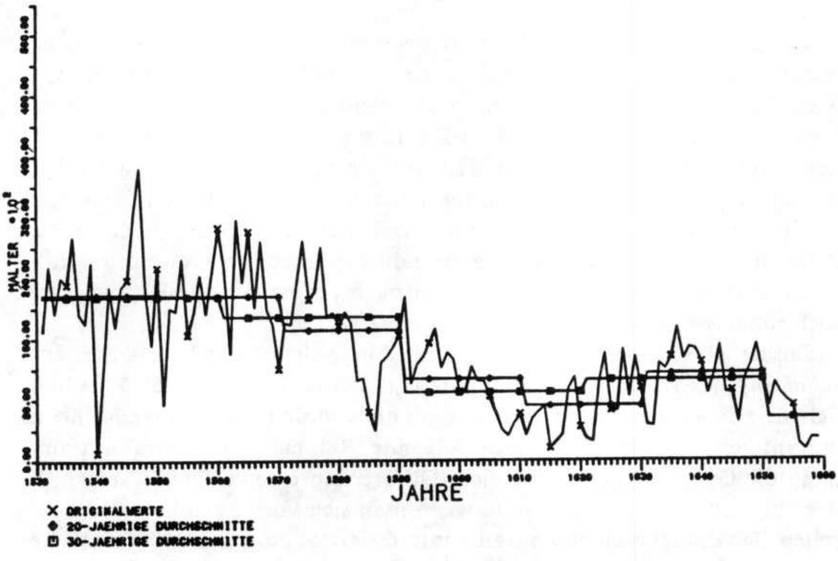


Abb. 8: Roggenmengen in Köln mit langjährigen Durchschnitten



teil verkehrt wird, daß also Aufschwungphasen der Originalreihe als Abschwungphasen erscheinen und umgekehrt.

Zusätzlich wird es allgemein als Nachteil dieses Verfahrens angesehen, daß für die Jahre am Anfang und Ende der Reihe keine Werte direkt berechnet werden können, so daß die transformierte Reihe immer kürzer ist als die Originalreihe. Diese Tatsache wiegt angesichts der zahlreichen kurzen Zeitreihen als besonderer Nachteil. So gehen in unserem Beispiel (Abb. 9) bei dem 3-gliedrigen Mittelwert am Anfang und Ende der Reihe je ein Wert, bei dem 11-gliedrigen Mittelwert je 5 und bei dem 23-gliedrigen Mittelwert je 11 Werte verloren. Bei einem n-gliedrigen Mittelwert gehen also insgesamt n-1 Werte verloren und zwar je (n-1)/2 Werte am Anfang und am Ende der Reihe.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Verwendung dieses Verfahrens besteht in der Bestimmung der Länge des Zeitraums, der den gleitenden Mittelwerten zugrunde gelegt werden soll. Bei der Darstellung von Zyklen wird hier i.d.R. angeführt, daß man die Zyklenlänge zuerst anhand der Originalreihe bestimmen soll, um dann die Länge des Gleitintervalls daran auszurichten. Dies ist allerdings mit größeren Unsicherheiten verbunden, da das gesuchte Ergebnis bereits für die Auswahl dieses Verfahrens als bekannt vorausgesetzt wird. Die hier angesprochenen Probleme werden von verschiedenen Autoren in unterschiedlicher Weise gelöst, ohne daß man auf einheitliche Kriterien für eine Methodenauswahl zurückgreifen könnte. Abel [(1978), S. 13] z.B. verwendet zur Darstellung der säkularen Entwicklung einen dreigliedrig gleitenden Mittelwert aus 10-jährigen Durchschnitten.

Gelegentlich werden bei der Mittelwertberechnung die Einzelwerte gewichtet. So empfehlen z.B. Ebeling/Irsigler [(1977), S. XIII ff.] eine Gewichtung, bei der die Gewichtungskoeffizienten nach der Binomialverteilung berechnet werden. Nach ihrer Erfahrung werden bei der Verwendung gewichteter Mittelwerte die kurzfristigen Preisschwankungen »gut erhalten und sogar betont«, was die Entscheidung bei der Festlegung von Zahl und Dauer der mittleren Zyklen sehr erleichtert. In den Lehrbüchern zur Zeitreihenanalyse findet sich eine Vielzahl verschiedener Gewichtungsfaktoren, so daß auch hier eine Auswahl nach objektiven Gesichtspunkten nicht ohne weiteres möglich ist.

Zusätzlich sei noch auf ein Verfahren hingewiesen, das häufig zur *Ausschaltung* des Trends empfohlen wird [vgl. Leiner (1978), S. 85ff.]. Es handelt sich dabei um die Differenzenbildung. Um den Trend einer Reihe zu eliminieren, werden aufeinanderfolgende Reihenwerte subtrahiert und dann die Originalwerte durch diese Differenzen ersetzt. Dieses Verfahren wird besonders dann angewandt, wenn man sich vorwiegend für die zyklischen Bewegungen einer Zeitreihe interessiert ohne gleichzeitig einen bestimmten Trendverlauf festlegen zu wollen. Die Voraussetzung hierfür ist

Abb. 9: Roggenmengen in Köln mit gleitenden Durchschnitten

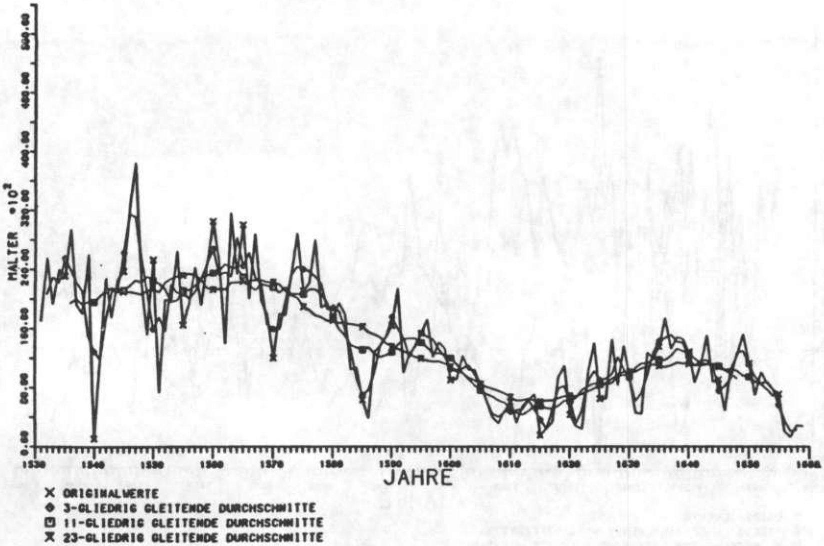


Abb. 10: Roggenmengen in Köln mit 1. Differenzen

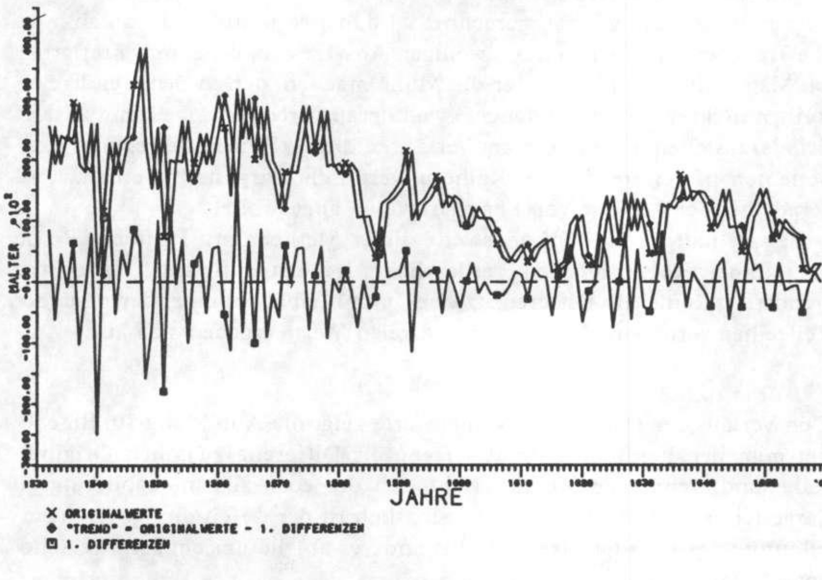
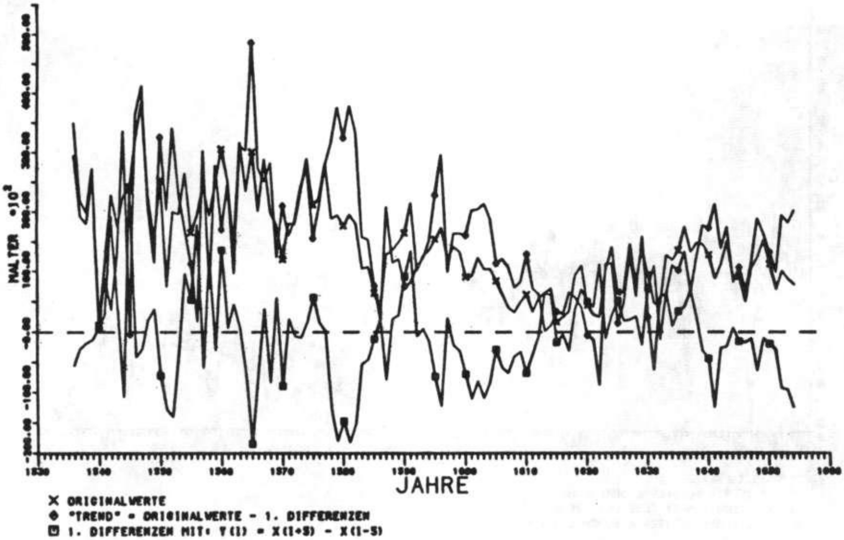


Abb. 11: Roggenmengen in Köln mit 1. Differenzen



erstens, daß durch die Differenzenbildung der Trend »richtig« herausgerechnet wird, und zweitens, daß durch die Differenzenbildung die darzustellenden zyklischen Bewegungskomponenten nicht verfälscht werden. Ob der Trend richtig herausgerechnet wird, hängt natürlich davon ab, welche Trendform innerhalb des jeweiligen Ansatzes plausibel interpretierbar ist. Man sollte sich hier immer die Mühe machen, den in den trendfreien Reihen nicht mehr vorhandenen - weil herausgerechneten - Trend zusätzlich darzustellen. Ob mit diesem Verfahren die zyklischen Bewegungskomponenten in der trendfreien Reihe unverfälscht dargestellt werden, wird gerade bei der Analyse von Langfristzyklen angezweifelt.

Beispielhaft sei die Wirkungsweise dieser Methode mit Hilfe der Reihe der Kölner Roggenmengen verdeutlicht. Im ersten Beispiel wurde die trendfreie Reihe als Differenz zweier unmittelbar aufeinanderfolgender Zeitreihenwerte berechnet. Die trendfreien Werte ergeben sich aus:

$$Y_t = X_t - X_{t-1},$$

Den Verlauf der trendfreien Reihenwerte zeigt die Abbildung 10. Berechnet man den herausgerechneten Trend als Differenz zwischen Originalreihe und trendfreier Reihe, ergibt sich der ebenfalls in Abbildung 10 dargestellte »Trendverlauf«. Offensichtlich ist der durch die Differenzenbildung ausgeschaltete Trend nichts anderes als die um ein Jahr verschobene Originalzeitreihe.

Eine Variante der Diffenrenzenmethode besteht darin, nicht unmittelbar aufeinanderfolgende, sondern weiter auseinanderliegende Werte zu subtrahieren. So ist z.B. denkbar, daß man die trendfreien Werte durch folgende Differenzenbildung berechnet:

$$\mathbf{Y}_t = \mathbf{X}_{t+5} - \mathbf{X}_{t-5}$$

Das Ergebnis einer solchen Berechnung zeigt die Abbildung 11 wieder zusammen mit dem »herausgerechneten« Trend. Auch dieser Trend ist nicht vernünftig interpretierber. Nach diesen Ergebnissen ist offensichtlich, daß die Differenzenmethode für die Trendbestimmung und damit auch für die Analyse von Langfristzyklen ungeeignet ist.

Die bisher skizzierten Verfahren haben durchweg das Ziel, den historischen Verlauf bestimmter, gedanklich vorgegebener Komponenten aus ökonomischen Zeitreihen herauszurechnen. Im allgemeinen geschieht das durch die Glättung bzw. einen Ausgleich historischer Reihenwerte. Der Sinn dieser Verfahren besteht darin, durch die Bestimmung des Verlaufs und der empirischen Ausprägung dieser Komponenten die Grundlage für weitere Analysen, die sich vorwiegend mit diesen systematischen Komponenten auseinandersetzen, zu schaffen. Die Ausführungen sollten zeigen, daß es für diese Komponentendarstellung eine große Auswahl statistischer Verfahren gibt, die meist zu unterschiedlichen Ergebnissen bezüglich des Komponentenverlaufs führen. Als ein beträchtlicher methodischer Nachteil muß dabei gewertet werden, daß es offenbar nicht möglich ist, die Definition der Komponenten so zu gestalten, daß damit gleichzeitig ein bestimmtes Verfahren verbunden werden müßte. Im Gegenteil, die Definition ist meist so vielschichtig, daß ein und dieselbe Definition mehrere verschiedene Verfahren zuläßt, ohne daß es dabei möglich wäre, aus der Definition heraus eindeutige Verfahrensanforderungen zu formulieren. Damit wird offensichtlich, daß Begriffe und Verfahren danach beurteilt werden müssen, inwieweit sie eine statistische Adäquation ermöglichen.

»Deskriptive« Verfahren

Im Gegensatz zu den *transformativen Verjähren* berechnet man mit den deskriptiven Verfahren keine neuen Zeitreihen. Das Ziel der deskriptiven Zeitreihenanalyse besteht darin, spezielle Eigenschaften von Zeitreihen quantitativ zu beschreiben. Für die Berechnung solcher Deskriptionsmaße gibt es natürlich wieder mehrere Verfahren, deren Verwendung sich an der jeweiligen Fragestellung orientieren muß. Selbstverständlich lassen sich nicht nur Originalzeitreihen in dieser Form beschreiben, sondern auch transformierte Reihen. Einige Deskriptionsverfahren liefern sogar nur dann sinnvolle Ergebnisse, wenn die Zeitreihe vorher transformiert wurde.

Die einfachste Möglichkeit eine Zeitreihe zu beschreiben, besteht in der Berechnung ihres Mittelwertes, wobei auch für einzelne Teilzeiträume solche Mittelwerte gebildet werden können. Ob die Mittelwertbildung als transformatives oder deskriptives Verfahren klassifiziert werden muß, hängt von der interpretatorischen Verwendung des Wertes ab. Berechnet man die Mittelwerte, um die Originalreihe zu ersetzen, ist die Mittelwertbildung als transformatives Verfahren anzusehen. Argumentiert man dagegen eher vergleichend, indem man z.B. Durchschnittspreise bestimmter Reihen an mehreren Orten vergleicht, ist es eher deskriptiv. Doch läßt sich gerade bei der Mittelwertbildung eine eindeutige Trennung nicht konsequent vornehmen.

Neben den Durchschnittswerten einer Reihe kann man auch die Intensität der Schwankungen berechnen, um Aussagen darüber abzuleiten, wie stark die jährlichen Schwankungen bei den einzelnen Reihen ausgeprägt sind. Ein gängiges Maß hierfür ist die *Varianz* [vgl. Schlittgen/Streitberg (1987), S. 3ff.]. Dabei werden die quadrierten Abweichungen der Reihenwerte vom Mittelwert der Reihe aufsummiert und durch die Anzahl der Reihenwerte, vermindert um 1, dividiert. Je größer die Varianz, desto größer sind die Schwankungen der Zeitreihe. Da der Betrag dieser Meßzahl vom Niveau der Reihe abhängt, empfiehlt sich eine Normierung mit Hilfe des Mittelwerts der Reihe, so daß die Varianz mehrerer Reihen direkt untereinander vergleichbar wird (»Variationskoeffizient«).

Eine weit größere Bedeutung haben die deskriptiven Verfahren bei der Suche und Identifikation der in den Zeitreihen vorhandenen zyklischen Bewegungen. Da die Reihenwerte i.d.R. von Jahr zu Jahr beträchtliche Veränderungen aufweisen und angenommen wird, daß hierfür auch zufällige Faktoren verantwortlich sind, kann man die Bewegungsmuster, also die Regelmäßigkeit dieser Veränderungen, nicht ohne weiteres erkennen. Zweck der nachfolgend beschriebenen deskriptiven Verfahren ist es daher, vorhandene Regelmäßigkeiten aufzuzeigen. Dabei stützt sich die Analyse meist auf Zeitreihen, aus denen der Trend vorab eliminiert wurde.

Ein häufig angewandtes Verfahren zum Nachweis zyklischer Schwankungen ist die *Korrelationsrechnung* [vgl. Härtung (1986), S. 675ff.]. Üblicherweise wird die Korrelation bzw. die Kovarianz dazu benutzt, den linearen Zusammenhang zwischen zwei Variablen (Meßreihen) zu messen. Dazu werden für jeden Zeitpunkt die Abweichungen der Reihenwerte von ihrem Mittelwert in einer bestimmten Weise miteinander verglichen und aufsummiert. Die resultierende Kovarianz läßt sich so normieren, daß das Ergebnis Werte zwischen minus 1 und plus 1 annimmt. Die normierte Kovarianz wird als Korrelationskoeffizient bezeichnet. Weichen dabei die Reihenwerte beider Reihen immer in derselben Weise von ihrem Mittelwert ab, ergibt sich ein hoher Zusammenhang zwischen den beiden Reihen, der in einem großen Wert der Kovarianz bzw. des Korrelationskoeffizienten zum Ausdruck kommt. Beträgt der Wert des Korrelationskoeffizienten minus 1, bedeutet das, daß für jedes Jahr der Wert der einen Reihe positiv und der Wert der anderen Reihe in derselben Intensität negativ vom Mittelwert abweicht. Bei einem Wert von plus 1 weichen Jahr für Jahr bei beiden Reihen die Werte in derselben Richtung und Intensität von ihrem Mittelwert ab.

Dieses Verfahren kann man auch dazu benutzen, die zyklische Struktur historischer Zeitreihen zu identifizieren. Allerdings vergleicht man dabei nicht zwei verschiedene Reihen miteinander, sondern eine Reihe mit sich selbst. Der Vergleich erfolgt dabei in der Weise, daß man den Wert zu einen Zeitpunkt **T** mit dem Wert zu einem davorliegenden Zeitpunkt vergleicht. Je nach dem, wieviele Zeitpunkte der zu vergleichende Wert zurückliegt, kann man hier mehrere verschiedene Korrelationkoeffizienten berechnen. Vergleicht man die Werte der Zeitreihe mit den jeweils um eine Zeitperiode zurückliegenden Werten derselben Reihe erhält man einen ersten Korrelationskoeffizienten, bei einem Vergleich mit den um zwei Zeitperioden zurückliegenden Werten erhält man einen zweiten Korrelationskoeffizienten usw. D.h., man erhält so viele Koeffizienten, wie man verschiedene Zeitabstände vergleicht. Selbstverständlich wird die Grundlage der Berechnung bei einer Erhöhung des Zeitabstandes immer kleiner, so daß man bei gegebener Länge der Zeitreihe den Zeitabstand nicht beliebig erhöhen kann.

Die geschilderten Zusammenhänge sollen anhand der Tabelle 1 verdeutlicht werden. Während die erste Reihe die Originalreihe zeigt, kommt die zweite Reihe dadurch zustande, daß der Wert der Zeitreihe zum Zeitpunkt **T** mit dem zeitlich davorliegenden Wert **T**-1 verglichen wird. Der Korrelationskoeffizient, der aus beiden Reihen berechnet wird, gibt daher die Stärke des Zusammenhangs zwischen den Reihenwerten zum Zeitpunkt **T** und **T**-1 an. Die dritte Reihe ergibt sich aus einer Verschiebung der Zeitreihe um zwei Zeiteinheiten und die fünfte Reihe aus einer Verschiebung um vier Zeiteinheiten. In diesem Beispiel ist der Korrelationskoeffizient, der sich aus einem Vergleich der ersten und fünften Reihe berechnen läßt, also bei einer Verschiebung um vier Zeiteinheiten, wieder 1, da hier eine vollständige Übereinstimmung der beiden Reihen besteht. Das bedeutet, daß der Wert der Reihe zum Zeitpunkt **T** genau so groß ist wie zum Zeitpunkt **T**-4. Das ist in unserem Beispiel deshalb der Fall, weil sich die Reihenwerte nach vier Jahren exakt reproduzieren, oder man kann auch sagen, weil die Zeitreihe aus einem 4-jährigen Zyklus besteht. Stellt man die verschiedenen Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Zeitverschiebung dar, erhält man eine Folge von Koeffizienten, die als Autokorrelationsfunktion bezeichnet wird. Eine solche Funktion zeigt die

Stärke des Zusammenhangs zwischen den Reihenwerten bei verschiedenen Zeitabständen. Ein hoher Wert deutet auf einen starken Zusammenhang hin, der als Hinweis auf eine in der Reihe vorhandene Zyklizität interpretiert wird.

Tabelle 1

	I	II	III	IV	V
		T - 1	T - 2	T - 3	T - 4
1950	3	-	-	-	-
1951	4	3	-	-	-
1952	6	4	3	-	-
1953	4	6	4	3	-
1954	3	4	6	4	3
1955	4	3	4	6	4
1956	6	4	3	4	6
1957	4	6	4	3	4
1958	3	4	6	4	3
1959	4	3	4	6	4

In unserem Beispiel ist das Ergebnis eindeutig. Schwieriger wird es bei der Interpretation von Zeitreihen, bei denen die Zyklizität nicht so deutlich ausgeprägt ist und bei denen sich mehrere Zyklen unterschiedlicher Länge überlagern. Hier ergeben die Autokorrelationskoeffizienten einen Mittelwert aus allen vorhandenen Zyklen, so daß sich meist keine eindeutigen Hinweise auf die vorhandenen Zyklen ergeben. Zusätzlich sollte beachtet werden, daß man die Autokorrelation nur für Zeitreihen berechnet, die keinen Trend aufweisen, da ein vorhandener Trend die Aussagefähigkeit der Autokorrelationskoeffizienten stark beeinträchtigt. Form und Aussagemöglichkeiten dieser Funktion seien im folgenden sowohl anhand eines theoretischen Beispiels als auch anhand einer konkreten Zeitreihe demonstriert.

In Abbildung 12 ist eine Zeitreihe dargestellt, die durch eine Sinusschwingung mit der Periodendauer von 8 Zeiteinheiten erzeugt wurde. Berechnet man für diese Reihe die Autokorrelationskoeffizienten, ergibt sich das in Abbildung 13 dargestellte Korrelogramm (der Graph der Autokorrelationsfunktion wird als Korrelogramm bezeichnet). Da die Werte der Autokorrelationsfunktion immer bei einer Zeitverschiebung von jeweils 8 Zeiteinheiten, also bei 8, 16, 24 usw., einen Hochpunkt aufweisen, ist dies ein Hinweis auf einen in der Zeitreihe vorhandenen 8-jährigen Zyklus. Daß die Koeffizienten dabei immer kleiner werden, hat seinen Grund in der nur endlichen Zeitreihenlänge.

Berechnet man die Autokorrelationsfunktion für eine Zeitreihe, die einen Trend aufweist, ergibt sich dagegen ein weniger eindeutiges Bild. Abbildung 14 zeigt die aus den Kölner Roggenmengen berechnete Autokorrelationsfunktion. Die Koeffizienten fallen monoton und stetig ab, so daß sich daraus keinerlei Hinweise auf irgendwelche Zyklen ableiten lassen. Bessere Interpretationsmöglichkeiten ergeben sich, wenn man den Trend aus der Reihe herausrechnet und dann für die trendfreien Werte die Autokorrelationsfunktion berechnet. Abbildung 15 zeigt das Korrelogramm der mit einem Polynom 1. Grades trendbereinigten Roggenmengen. Der Verlauf der Koeffizienten, die jetzt auch negativ sind, zeigt, wie schwierig eine Zyklenidentifikation ist. Tatsächlich gibt die Korrelationsfunktion in den wenigsten Fällen, in denen historische Zeitreihen analysiert werden, eindeutige Hinweise auf vorhandene Zyklen. Das liegt einfach daran, daß in der Zeitreihe Zyklen verschiedener Länge und Intensität zusammenwirken. Erschwerend kommt hinzu, daß sich auch die Länge der Zyklen im Laufe der Zeit verändert. Die berechneten Korrelationskoeffizienten sind daher meist so niedrig, daß sie nicht mehr signifikant interpretiert werden können.

Univariate Spektralanalyse

Größte Bedeutung für die Analyse zyklischer Strukturen in historischen Zeitreihen erlangte in den 60er und 70er Jahren die *Spektralanalyse* [vgl. Granger/Hatanaka (1964); König/Wolters (1975); Leiner (1978); Schuttgen/Streitberg (1987)]. Dieses rechentechnisch aufwendige Verfahren wurde in den Naturwissenschaften entwickelt und dann in zunehmendem Maße bei der Analyse ökonomischer Zeitreihen eingesetzt. Von ihrem Einsatz versprach man sich völlig neue Möglichkeiten und Einsichten in die zyklische Struktur ökonomischer Prozesse. Die Bedeutung dieser Analysetechnik wurde so hoch eingeschätzt, daß man die Spektralanalyse als eigenständiges Erkenntnisverfahren dem klassischen Komponentenmodell gegenüberstellte. Dabei sah man in der Theorie stochastischer Prozesse, die die mathematische Grundlage dieses Verfahrens darstellt, eine hervorragende Möglichkeit, ökonomische Prozeßabläufe theoretisch zu beschreiben und empirisch zu erfassen. Um Bedeutung, Aussagemöglichkeiten und Grenzen dieses Instrumentariums beurteilen zu können, sind vorab einige grundlegende Bemerkungen erforderlich.

Abb. 12: Sinusschwingung mit 8-jähriger Periodendauer

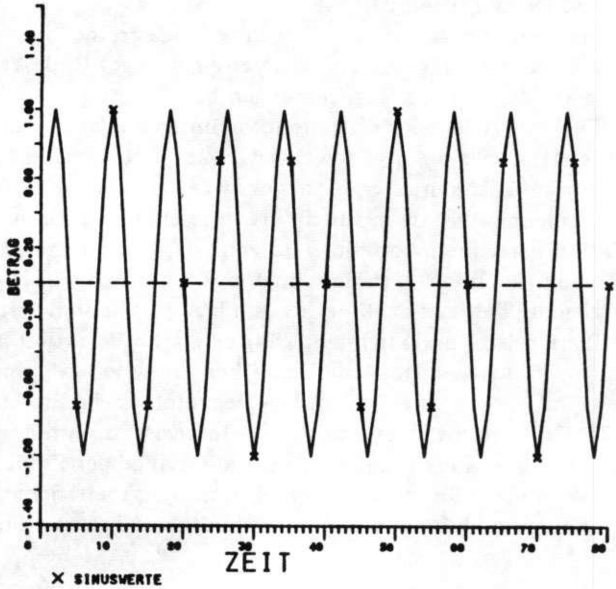


Abb. 13: Korrelogramm einer Sinusschwingung **Lag = 40**

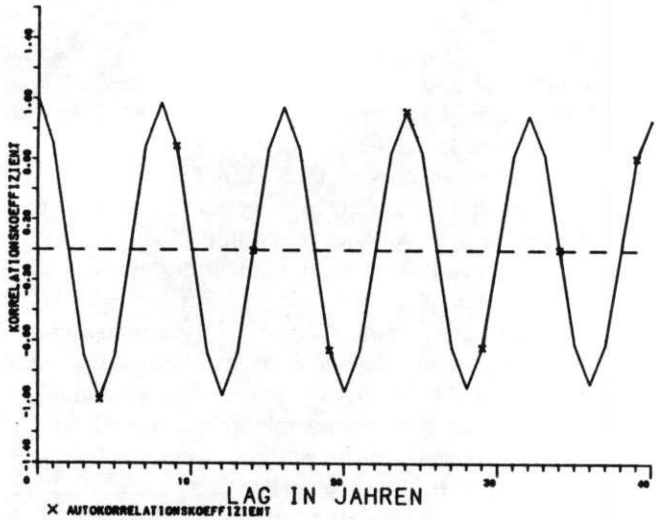


Abb. 14: Korrelogramm der Roggenmengen (mit Trend)

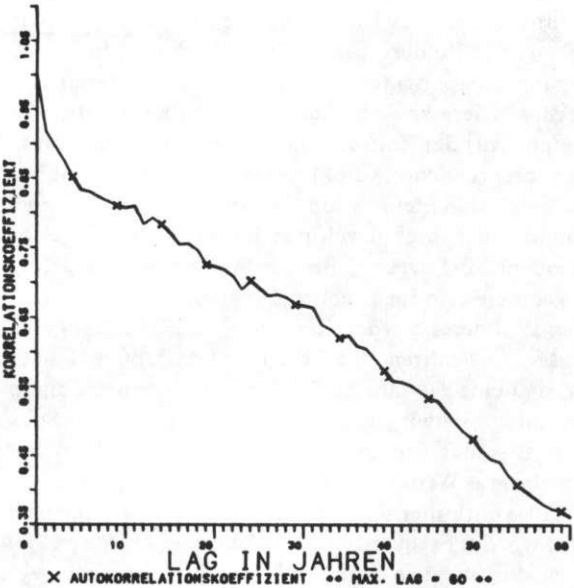
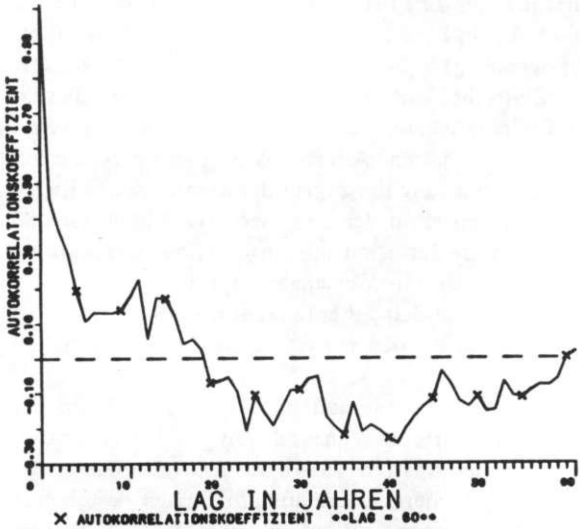


Abb. 15: Korrelogramm der Roggenmengen (ohne Trend)



Ziel der Spektralanalyse ist der Nachweis der in Zeitreihen vorhandenen zyklischen Bewegungen, wobei gleichzeitig die relative Bedeutung der verschiedenen Zyklen für die Gesamtschwankung der Zeitreihe ausgewiesen wird. Dies geschieht mit Hilfe der *Spektraldichiefunktion*, in der die verschiedenen Schwingungskomponenten der Zeitreihe sowie deren relative Stärke sichtbar werden. Diese Spektraldichtefunktion wird unter Vorgabe bestimmter Parameter aus der Zeitreihe geschätzt. Grundlage dieser Schätzung ist die oben besprochene Autokorrelations- bzw. Autokovarianzfunktion. In der Spektraldichtefunktion werden die verschiedenen Schwingungen nicht mehr nach ihrer jeweiligen Länge in Zeiteinheiten, sondern nach ihrer Frequenz ausgewiesen. Bei der Spektralanalyse erfolgt die Darstellung der Ergebnisse also im Frequenzbereich.

Die Frequenz ist nichts anderes als der Kehrwert der Zykluslänge. So entspricht einem Zyklus von 60 Jahren eine Frequenz von 1/60 = 0.0167. Man kann auch sagen, daß eine 60-jährige Schwingung in einer Zeiteinheit 1/60tel ihrer gesamten Schwingungsdauer zurücklegt. Die Spektraldichtefunktion weist zu jeder Frequenz einen bestimmten Wert aus. Wesentlich dabei ist, daß diese Werte nur für bestimmte Frequenzen geschätzt werden und nicht kontinuierlich für alle möglichen Frequenzen ausgewiesen werden. An wieviel Frequenzen diese Werte geschätzt werden können, hängt davon ab, für wieviele Zeitverschiebungen (Lags) die Autokorrelationen, bzw. Autokovarianzen berechnet werden. Da die Spektraldichtefunktion auch für die Kovarianz bei Lag = 0 einen Wert ausweist, erhält man immer einen Wert mehr, als man Lags vorgegeben hat. Wird die Autokovarianzfunktion z.B. für 20 Lags berechnet, enthält die Spektraldichtefunktion 21 Werte. Eine Schätzung mit 21 Werten ist allerdings noch sehr grob, wenn man bedenkt, wieviele unterschiedliche Schwingungen in einer Zeitreihe vorhanden sein können. Aus diesem Grund ist man bestrebt, für möglichst viele Frequenzen einen Schätzwert der Spektraldichtefunktion zu erhalten. Allerdings ist diese Möglichkeit entscheidend davon abhängig, wie lang die zugrundeliegende Zeitreihe ist. Für eine Zeitreihe mit 90 Werten kann der Lag theoretisch höchstens 89 betragen. Ein solch hoher Lag ist natürlich unsinnig, da der Berechnung des letzten Koeffizienten nur noch ein Wertepaar zugrunde liegt. In der Praxis wird für die verschiedenen Zeitreihenlängen eine bestimmte Laganzahl empfohlen, die allerdings bei den meist kurzen Zeitreihen viel zu wenig Schätzwerte liefert.

Das Grundprinzip der Spektralanalyse soll im folgenden anhand der von Christian Pf ister für den Zeitraum von 1525 bis 1644 berechneten Klimaindices verdeutlicht werden [Pfister (1984), S. 123ff; die Werte sind in der Datenbank *Climhist* gespeichert]. Diese aus 125 Werten bestehende Reihe empfiehlt sich zur ersten Demonstration vor allem deshalb, weil sie keinen Trend aufweist. Um für diese Reihe eine Spektralanalyse durchzuführen, muß man zuerst die maximale Anzahl der Lags festlegen. Gibt man z.B. einen maximalen Lag von 40 an, werden insgesamt 41 Autokovarianzen berechnet. Gleichzeitig wird mit dieser Vorgabe des maximalen Lags auch die Anzahl der Frequenzen festgelegt, für die ein Spektralwert berechnet wird.

Die Spektralanalyse liefert nun für jeden Lag, d.h. für jede Autokovarianz den entsprechenden Spektralwert. Die nach der Höhe des Lags geordneten Spektralwerte bezeichnet man als geschätzte Spektraldichtefunktion. Da die Relation zwischen Lag, Frequenz und Periodenlänge bekannt ist, läßt sich den verschiedenen Periodenlängen der entsprechende Spektralwert zuordnen. Der Verlauf der Spektralwerte, angefangen von der Frequenz Null (Zyklusdauer = unendlich) bis zur Frequenz von 0.5 (Zyklusdauer = 2 Zeiteinheiten) gibt Auskunft über die relative Bedeutung der verschiedenen Zyklen für die Gesamtschwankung der Zeitreihe. Eine große Bedeutung hat der Zyklus bzw. die Frequenz dann, wenn der zugehörige Wert der Spektraldichtefunktion größer ist als der Wert der benachbarten Frequenzen, also der Zyklen mit etwas längerer bzw. kürzerer Periodendauer. In dieser Weise werden die Hochpunkte (Peaks) der Spektraldichtefunktion als Hinweis auf die für die Zeitreihe wichtigen Zyklen interpretiert.

In Tabelle 2 sind die Ergebnisse der Spektralanalyse in der Form dargestellt, wie sie von den einschlägigen Computerprogrammen berechnet werden [hier mit dem FORTRANProgramm von Leiner (1978)]. Die Anzahl der berechneten Spektralwerte entspricht der Anzahl der berechneten Autokorrelationskoeffizienten bzw. Autokovarianzen. Jedem dieser Werte ist ein bestimmter Lag, eine Frequenz und eine Periodenlänge zurechenbar. Wenn M der maximale Lagabstand ist, ergibt sich für den Lag j (j = 0,1,2,...M) die Frequenz

$f = \frac{j}{2 \cdot M}$ und die Periodenlänge

$$\tau = \frac{2 \cdot M}{j} = \frac{1}{f}$$

Nach unseren Berechnungen hat die Reihe bei den Frequenzen 0.05 und 0.137 also bei den Periodenlängen 20 und 7.3 Jahren einen relativen Hochpunkt. Die Spektralwerte dieser Frequenzen sind im Vergleich zu den benachbarten Werten relativ hoch, so daß vermutet werden kann, daß den Zyklen mit 20 und 7 Jahren eine besondere Bedeutung für den Reihenverlauf zukommt.

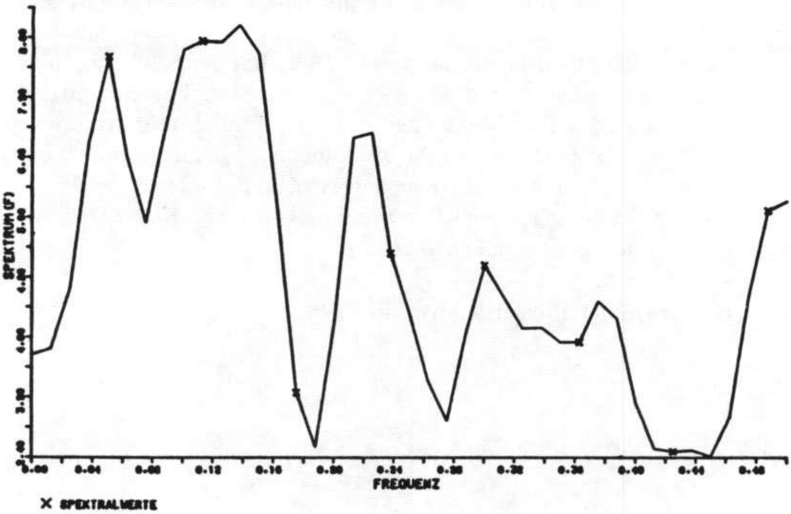
Besonders anschaulich wird die Struktur der Schätzwerte bei der graphischen Darstellung, die man als *Spektrum* bezeichnet. Auf der x-Achse werden dabei die einzelnen Frequenzpunkte abgetragen, die sich leicht in

Tabelle 2

Lag	Spektral-wert	Perioden-länge	Frequenz
0	3.7677	Unendl.	0
1	3.8472	80.0	0.013
2	4.6522	40.0	0.025
3	6.6362	26.7	0.037
4	7.7359	20.0	0.05
5	6.4031	16.0	0.063
6	5.5222	13.3	0.075
7	6.7403	11.4	0.088
8	7.8248	10.0	0.100
9	7.9436	8.9	0.112
10	7.9273	8.0	0.125
11	8.1559	7.3	0.137
12	7.7734	6.7	0.149
13	5.6863	6.2	0.161
⋮	⋮	⋮	⋮
39	5.6861	2.1	0.476
40	5.8116	2.0	0.5

Zeiteinheiten umrechnen lassen, und auf der y-Achse kann man den zugehörigen Spektralwert ablesen. Die Darstellung der Spektralwerte in Abbildung 16 zeigt, daß es mehrere Hochpunkte gibt. Neben den bereits genannten Peaks bei 20 und 7 Jahren noch bei 4.4, 3.3, 2.7 und 2 Jahren, wobei dem Zyklus mit der Periodenlänge von 7 Jahren wohl die größte Bedeutung zukommen dürfte. Typisch für die Spektralanalyse ist übrigens auch die große Anzahl von Peaks bei den hohen Frequenzen also bei den Schwingungen mit kurzer Periodendauer. Als weitere Besonderheit ist zu beachten, daß die Werte nicht einzelnen, ganz bestimmten Frequenzen zurechenbar sind, sondern immer nur sogenannten Frequenzbändern oder Frequenzbereichen, die sich aus mehreren aufeinanderfolgenden Frequenzen oder Zykluslängen quasi als Durchschnitt zusammenfassen lassen. Die in der Tabelle 2 zu den einzelnen Schätzwerten angegebene Frequenz meint immer nur den Mittelwert des jeweiligen Frequenzbandes, wobei dann auch die Länge der Zyklen, die zu einem Frequenzband gehören.

Abb. 16: Spektrum der Klimawerte **Lag - 40**



sehr unterschiedlich ist. Dies ist bei der Spektralanalyse zu beachten, da ihre Aussagemöglichkeiten dadurch ganz wesentlich beeinflußt werden. So ist in unserer Tabelle die Zyklusdauer, die zu dem 2. Schätzwert ausgewiesen wird, folgendermaßen zu berechnen. Bei einem Lag von 40 ergibt sich die mittlere Zyklusdauer des 2. Frequenzbandes aus:

$$\frac{2 \cdot M}{j} = \frac{2 \cdot 40}{2} = 40 \text{ Jahre}$$

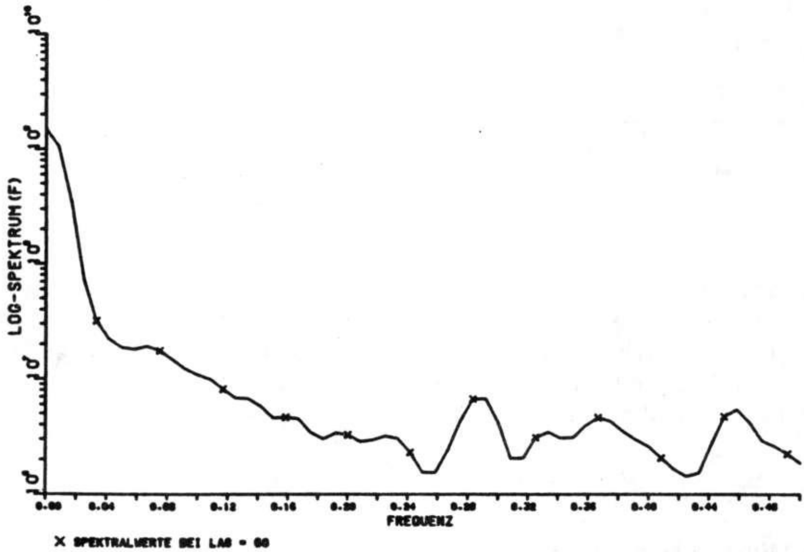
Der Mittelpunkt dieses Frequenzbandes entspricht also einer Zykluslänge von 40 Jahren. Gleichzeitig beeinflussen den Schätzwert dieses Frequenzbandes aber auch die um diesen Mittelwert liegenden benachbarten Zyklen. Die Breite des Bandes läßt sich dabei wie folgt berechnen:

$$\text{Maximalwert} = \frac{j}{2 \cdot M} - \frac{0.5}{2 \cdot M}$$

$$\text{Minimalwert} = \frac{j}{2 \cdot M} + \frac{0.5}{2 \cdot M}$$

In unserem Beispiel (Lag = 40) ergibt das für den Maximalwert eine Frequenz von 0.01875 und für den Minimalwert von 0.03125; d.h. alle in der Zeitreihe vorhandenen Schwingungen mit einer Periodendauer von 32 bis zu 53 Jahren wirken sich auf den Wert des 2. Frequenzbandes aus oder, wie man auch sagt, erzeugen in diesem Frequenzbereich spektrale Masse. Darin zeigt sich sehr deutlich, daß man es auch bei der Spektralanalyse mit recht groben Schätzwerten zu tun hat. Die Qualität der Schätzung läßt sich nur verbessern, indem man die Lag-Anzahl erhöht. Bei erhöhtem Lag wird die Auflösung, d.h. die Genauigkeit der Spektraldichtefunktion, immer größer. Die maximale Laganzahl wird jedoch vor allem durch die Länge der zugrunde liegenden Zeitreihe begrenzt, so daß hier der Wunsch nach genaueren Schätzungen meist sehr schnell mit der Kürze der zur Verfügung stehenden Zeitreihe kollidiert.

Abb. 17: Spektrum der Roggenmengen in Köln



Diese knappen Ausführungen sollten das Grundprinzip der Spektralanalyse demonstrieren, ohne auf die Feinheiten, die bei der Berechnung zu beachten sind, im einzelnen einzugehen. Zu erwähnen bleibt noch, daß die Schätzung der Spektraldichtefunktion in aller Regel auch negative Werte liefert. Um das zu vermeiden, werden die Schätzwerte nach bestimmten Kriterien gewichtet, um so zu einem möglichst glatten Verlauf der Spektraldichtefunktion zu kommen. In der Literatur werden diese Gewichtungsfunktionen als *Lag- oder Spektralfenster* bezeichnet. Ein solches Lagfenster meint nichts anderes als eine Gewichtungsfunktion, die jeden ungewichteten Schätzwert in Abhängigkeit von der ihm entsprechenden Frequenz mit einem bestimmten Wert multipliziert. I.d.R. basieren alle Spektralanalysen auf geglätteten Spektraldichtefunktionen.

Im folgenden soll für eine ökonomische Zeitreihe eine Spektralanalyse durchgeführt werden. Hierzu haben wir wieder die Reihe der Kölner Roggenmengen herangezogen. Die Spektraldichtefunktion dieser Reihe zeigt die Abbildung 17. Nach diesen Berechnungen fallen die Werte nahezu monoton von links oben nach rechts unten. Um die bestehenden Veränderungen überhaupt noch sichtbar zu machen, wurde hier die logarithmische Darstellung gewählt. Auf der y-Achse wurde also der Logarithmus des Spektralwertes abgetragen. Offensichtlich können aus diesem Verlauf der Spektraldichtefunktion keine Rückschlüsse auf vorhandene Zyklen längerer Periodendauer gezogen werden. Ein erster, deutlich erhöhter Wert zeigt sich bei der Frequenz 0.29, also für einen Zyklus von etwa 3.5 Jahren. Der besonders im Bereich der langfristigen Schwingungen monotone Abfall der Spektraldichtefunktion erlaubt also keine Rückschlüsse auf eventuell vorhandene Langfriszyklen.

Dieser Verlauf der Spektraldichtefunktion ist typisch für ökonomische Zeitreihen, die einen Trend aufweisen. In der Frequenzdimension kann man sich den Trend als Schwingung mit sehr langer bzw. unendlich langer Periodendauer vorstellen, was sehr kleinen Frequenzen entspricht. Dieser Trend beeinflußt daher die Spektralwerte des linken Randes der Spektraldichtefunktion. Je nach dem, wie stark der Trend ausgeprägt ist, sind die aus ihm resultierenden Spektralwerte so hoch, daß auch die benachbarten Frequenzen noch von dem Trend beeinflußt werden. Diese Beeinflussung, die man als *Leakage* bezeichnet, bedeutet, daß sich bestimmte Frequenzkomponenten - hier der Trend - auch auf die benachbarten Frequenzen auswirken, so daß eventuell vorhandene Zyklen durch die Spektralanalyse nicht ausgewiesen werden können. Als besonders nachteilig ist dieser Effekt bei der Analyse langfristiger Konjunkturzyklen anzusehen, da sich deren Vorhandensein ja auch am linken Rand der Spektralverteilungsfunktion zeigen müßte.

Damit wird klar, daß die Spektraltechnik für die Analyse ökonomischer Zeitreihen eigentlich völlig ungeeignet ist, und dies besonders dann, wenn man mit ihr den Nachweis von Langfristzyklen versucht. Wie wir gesehen haben, ist gerade der Nachweis von Zyklen langer Periodendauer deshalb unmöglich, weil die Schätzwerte hier nahezu vollständig von dem meist vorhandenen Trend beeinflußt werden. Die Spektralanalyse läßt sich nur dann sinnvoll auf ökonomische Zeitreihen anwenden, wenn diese keinen Trend aufweisen. Da der Trend aber gerade das Charakteristikum ökonomischer Zeitreihen ist und man andererseits nicht auf die Spektralanalyse verzichten möchte, behilft man sich, indem man den Trend aus der Reihe herausrechnet und dann die trendfreien Reihenwerte der Spektralanalyse unterzieht.

Bevor man also mit der Spektralanalyse überhaupt sinnvolle Ergebnisse erhält, muß man mit den klassischen Verfahren der Zeitreihenanalyse, also der Komponentenzerlegung, den Trend bestimmen und ihn aus der Zeitreihe eliminieren. Die Problematik dieser neuen Technik der Zeitreihenanalyse beginnt also genau dort, wo wir bei dem klassischen Komponentenmodell stehen geblieben sind.

Im folgenden wollen wir versuchen, anhand der Komponentenzerlegung die verschiedenen Möglichkeiten der Trendbestimmung vorzuführen. Die nach den verschiedenen Methoden trendbereinigten Zeitreihen werden anschließend der Spektralanalyse unterzogen, deren Ergebnisse dann im Hinblick auf die jeweils unterschiedlichen Trendverläufe und unterschiedlich ausgewiesenen Langfristzyklen verglichen werden. Der Vergleich erstreckt sich dabei nicht auf alle möglichen Trendformen. Beispielhaft wird der Trend mit Hilfe eines Polynoms 1., 3. und 6. Grades sowie anhand eines 11- und 23-gliedrig gleitenden Mittelwertes berechnet. Zusätzlich wurde der Trend mit Hilfe der Differenzenbildung eliminiert. Da der Trend bei allen hier durchgerechneten Varianten einen anderen Verlauf zeigt, sind auch die jeweiligen trendfreien Werte unterschiedlich. Die Frage ist nun, wie sich diese Unterschiede auf die Spektraldichtefunktion auswirken, wobei in unserem Fall besonders der linke Rand der Funktion von Interesse ist, da hier eventuell vorhandene Langfristzyklen ausgewiesen werden.

Einen Vergleich der trendfreien Werte zeigen die Abbildungen 18 und 19. In der Abbildung 18 sind die trendfreien Werte, die sich aus der Polynomanpassung errechnen lassen, und in Abbildung 19 die aus den gleitenden Mittelwerten und aus der Differenzenbildung berechneten Werte dargestellt. Die aus den trendfreien Werten berechneten Spektralverteilungsfunktionen, die in den Abbildungen 20 bis 25 dargestellt sind, zeigen gerade im Bereich der langfristigen Zyklen beträchtliche Differenzen.

Bei der Trendbereinigung mit einem Polynom 1. Grades (vgl. Abb. 20) zeigt die Spektralanalyse der trendfreien Werte noch relativ stark dominierende Schwingungen sehr langer Periodendauer. Die Spektraldichtefunktion hat in den ersten drei Frequenzbändern noch sehr hohe Werte, die darauf hindeuten, daß der vorhandene Trend nicht völlig eliminiert wurde. Den höchsten Wert hat die Funktion im 3. Frequenzband, also bei einer Zykluslänge von 60 Jahren. Nach der Trendbereinigung mit einem Polynom 3. Grades wird die Bedeutung der sehr langfristigen Schwingungskomponenten deutlich reduziert. Die Spektralanalyse (vgl. Abb. 21) weist dabei immer noch auf das Vorhandensein eines 60-jährigen Zyklus hin. Allerdings hat sich jetzt die erste Spitze im Spektrum verschoben. Die größten Werte erreicht die Spektraldichtefunktion jetzt bei den Zyklenlängen von 60 und 40 Jahren und nicht mehr, wie beim Polynom 1. Grades bei 60 und 120 Jahren (vgl. Abb. 20). Bei der Trendbestimmung mit einem Polynom 6. Grades verändern sich die Werte der Spektralanalyse im Niederfrequenzbereich völlig. Einen ersten deutlichen Hinweis auf vor handende Zyklen gibt die Spektralanalyse (vgl. Abb. 22) bei einer Frequenz von 0.067 also für einen 15-jährigen Zyklus. Offensichtlich eliminiert dieses Polynom alle langfristigen Schwingungskomponenten der Reihe sehr gründlich. Die Frage ist, ob damit die gesuchten langen Wellen jetzt im Trend enthalten sind.

Auch die Verwendung gleitender Durchschnitte und der 1. Differenzen zur Ausschaltung des Trends bringt erwartungsgemäß keine eindeutigen spektralanalytischen Ergebnisse bezüglich der Existenz von Langfristzyklen. Bestimmt man den Trend mit Hilfe der 23-gliedrigen Durchschnitte, zeigt die Spektralanalyse (vgl. Abb. 23) der trendfreien Werte, ähnlich wie bei dem Polynom 6. Grades, keine dominierenden langfristigen Schwingungen. Ihren ersten Peak hat die Funktion bei der Frequenz 0.06, was auf einen etwa 15-jährigen Zyklus hindeutet. Erwartungsgemäß eliminiert der 11-gliedrige Mittelwert den Trend und die langfristigen Schwingungskomponenten der Reihe noch bedeutend stärker als der 23-gliedrige Mittelwert. Ihren ersten Peak hat die zugehörige Spektraldichtefunktion (vgl. Abb. 24) bei der Frequenz von 0.11 also bei einer Zykluslänge von etwa 9 Jahren. Zusätzlich haben hier auch die benachbarten Frequenzen hohe Werte, so daß eine eindeutige Identifikation des dominierenden Zyklus kaum möglich ist. Die spektralanalytischen Ergebnisse der 1. Differenzen (vgl. Abb. 25) zeigen eine noch weitgehendere Eliminierung niederfrequenter Schwingungen. Auch hier ist wieder eine eindeutige Identifikation der Zyklenstruktur kaum möglich. Zu erwähnen wäre noch, daß die Spektraldichtefunktion einen kleinen Peak bei der den langen Wellen entsprechenden Frequenz aufweist.

Wie die Ergebnisse deutlich zeigen, hängt der spektralanalytische Nachweis langer Wellen entscheidend von der zugrunde liegenden Trendvorstellung ab. Der vorgegebene und herausgerechnete Trend determiniert gleichzeitig Existenz und Form des Zyklus. Diese fundamentale empirische Beziehung zwischen Trend und Zyklus ist in den bisherigen statistischen Analysen und besonders bei den spektralanalytisch orientierten Arbeiten zum Problem langer Wellen viel zu wenig beachtet worden. Das Problem ist jedoch offenkundig. Eine Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen kann besonders im Hinblick auf Langfristzyklen keine sinnvollen Ergebnisse liefern, da der Trend gleichzeitig die trendfreien Werte und damit auch den Verlauf der Spektraldichtefunktion bestimmt. Offensichtlich kommt man auch bei der Spektralanalyse um das bekannte und ungelöste Problem der Trendspezifikation mit Hilfe der klassischen Verfahren der Zeitreihenanalyse nicht herum. Die spektralanalytischen Ergebnisse bezüglich der Existenz langer Wellen sind deshalb genau so fraglich wie die zugrundeliegenden Trendspezifikationen. Solange es nicht möglich ist, den Begriff des Trends so zu definieren, daß es für diese Definition eine exakte statistische Adäquation gibt, bleiben alle Versuche des Nachweises langer Wellen am Problem der adäquaten Trendbestimmung hängen.

Abb. 18: Roggenmengen in Köln nach polynomialer Trendbereinigung

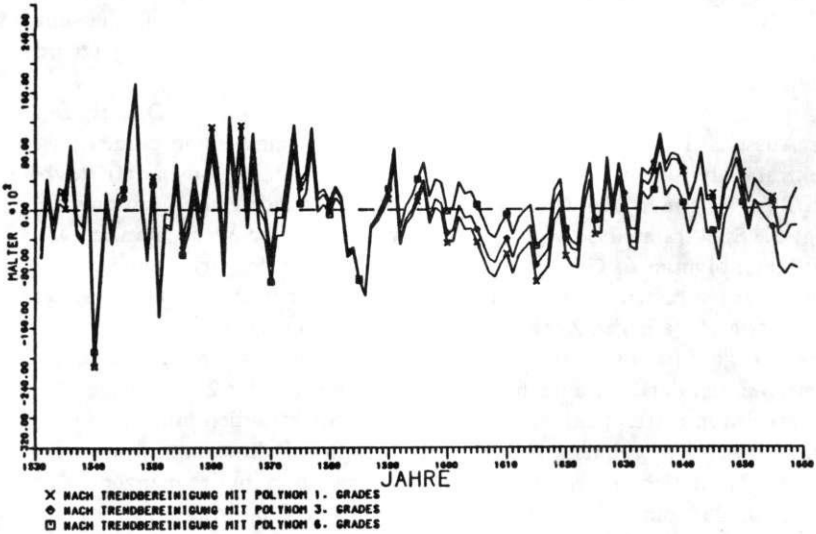


Abb. 19: Roggenmengen in Köln nach verschiedenen Trendbereinigungen

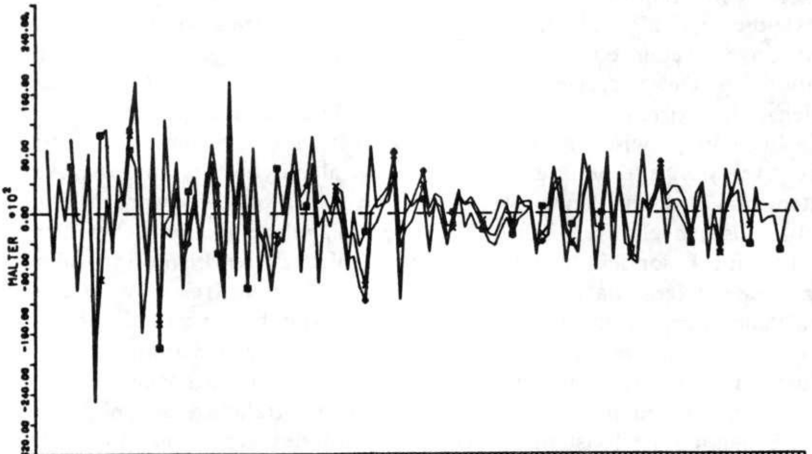


Abb. 20: Spektrum nach Trendbereinigung mit Polynom **1.** Grades

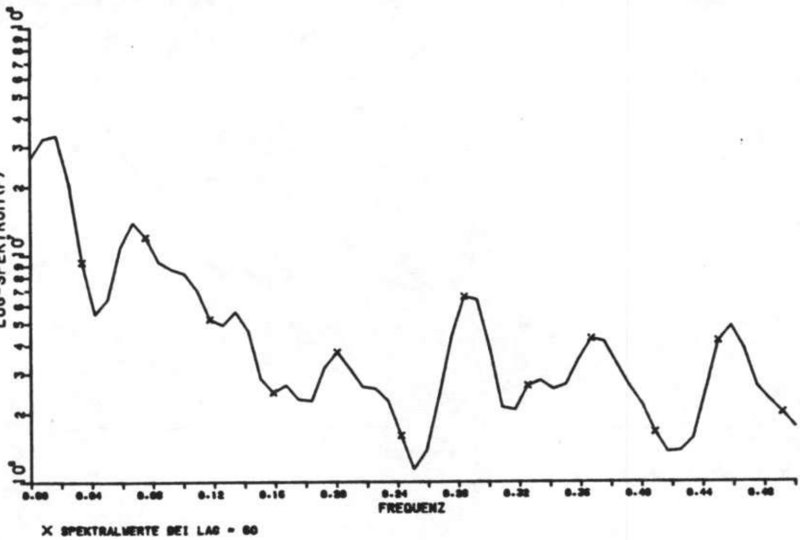


Abb. 21: Spektrum nach Trendbereinigung mit Polynom 3. Grades

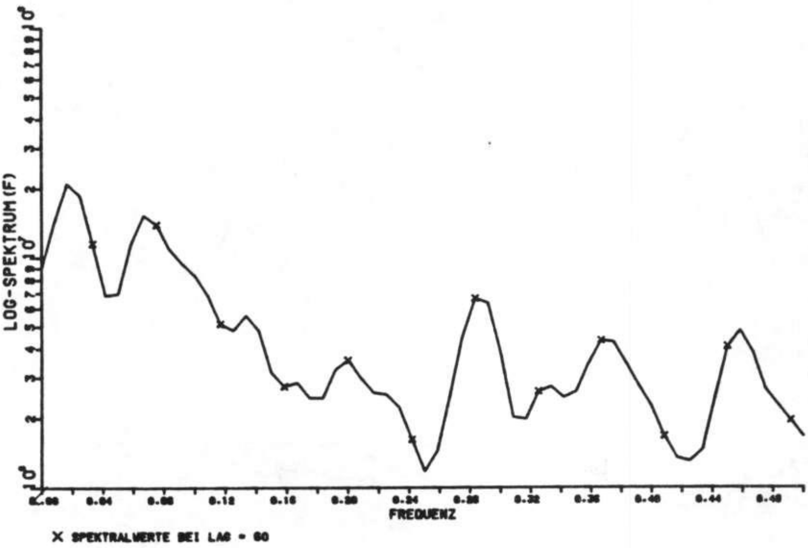


Abb. 22: Spektrum nach Trendbereinigung mit Polynom 6. Grades

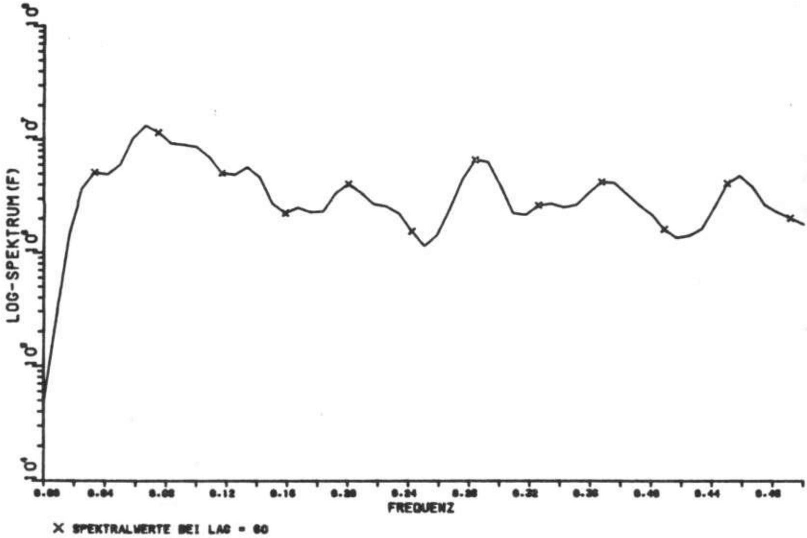


Abb. 23: Spektrum nach Trendbereinigung mit
23-gliedrigen Durchschnitten

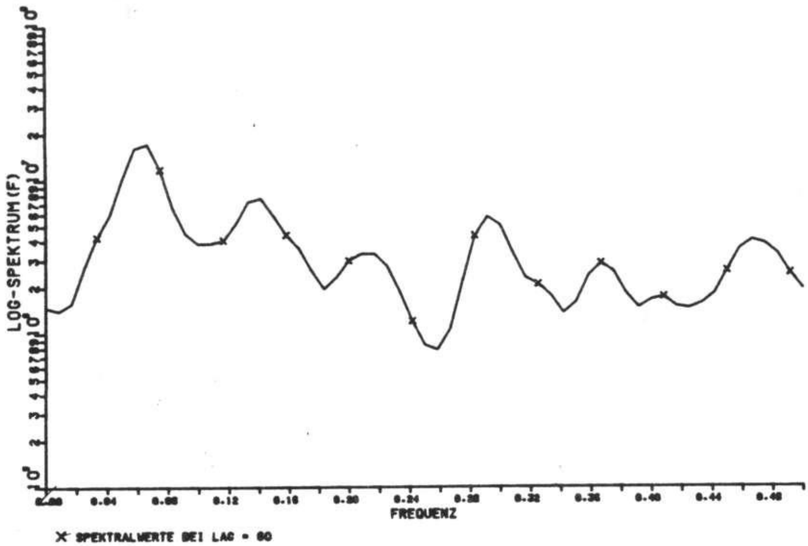


Abb. 24: Spektrum nach Trendbereinigung mit 11-gliedrigen Durchschnitten

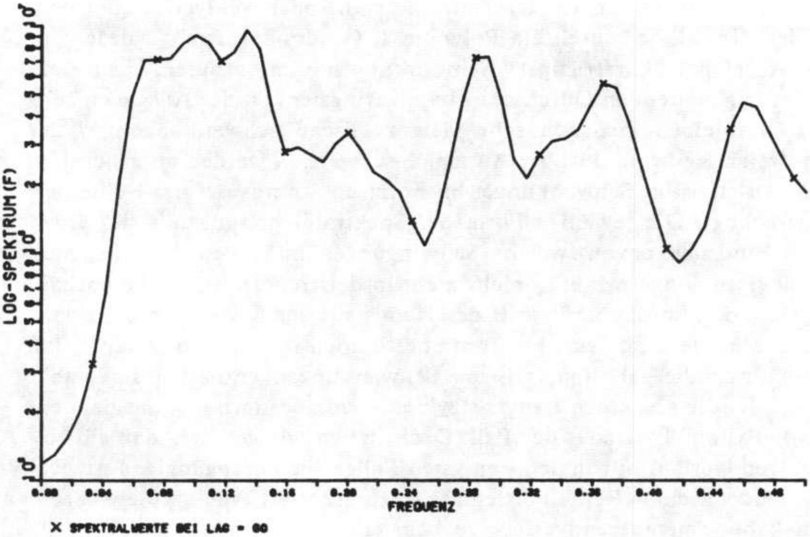
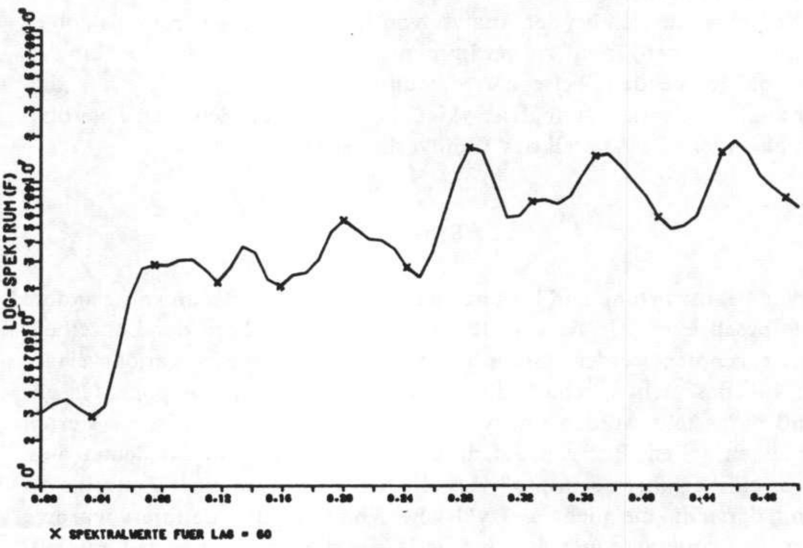


Abb. 25: Spektrum nach Trendbereinigung mit 1. Differenzen



Wie läßt sich das Problem der Trendspezifikation lösen? In den hier diskutierten Beispielen wurden verschiedene Trends angepaßt, die die zyklischen Schwankungen der Zeitreihe mehr oder weniger ausgleichen. Bei dem Trend, der durch ein Polynom 1. Grades dargestellt wurde, war der Ausgleich kurzfristiger Schwankungen am größten, bei dem 11-gliedrig gleitenden Durchschnitt am geringsten. Ist der Ausgleich sehr stark, verbleiben demnach sehr viele zyklische Schwankungen in der trendfreien Reihe, und ist der Ausgleich schwächer, werden offensichtlich auch mittelfristige Schwankungen in Form des Trends aus der Reihe herausgerechnet. Die jeweilige Form der Spektraldichtefunktion gibt einen guten Eindruck davon, welche Schwingungen nach den verschiedenen Trendbereinigungsverfahren nicht mehr in der trendfreien Reihe vorhanden sind, d.h. unter dem Begriff des Trends aus der Reihe eliminiert wurden. Die Frage ist, ob sich ein Trend bestimmen läßt, der so verläuft, daß in ihm nur die sehr langfristigen Schwankungen enthalten sind, aber keinesfalls die gesuchten Langfristzyklen. Ganz bestimmt ist das bei dem Trendpolynom 1. Grades der Fall. Doch hatten wir gesehen, daß ein solcher Trendverlauf nur in den wenigsten Fällen die durchgängige Entwicklungstendenz einer Reihe befriedigend repräsentiert. Wie ist dieser Sachverhalt bei einem Trendverlauf zu beurteilen, der die säkulare Tendenz angemessen darstellt, der also in seinem Verlauf selbst wieder Schwankungen aufweist? Offenkundig ist dabei, daß der Trend, je mehr er sich der Reihe anpaßt, immer mehr Schwankungen enthält. Unsere Beispiele hatten dies in Form der Polynomanpassung und der Berechnung gleitender Mittelwerte deutlich gezeigt.

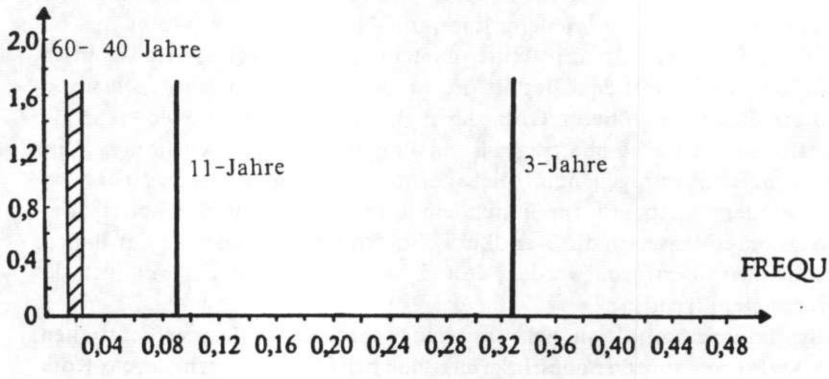
Die Frage, die sich bei der Analyse von Langfristzyklen ergibt, ist, ob es möglich ist, einen Trend zu bestimmen, der die säkulare Entwicklung in einer befriedigenden Weise darstellt und gleichzeitig gewährleistet, daß eventuell vorhandene Langfristzyklen in der trendfreien Reihe verbleiben, also nicht Bestandteil des Trendverlaufes sind.

Filter

Für die Beantwortung und Lösung dieses Problems muß man völlig andere Wege beschreiten, als sie von den klassischen Verfahren der Zeitreihenanalyse geboten werden. Gefordert ist dabei ein Transformationsverfahren, für das sich angeben läßt, welche Schwingungskomponenten als Trend dargestellt werden und welche Zyklen in den trendfreien Werten verbleiben sollen. Bezogen auf die Analyse langer Wellen bedeutet dies, daß es ein Verfahren sein muß, das alle Schwingungen einer Zeitreihe als Trend darstellt, die nicht als zyklische Komponenten definiert wurden, deren Schwingungsdauer also länger ist als die der gesuchten Langfristzyklen. Um die damit verbundenen Probleme zu verdeutlichen, empfiehlt sich wieder der Rückgriff auf den Begriff der Frequenz.

Wir hatten gezeigt, daß sich die in Zeiteinheiten angegebenen Zyklenlängen äquivalent auch als Frequenzen ausdrücken lassen. So kann man sagen, daß ein 11-jähriger Zyklus eine Schwingung mit der Frequenz 0.09 darstellt. Die Frequenz ist also immer der Kehrwert der Zeitdauer. Die Dauer einer Schwingung kann dabei verschiedene Werte annehmen. Im Extremfall hat die Schwingung eine unendliche Dauer bzw. nur eine Länge von zwei Zeiteinheiten. Liegen die Beobachtungen als Jahreswerte vor, beträgt die kürzeste beobachtbare Schwingungsdauer zwei Jahre, bei monatlichen Werten zwei Monate usw. Drückt man diese Extremwerte als Frequenz aus, entspricht der unendlichen Schwingungsdauer eine Frequenz von 0 und der Schwingungsdauer von zwei Zeiteinheiten eine Frequenz von 0.5. Der Bereich möglicher Frequenzen läßt sich graphisch veranschaulichen, indem man auf der x-Achse eines Koordinatensystems die Frequenz abträgt, also genau so wie bei der Darstellung der Spektraldichtefunktion. Die Frequenz eines 11-jährigen Zyklus müßte in diesem Koordinatensystem (vgl. Abb. 26) bei dem x-Wert von 0.09 abgetragen werden, ein 3-jähriger Zyklus bei dem y-Wert von 0.33 (vgl. Abb. 26).

Abb. 26: Zyklen und ihre Frequenzen



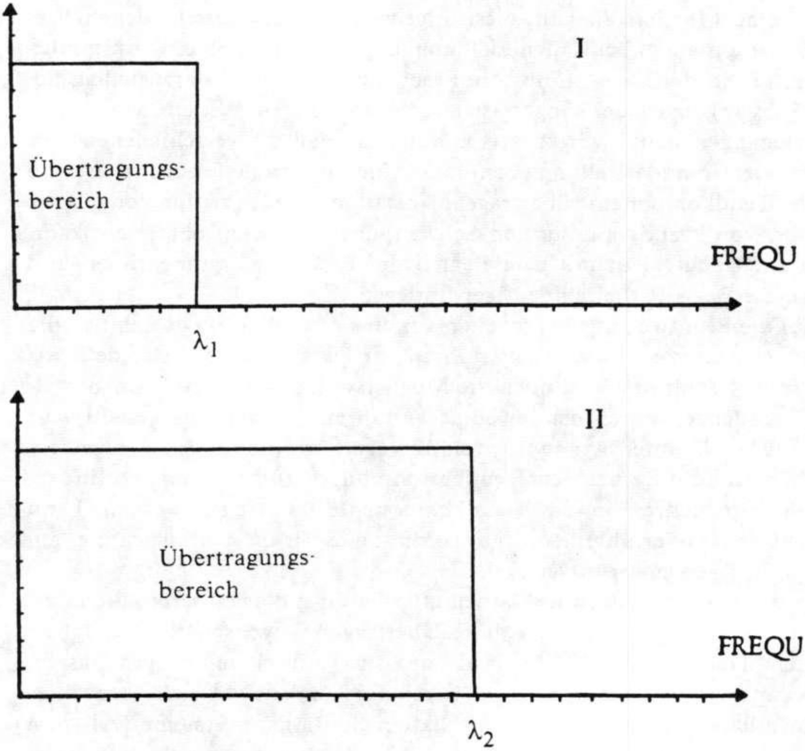
In den meisten historischen Konjunktur- und Trendanalysen wird man dagegen nicht die Existenz von Zyklen mit gleichbleibender Periodendauer unterstellen, sondern man wird mit Durchschnittswerten arbeiten. So z.B. indem man sagt, der Konjunkturzyklus hat eine Länge von etwa 7-11 Jahren, so daß sich diese Zyklendefinition nicht durch eine ganz bestimmte Frequenz, sondern durch einen Frequenzbereich darstellen läßt. Bezogen auf die gesuchten Langfristzyklen bedeutet dies einen Frequenzbereich von etwa 1/60 bis zu 1/40. Trägt man auch diesen Bereich in das Schaubild ein (vgl. Abb. 26), zeigt sich, wie extrem schmal dieser Frequenzbereich ist, und gleichzeitig, wie nahe dieser Bereich am Nullpunkt der x-Achse liegt. Offensichtlich repräsentieren nun die Frequenzen, die links von diesem Bereich liegen, jene Schwankungen, deren Periodendauer länger ist als die der langen Wellen, wogegen die rechts von diesem Bereich liegenden Frequenzen den Schwankungen entsprechen, deren Zeitdauer kürzer ist als die der langen Wellen.

Das Problem der Trendspezifikation läßt sich vor dem Hintergrund dieser Überlegungen mit Hilfe des Frequenzbegriffs neu formulieren. Gesucht ist dabei ein Verfahren der Trendbestimmung, bei dem nur die Schwingungen oder Frequenzen dem Trend zugeordnet werden, die links von dem Frequenzbereich der langen Wellen liegen, das heißt, deren Frequenz kleiner ist als die der langen Wellen.

Die Frage ist nun, ob es ein Verfahren gibt, das diese Anforderungen erfüllt. Um allerdings die verschiedenen Verfahren daraufhin überprüfen zu können, muß es eine Möglichkeit geben festzustellen, welche Frequenzen von den verschiedenen Transformationsverfahren beeinflußt werden und welche nicht. Am Beispiel der Polynomanpassung haben wir ja demonstriert, daß ein Polynom höherer Ordnung sich besser an die Reihe anpaßt als ein Polynom niederer Ordnung. Noch deutlicher wurde dies bei der Trendbestimmung mit Hilfe gleitender Mittelwerte. Argumentiert man hier wieder mit dem Begriff der Frequenz, so kann man auch sagen, daß ein Polynom höherer Ordnung mehr Frequenzkomponenten in die transformierte Reihe überträgt als ein Polynom niederer Ordnung. Mehr Frequenzen übertragen heißt hier, daß nicht nur sehr niedrige Frequenzen, sondern auch mit zunehmendem Polynomgrad immer höhere Frequenzkomponenten in die Trendkurve übertragen werden. Je mehr höhere Frequenzen übertragen werden, desto stärker sind die Schwankungen des berechneten Trends.

Symbolisch kann man sich das wieder folgendermaßen verdeutlichen. Ein Verfahren zur Trendbestimmung, das den Trend als sehr glatte Komponente bestimmt, überträgt offensichtlich nur Frequenzkomponenten mit sehr niedriger Frequenz. Wir wollen annehmen, daß durch ein solches Verfahren nur die Frequenzen des Bereichs von Null bis X_1 übertragen werden (vgl. Abb. 27,1). Ein Transformationsverfahren, bei dem der Trend größere Schwankungen aufweist, muß auch höhere Frequenzkomponenten übertragen. In diesem Fall wird X_2 größer sein als X_1 (vgl. Abb. 27, II)

Abb. 27: Übertragungsbereiche (schematisch)



oder m.a.W. der Frequenzbereich, dessen Schwingungen als Trend dargestellt werden, ist größer als bei dem ersten Verfahren. Verfolgt man diese Überlegungen weiter, kann man sagen, daß ein Verfahren, bei dem nur die ganz kurzfristigen ein- bis zweijährigen Schwankungen eliminiert werden, nahezu alle Frequenzen, die in der Originalreihe vorhanden sind, in die transformierte Reihe überträgt. Das Ergebnis eines solchen Transformationsverfahrens stimmt weitgehend mit der Originalreihe überein. Das ist z.B. der Fall, wenn man eine Reihe mit Hilfe eines 3-gliedrigen gleitenden Mittelwertes glättet.

Diese Überlegungen sollten zeigen, daß sich die Eigenschaften von Trendbestimmungsverfahren, die bei der klassischen Zeitreihenanalyse relativ undifferenziert sind, mit Hilfe des Frequenzbegriffes genauer beschreiben lassen. Ausgangspunkt unserer Erörterungen war ja die Frage, ob es eine Möglichkeit gibt, diese Eigenschaften der verschiedenen Verfahren so genau zu beurteilen, daß man angeben kann, ob ein bestimmtes Verfahren in der Lage ist, nur die Frequenzen als Trend darzustellen, deren Schwingungsdauer länger ist als die der langen Wellen. Mit diesen Überlegungen haben wir zu zeigen versucht, daß die verschiedenen Verfahren der Trenddarstellung eben unterschiedlich große Frequenzbereiche in die Trendkomponente übertragen. Anstatt mit den Begriffen von glatten Trends, von Trends mit starken Schwankungen usw. zu operieren, kann man auch äquivalent mit dem Begriff der Frequenz argumentieren und damit die Begriffe viel eindeutiger festlegen.

Für die Beantwortung der zweiten von uns gestellten Frage, nämlich die nach geeigneten statistischen Verfahren zur Darstellung eines so definierten Trends, fehlt uns jetzt noch die Möglichkeit, angeben zu können, welche Frequenzen durch das jeweilige Verfahren als Trend dargestellt werden. Bisher konnten wir ja nur relativ vage Formulierungen verwenden. Gelingt es, für die einzelnen Trendbestimmungsverfahren herauszufinden, welche Frequenzen in die Trendkomponente übertragen werden, kann man für jedes Verfahren sofort angeben, ob es für die Untersuchung langer Wellen geeignet ist oder nicht.

In der Tat stellt nun die Mathematik die Grundlagen bereit, die es erlauben, für einige Verfahren diese Übertragungseigenschaften zu untersuchen. Der Teil der Mathematik, der sich mit diesen Fragen auseinandersetzt, wird als *Filtertheorie* bezeichnet und befaßt sich ganz allgemein mit den Übertragungseigenschaften bestimmter Systeme [vgl. zum folgenden Cadzow (1973); Rabiner/Gold (1975); Stier (1978); Schulte (1981)].

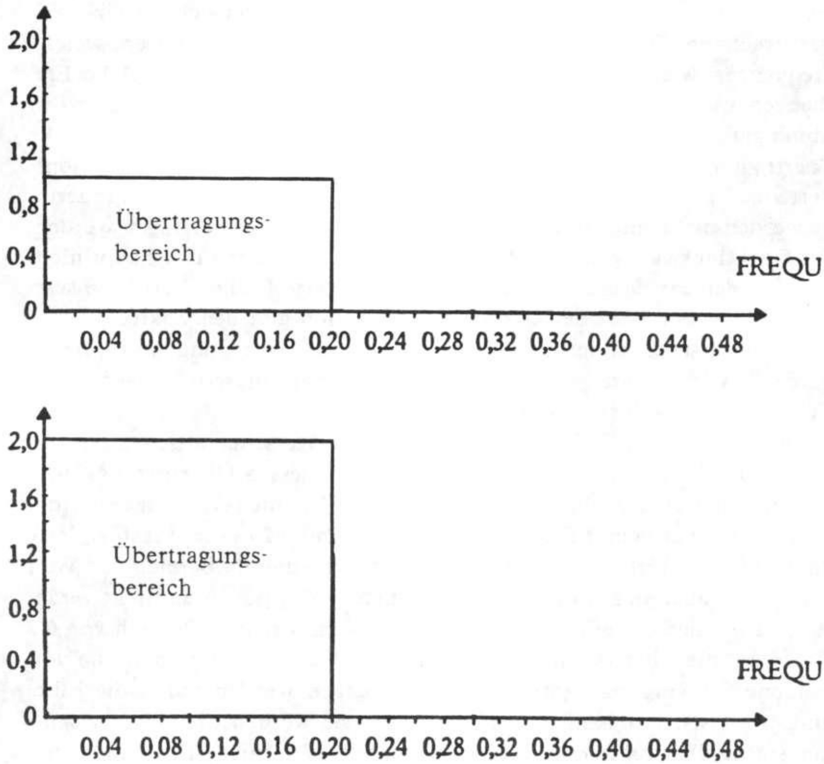
Wichtig in unserem Zusammenhang ist die Tatsache, daß diese Theorie die Grundlagen für eine genaue Beurteilung der Übertragungseigenschaften der von uns verwendeten zeitreihenanalytischen Transformationsverfahren liefert. Da wir gesehen haben, daß alle Transformationsverfahren bestimmte Schwingungskomponenten übertragen und andere nicht, können wir anstatt von einem Transformationsverfahren auch von einem Filter sprechen. Die Übertragung bzw. die Transformation von Zeitreihen ist nichts anderes als ein Filtern. So ist ein gleitender Mittelwert, eine Polynomanpassung, eine Differenzenbildung, um nur einige Beispiele zu nennen, nichts anderes als ein Filter. Die Eigenschaften dieser Filter lassen sich mit Hilfe der Filtertheorie genau bestimmen. Die für uns wichtigste Eigenschaft der Filter ist die, die angibt, welche Frequenzen von dem Filter übertragen werden und welche nicht.

Die Grundlage für die Beurteilung der Übertragungseigenschaften des Filters ist die sogenannte *Übertragungsfunkrion* (oft wird auch der Begriff *Transferfunktion* verwendet). Eine solche Funktion läßt sich für viele Filter berechnen. Der Verlauf bzw. der Wert der Funktion gibt an, welche Frequenzen wie, also in welchem Ausmaß, übertragen und welche Frequenzen nicht übertragen werden. Die Übertragungsfunktion nimmt in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmte Werte an, an der man die Übertragungseigenschaft des Filters genau ablesen kann. Ein Funktionswert von 1 bedeutet, daß die Frequenzen der Originalreihe unverändert - sie werden mit 1 multipliziert - in die gefilterte Reihe übertragen werden. Ein Funktionswert von 0 bedeutet, daß diese Frequenzen überhaupt nicht - sie werden mit 0 multipliziert - in die gefilterte Reihe übertragen werden. M.a.W. der Wert der Übertragungsfunktion gibt den Faktor an, mit dem die entsprechenden Frequenzen bei der Übertragung multipliziert werden. Ist der Wert größer als 1 treten Verstärkungseffekte auf, ist er kleiner als 1 Abschwächungseffekte.

Auch hierzu ein Beispiel: Abbildung 28 zeigt schematisch zwei verschiedene Übertragungsfunktionen. Der Filter, dessen Übertragungsfunktion in Teil I eingezeichnet ist, überträgt alle Frequenzkomponenten der Originalreihe mit einer Frequenz zwischen 0 und 0.2 in die transformierte Reihe. Da der Wert der Übertragungsfunktion in diesem Bereich den Wert 1 hat, wird auch das Ausmaß der Schwingungskomponenten nicht verändert; sie werden unverändert übertragen. In dem Frequenzbereich von 0.2 bis 0.5 hat die Übertragungsfunktion den Wert 0. In der Orginalreihe vorhandene Schwingungen mit diesen Frequenzen werden durch die Filterung praktisch mit Null multipliziert, d.h. sie werden nicht in die Ausgangsreihe übertragen, sie werden vollständig eliminiert. Der Filter, dessen Übertragungsfunktion in Teil II dargestellt ist, überträgt ebenfalls alle Frequenzen zwischen Null und 0.2. Da die Funktion aber in diesem Bereich den Wert 2 hat, werden diese Frequenzkomponenten durch den Filter um das Doppelte verstärkt. In diesem Fall werden also die übertragenen Frequenzkomponenten verändert, was bei der Darstellung historischer Prozeßabläufe unerwünscht ist. Parallel dazu läßt sich nachweisen, daß bestimmte Filter vorhandene Frequenzen zwar übertragen, sie aber bei der Übertragung stark reduzieren. In diesem Fall hat die Übertragungsfunktion im fraglichen Frequenzbereich einen Wert der kleiner ist als 1 und größer als 0.

Fassen wir unsere bisherigen Überlegungen noch einmal zusammen: Analyseverfahren, die bestimmte Komponenten aus Zeitreihen herausrechnen, kann man als Filter bezeichnen. Durch Filter werden bestimmte Frequenzkomponenten (Schwingungen) der Zeitreihe übertragen und andere nicht. Die Übertragungseigenschaften des Filters lassen sich an seiner Übertragungsfunktion studieren. Der Wert der Funktion in Abhängigkeit

Abb. 28: Übertragungsbereiche (schematisch)



von der Frequenz gibt an, welche Schwingungen durch den Filter übertragen werden. Um überprüfen zu können, welche Trenddarstellungsverfahren für die Analyse langer Wellen geeignet sind, muß man für jedes Verfahren seine Übertragungsfunktion berechnen. Anhand der Übertragungsfunktion kann man beurteilen, ob der Filter die gesuchten langen Wellen als Trend darstellt oder ob sie nicht in den Trend übertragen werden und deshalb in den trendfreien Werten gegebenenfalls noch vorhanden sein müßten.

Für den von uns verwendeten 11-gliedrig gleitenden Mittelwert läßt sich die in Abbildung 29 dargestellte Übertragungsfunktion berechnen [vgl. zur Berechnung Leiner (1978), S. 88ff.]. Wie diese Abbildung zeigt, hat die Übertragungsfunktion bei der Frequenz 0 exakt den Wert 1. Diese Frequenzen werden also durch den 11-gliedrigen Mittelwert vollständig in die gefilterte Reihe übertragen. Der Wert der Funktion fällt dann monoton ab und hat bei der Frequenz 0.09 zum ersten Mal den Wert 0. D.h. ein 11-jähriger Zyklus wird durch die Verwendung eines 11-gliedrigen Mittelwerts vollständig eliminiert. In ihrem weiteren Verlauf zeigt die Funktion noch 4 Nullstellen. Zwischen diesen Nullstellen schwanken die Funktionswerte zwischen 0 und etwa 0.25; d.h. die entsprechenden Frequenzen werden abgeschwächt in die gefilterte Reihe übertragen. Sehr deutlich zeigt die Übertragungsfunktion, daß mit dieser Methode alle Schwingungskomponenten, deren Schwingungsdauer länger als 11 Jahre ist, als Trend dargestellt werden und daß auch die kürzerfristigen Schwingungen nicht vollständig eliminiert werden.

Der Verlauf der Übertragungsfunktion gibt auch Antwort auf die Frage, warum gleitende Mittelwerte immer nur dann einen vorhandenen Zyklus vollständig eliminieren, wenn die Länge des gleitenden Mittelwertes genau der Zykluslänge entspricht. Ein 11-gliedriger Mittelwert eliminiert einen 11-jährigen Zyklus deshalb, weil seine Übertragungsfunktion genau an dieser Frequenz, also bei 0.09, den Wert Null hat. Die Übertragungsfunktion eines 13-gliedrigen Mittelwertes hat an der Frequenz 0.077 ihre erste Nullstelle, so daß mit diesem Filter ein 13-jähriger Zyklus vollständig eliminiert, oder man kann auch sagen, herausgefiltert wird. Da wir bei der Verwendung eines 23-gliedrigen Durchschnitts einen wesentlich glatteren Trend erhalten haben, ist anzunehmen, daß seine Übertragungsfunktion steiler verläuft als die des 11-gliedrigen Durchschnitts.

Zum Vergleich haben wir die Übertragungsfunktion des 23- und des 11-gliedrigen Durchschnitts in Abbildung 30 eingezeichnet. Dabei zeigt sich, daß durch den 23-gliedrigen Mittelwert weniger höhere Frequenzen übertragen werden als durch den 11-gliedrigen Mittelwert. Die Übertragungsfunktion des 23-gliedrigen Mittelwerts hat bei der Frequenz 0.043 eine erste Nullstelle, so daß mit dem Filter ein 23-jähriger Zyklus vollständig herausgefiltert wird. Der steile Abfall der Übertragungsfunktion von der Frequenz Null bis zur Frequenz 0.043 zeigt, daß der Filter deutlich weniger Schwingungen in die gefilterte Reihe überträgt als der 11-gliedrige Mittelwert. Für die Beantwortung der Frage, ob ein Trenddarstellungsverfahren für die Analyse langer Wellen geeignet ist, muß man prüfen, ob seine Übertragungsfunktion in dem Frequenzbereich langer Wellen, also von 1/60 = 0.0167 bis 1/40 = 0.025, den Wert Null hat. Denn nur dann ist gewährleistet, daß die gesuchten Langfristzyklen gegebenenfalls in der trendfreien Reihe vorhanden sind.

Zur Verdeutlichung der Problematik haben wir diesen Frequenzbereich in Abbildung 30 eingetragen. Der schraffierte Bereich unter der Übertra-

Abb. 29: Übertragungsfunktion eines 7-gliedrigen Durchschnitts

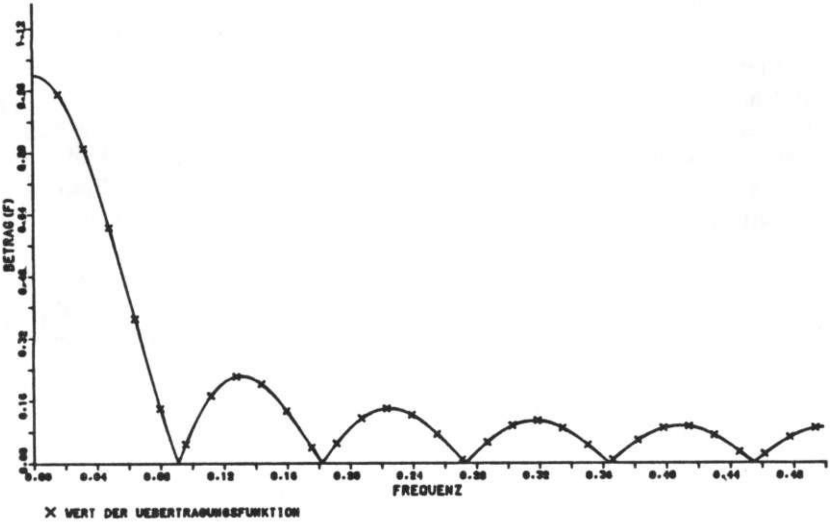
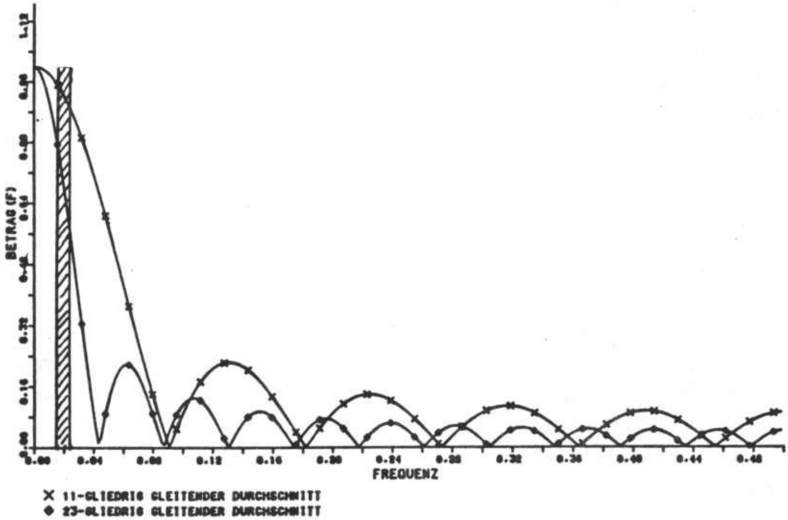


Abb. 30: Übertragungsfunktionen gleitender Durchschnitte



gungsfunktion zwischen 0.0167 und 0.025 zeigt, daß die gesuchten Langfristzyklen großenteils mit den anderen niederfrequenten Schwingungen als Trend dargestellt werden, oder m.a.W. die gesuchten Langfristzyklen sind im Trendverlauf enthalten. Bei den festgestellten Trendschwankungen kann es sich also u.U. um zyklische Phänomene handeln. Offenbar ist ein gleitender Durchschnitt dieser Länge nicht in der Lage, den Trend von den langen Wellen zu trennen. Für die Untersuchung langer Wellen benötigt man also ein Trenddarstellungsverfahren, dessen Übertragungsfunktion noch wesentlich steiler verläuft als die des 23-gliedrigen Durchschnitts und die gleichzeitig im Frequenzbereich langer Wellen exakt den Wert Null aufweist. Man könnte nun versuchen, die hierzu erforderliche Trendbestimmung mit sehr viel längeren gleitenden Durchschnitten durchzuführen, doch treten bei einem solchen Versuch die Nachteile gleitender Durchschnitte weit stärker in den Vordergrund. Wollte man z.B. gewährleisten, daß alle Schwingungen, deren Periodendauer kürzer ist als 60 Jahre - also auch die Langfristzyklen - nicht dem Trend zugerechnet werden, würde das etwa einen 60-gliedrigen Durchschnitt erfordern. Abgesehen von der Tatsache, daß bei einem solchen Verfahren die gefilterte Reihe um 60 Werte kürzer ist als die Originalreihe weisen derartige Filter auch sonst schlechte Übertragungseigenschaften auf, so daß von ihrer Verwendung abgeraten werden muß.

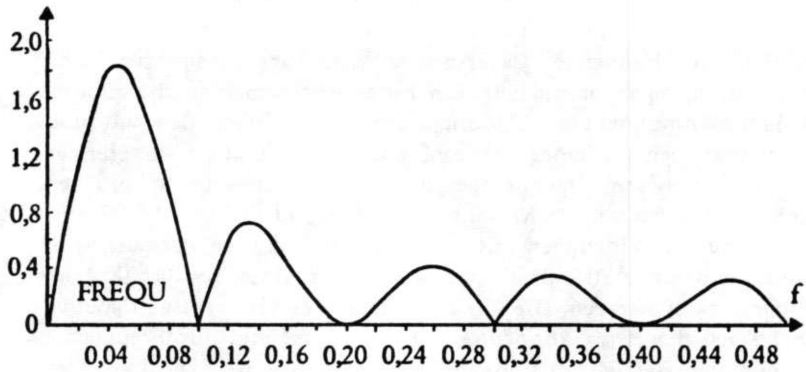
Das andere von uns verwendete Verfahren zur Trendbestimmung war die Anpassung von bestimmten Funktionen. Die Ergebnisse haben dabei für den Trend einen wesentlich glatteren Verlauf gezeigt als bei der Verwendung gleitender Mittelwerte, so daß hier schon vermutet werden kann, daß dieses Verfahren nur Schwingungskomponenten mit sehr niederer Frequenz überträgt. Da diese Eigenschaft unseren Anforderungen an ein Trendbestimmungsverfahren eher entspricht als die der anderen Verfahren, müssen die Übertragungseigenschaften der Polynome genauer untersucht werden. Da die Polynomapproximation jedoch keine lineare, zeitinvariante Transformation darstellt, lassen sich ihre Übertragungseigenschaften mit Hilfe der Filtertheorie nicht untersuchen, so daß es auch nicht möglich ist, die Übertragungsfunktionen zu berechnen. Bei diesem Verfahren bleibt unbestimmt, ob der geschätzte Trend auch die Schwingungskomponenten enthält, die wir als Langfristzyklen definiert haben. Lassen sich demnach in den entsprechenden trendfreien Werten keine Langfristzyklen nachweisen, so kann das daran liegen, daß sie Bestandteil des Trendverlaufs sind, also mit dem Trend ausgefiltert wurden, oder aber, daß in der Zeitreihe überhaupt keine langen Wellen vorhanden sind. Eine empirisch exakte Überprüfung ist hier nicht möglich, so daß die Frage nach der Existenz langer Wellen mit diesen Verfahren letztendlich nicht zu beantworten ist.

In der Forschung sind eine ganze Reihe von Verfahren benutzt worden, um den Trend aus den Reihen auszuschalten und so die resultierenden trendfreien Werte auf vorhandene Langfristzyklen zu untersuchen. Dabei wurden auch mehrere Transformationsverfahren »hintereinander geschaltet«, um zuerst den Trend und dann die kurzfristigen Schwankungen zu eliminieren, um damit die evtl. vorhandenen langen Wellen isoliert darzustellen. Kondratieff [vgl. Metz (1987)] verwendet z.B. zur Ausschaltung des Trends bei Mengenreihen, nicht bei Preisreihen, Polynome unterschiedlichen Grades, wobei er leider keine Begründung dafür angibt, weshalb er bei den verschiedenen Reihen unterschiedliche Polynomgrade angepaßt hat. Die trendfreien Reihenwerte, die er als Differenz zwischen den Originalwerten und der polynomialen Trendkomponente berechnet, werden mit einem 9-gliedrig gleitenden Durchschnitt geglättet. Das Ergebnis sind »seine« langen Wellen. Da die frequentiellen Eigenschaften polynomialer Trends nicht analysierbar sind, können die Ergebnisse nicht genauer überprüft werden.

Auch andere Autoren versuchten durch die Elimination von Trend und kurzfristigen Schwankungen eventuell vorhandene Langfristzyklen isoliert darzustellen. Kuznets [vg. Schulte (1981); Metz/Spree (1981)] verwendet zu diesem Zweck einen 5-gliedrig gleitenden Durchschnitt, mit dem er die Originalreihe glättet, und berechnet dann aus den geglätteten Reihen mit Hilfe der Differenzenbildung die Reihe, deren Verlauf den Langfristzyklen entsprechen soll. Die Auswirkungen dieses Verfahrens auf die einzelnen Frequenzen lassen sich an der in Abbildung 31 [nach Schulte (1981)] dargestellten Übertragungsfunktion studieren. Diese Funktion hat bei der Frequenz 0.05 etwa den Wert 2 und fällt dann steil bis zur Frequenz 0.1 ab, bei der sie eine Nullstelle hat. Die Wirkung eines solchen Verfahrens liegt auf der Hand. Die den langen Wellen entsprechenden Frequenzen werden großenteils als Trend ausgefiltert und die Schwingungskomponenten mit einer Periodendauer von etwa 20 Jahren werden erheblich verstärkt in die trendfreie Reihe übertragen. Gleichzeitig bedeutet dies auch, daß in der trendfreien Reihe auch dann ein 20-jähriger Zyklus zu finden sein wird, wenn dieser in der Originalreihe gar nicht vorhanden oder nur von untergeordneter Bedeutung ist.

Umfangreiche Untersuchungen der Übertragungseigenschaften verschiedenster Filter führten zu dem Ergebnis, daß die gängigen Verfahren für die Untersuchung langer Wellen ungeeignet sind. Die Übertragungsfunktionen der bisher in der Forschung verwendeten Filterverfahren sind entweder nicht in der Lage den Trend von den langen Wellen zu trennen oder/und weisen so starke Verstärkungs- oder Abschwächungseffekte in den einzelnen Frequenzbereichen auf, daß Zyklen eventuell künstlich erzeugt oder aber vorhandene Zyklen so stark abgeschwächt werden, daß sie in der gefilterten Reihe nicht mehr diagnostizierbar sind.

Abb. 31: Übertragungsfunktion des Kuznets-Filters



Dieser nicht nur bei der Analyse langer Wellen festzustellende unbefriedigende Zustand hat zur intensiven Beschäftigung mit diesem Problem auf filtertheoretischer Grundlage geführt. Ziel dieser Forschung ist es, die Filtereigenschaften gängiger Verfahren nachprüfbar zu bestimmen und gleichzeitig neue Filter mit den gewünschten Eigenschaften zu konstruieren. Wesentliche Impulse und Beiträge zu diesem Problem haben die Forschungen von W. Stier gebracht. Ausgangspunkt seiner Überlegungen sind die an ein Filterverfahren zu stellenden Anforderungen:

1. Ein solches Verfahren muß in der Lage sein, alle gewünschten Schwingungen unverändert aus der Originalreihe in die transformierte Reihe zu übertragen. Der Terminus »gewünschte Schwingung« meint hier, daß die Verfahren in der Lage sein müssen, beliebig vorgebbare Frequenzbereiche zu übertragen. Was als Frequenzbereich übertragen werden soll, hängt von dem jeweiligen Forschungsansatz ab.
2. Alle anderen Frequenzkomponenten, also die Schwingungen, deren Periodendauer kleiner oder größer ist als die der gesuchten Komponenten, müssen vollständig eliminiert werden.
3. Das Verfahren darf keine künstlichen Schwingungen erzeugen, d.h. in der gefilterten Reihe dürfen nur die Schwingungen enthalten sein, die in der Originalreihe auch vorhanden sind.

So muß ein Filter, mit dem der Trend dargestellt wird, alle Schwingungskomponenten zwischen 0 und einer jeweils zu bestimmenden niederen Frequenz unverändert übertragen. Ein solcher Trendfilter wird auch als *Tiefpaßfilter* bezeichnet, da er nur sehr niedrige Frequenzen in die gefilterte Reihe »passieren« läßt. Ein Filter, mit dem man die anderen Schwingungskomponenten - also nicht den Trend - darstellen will, muß alle Schwingungen mit einer Frequenz zwischen λ_1 und 0.5 unverändert übertragen. Da diesen Schwingungen die hohen Frequenzen entsprechen, bezeichnet man ein solches Verfahren als *Hochpaßfilter*. Ein Filter, mit dem man nur Schwingungen mit einer ganz bestimmten Periodendauer darstellen möchte, darf nur die Schwingungen eines bestimmten Frequenzbereichs übertragen. Die Grenzen dieses Bereichs müssen dabei variabel festgelegt werden können. Da ein solcher Filter nur Frequenzen eines schmalen Bereichs oder Bandes passieren läßt, werden diese Filter als *Bandpaßfilter* bezeichnet.

Das Ziel einer filtertheoretisch fundierten Zeitreihenanalyse besteht darin, Filterverfahren zu konstruieren, die diesen Anforderungen in optimaler Weise entsprechen. Wir hatten anhand der gleitenden Durchschnitte bereits gezeigt, daß diese Verfahren einem Tiefpaßfilter entsprechen, da sie nur niedere Frequenzen in die gefilterte Reihe übertragen. Stier hat nachgewiesen, daß die Eigenschaften der gleitenden Mittelwerte als Tiefpaßfilter wesentlich verbessert werden können, wenn man die einzelnen Werte bei der Mittelwertbildung gewichtet. Gleitende Durchschnitte, bei denen eine solche Gewichtung vorgenommen wird, entsprechen der idealen Übertragungsfunktion eines Tiefpaßfilters i.d.R. viel besser als ungewichtet gleitende Durchschnitte. Demnach sind ungewichtet gleitende Durchschnitte nichts anderes als schlechte Tiefpassfilter. In diesem Sinne ist es zu verstehen, wenn Ebeling/Irsigler [(1977)] für ihre Ergebnisse, die sie mit einem gewichteten 7-gliedrig gleitenden Durchschnitt gewonnen haben, feststellen, daß die Zyklen, die mit Hilfe dieses Filters dargestellt werden, dem Reihenverlauf besser entsprechen als die, die mit einem ungewichteten gleitenden Durchschnitt berechnet wurden.

Mit Hilfe der Filtertheorie läßt sich nun zeigen, daß es ganz bestimmte Kriterien und Möglichkeiten bei der Festlegung der Gewichtungsfaktoren gibt und daß es bestimmte Gewichtungskoeffizienten gibt, die einem »idealen« Tiefpaßfilter am ehesten entsprechen. Diese Koeffizienten lassen sich zusätzlich so konstruieren, daß man mit ihrer Festlegung den Frequenzbereich relativ genau bestimmen kann, dessen Frequenzkomponenten als geglättete Reihe dargestellt werden sollen.

Dies sei an einem Beispiel verdeutlicht: Die Koeffizienten eines 23-gliedrig gleitenden Durchschnitts werden nach einer Formel - der Kaiser-Gewichtungsfunktion - so festgelegt, daß der gleitende Durchschnitt alle Frequenzen, die kleiner sind als 0.05, d.h. alle Zyklen, deren Perio-

Tabelle **3**

Gewichtungsfaktoren (h(i); i = 1,2, 3, ...23)
eines Kaiser-Filters mit N = 23

h (1) =	-0.004	= h (23)	h (7) =	0.052	= h (17)
h (2) =	0.0	= h (22)	h (8) =	0.065	= h (16)
h (3) =	0.006	= h (21)	h (9) =	0.077	= h (15)
h (4) =	0.015	= h (20)	h (10) =	0.086	= h (14)
h (5) =	0.026	= h (19)	h (11) =	0.092	= h (13)
h (6) =	0.038	= h (18)	h (12) «	0.094	= h (12)

dendauer länger ist als 20 Jahre, als Trend darstellt. Gleichzeitig ist gewährleistet, daß diese kürzeren Zyklen nahezu vollständig eliminiert werden und die gefilterte Trendkomponente nur Schwingungen enthält, die auch in der Originalreihe vorhanden sind. Entsprechend diesen Vorgaben, ergeben sich die in Tabelle 3 dargestellten Gewichtungsfaktoren [nach Stier (1978), S. 16].

Die mit Hilfe dieses gewichteten 23-gliedrig gleitenden Mittelwerts berechnete Trendkomponente ist in Abbildung 32 dargestellt. Die Differenzen zwischen den Originalwerten und den Trendwerten können nach diesem Verfahren nur noch Zyklen enthalten, deren Schwingungsdauer kleiner ist als 20 Jahre. Eine mit den trendfreien Werten durchgeführte Spektralanalyse (vgl. Abb. 33) zeigt einen Verlauf der Spektraldichtefunktion, in der die niederfrequenten Schwingungen keine Rolle mehr spielen.

Das Neue an diesem Konstruktionsverfahren für Filter besteht darin, daß zuerst die gewünschten Übertragungseigenschaften bestimmt werden. Danach wird durch geeignete mathematische Verfahren ein Filter so konstruiert - in unserem Beispiel durch die Bestimmung der Gewichtungskoeffizienten - daß seine Übertragungseigenschaften der vorgegebenen Übertragungsfunktion in optimaler Weise entsprechen. Durch diesen veränderten Ansatz unterscheiden sich solche Filter von den einfachen gleitenden Mittelwerten ganz erheblich. Der entscheidende Vorteil solcher Filter besteht darin, daß der Frequenzbereich, dessen Komponenten als Trend übertragen werden, nicht primär von der Länge des gleitenden Durchschnitts abhängt. Dagegen kann man nach dem neuen Konstruktionsverfahren den Frequenzbereich, der als Trend übertragen werden soll, variabel festlegen und dann die Länge des gleitenden Mittelwerts weitgehend unabhängig davon so bestimmen, daß bestimmte Optimalitätskriterien erfüllt sind. Demnach sind so konstruierte Mittelwertfilter den einfach gleitenden Durchschnitten in jedem Fall vorzuziehen, so daß die zukünftige Forschung auf diese Art von Filter zurückgreifen sollte.

Abb. 32: Roggenmengen in Köln mit Trend (Kaiser-Filter)

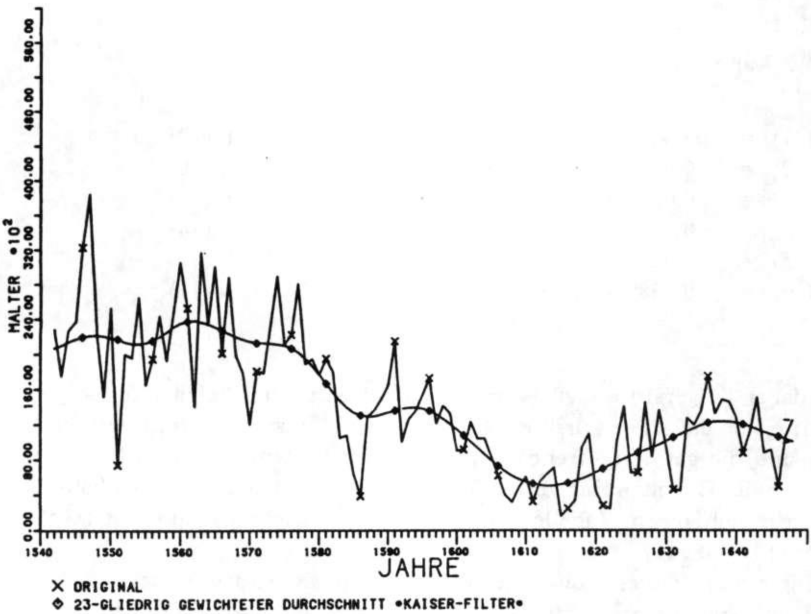
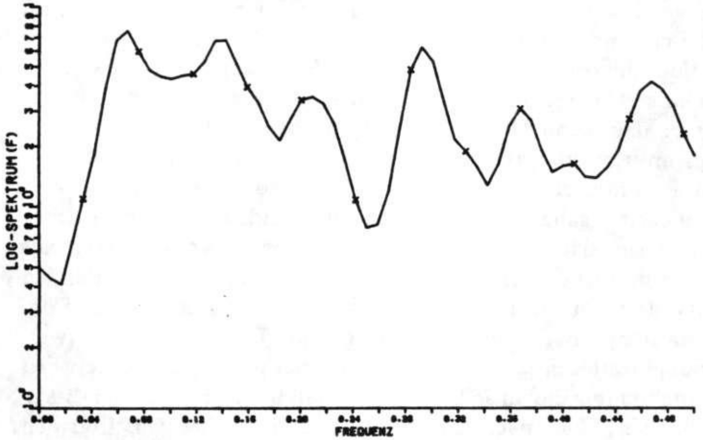


Abb. 33: Spektrum nach Trendbereinigung mit Kaiser-Filter



Allerdings, dies hat die Forschung gezeigt, ist es unter praktischen Gesichtspunkten nicht möglich, diese Filter so zu konstruieren, daß mit ihnen die für die Analyse geforderte Trennung von Trend und langen Wellen gelingen könnte. Eine filtertheoretisch fundierte Lösung dieses Problems gelang H. Schulte [(1981)] durch die Verwendung einer völlig anderen Filterart. Bei dem von Schulte konstruierten Filter handelt es sich um ein Transformationsverfahren, bei dem der transformierte Reihenwert zu einem bestimmten Zeitpunkt - also der Filteroutput - in Abhängigkeit sowohl von dem Originalwert der Zeitreihe als auch zusätzlich von dem Filteroutput der vorhergehenden Zeitpunkte bestimmt wird. Im einfachsten Fall wird der gefilterte Wert zum Zeitpunkt **T** in Abhängigkeit von dem Originalwert der Zeitreihe ebenfalls zu diesem Zeitpunkt und in Abhängigkeit von dem Filterergebnis für den Zeitpunkt **T**-1 festgelegt. Das Filterergebnis zum Zeitpunkt **T**-1 bedeutet dabei den Filteroutput, der für die unmittelbar davorliegende Zeitperiode berechnet wurde. Zur Verdeutlichung sei hier die formale Darstellung der Wirkungsweise des Filters wiedergegeben.

$$Y_t = b_o \cdot X_t - a_1 \cdot Y_{t-1}$$

mit: Y_t = Filteroutput zum Zeitpunkt t

X_t = Reihenwert zum Zeitpunkt t

Y_{t-1} = Filteroutput zum Zeitpunkt t-1

b_o; a_1 = Koeffizienten

Schulte ist es gelungen, diesen Filter so zu konstruieren, daß mit ihm ganz bestimmte variabel vorgebbare Frequenzen aus Zeitreihen herausgefiltert werden können. Die obige Gleichung wird dabei so gelöst, daß die Eigenschaften des Filters einer bestimmten vorgegebenen Übertragungsfunktion entsprechen. Nehmen wir hierzu ein Beispiel: Aus einer Zeitreihe sollen alle Zyklen mit einer Periodendauer von 8 Jahren herausgefiltert werden, so daß die gefilterte Reihe alle Schwingungen der Originalreihe mit Ausnahme des 8-jährigen Zyklus enthält. Die Fragestellung entspricht der in Abbildung 34 schematisch daregstellten Übertragungsfunktion. An der Frequenz f_0 (= 0.125) muß die Funktion den Wert Null annehmen und sonst überall den Wert 1, mit Ausnahme eines schmalen Bereichs um die Nullstelle herum. Da die Übertragungsfunktion die Form einer Kerbe hat, wird dieser Filter als Kerbenfilter bezeichnet.

Der Filter ist so konstruiert, daß man mit ihm nicht nur eine bestimmte Frequenz - z.B. 0.125 - herausfiltern kann, sondern ebenso beliebig andere Frequenzen. Für die Lösung unseres Trend-Problems müßte der Filter in der Lage sein, alle Schwingungen mit der Frequenz 0 herauszufiltern. Aus

Abb. 34: Übertragungsfunktion eines idealen Kerbenfilters (schematisch)

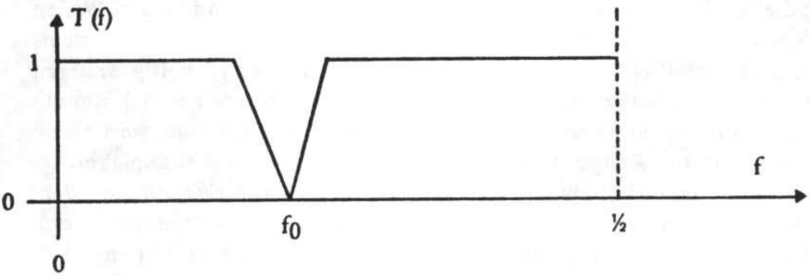
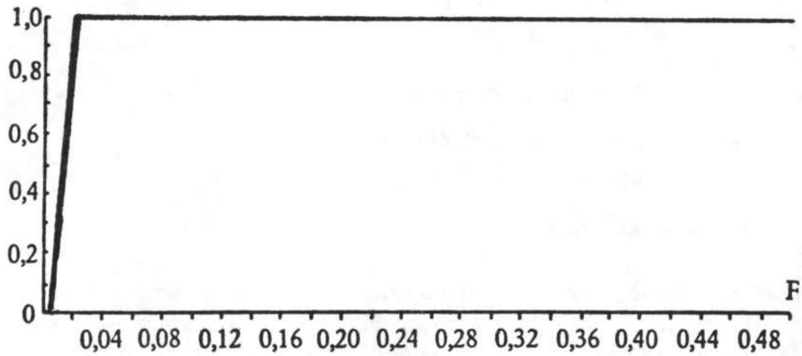


Abb. 35: Übertragungsfunktion eines idealen Kerbenfilters zur Trendbereinigung (schematisch)



praktischen Gesichtspunkten werden dabei auch die Schwingungen herausgefiltert, deren Frequenzen sehr nahe bei Null liegen. Er darf allerdings die Frequenzkomponenten, die den langen Wellen entsprechen, nicht herausfiltern. Diese Frequenzen muß er zusammen mit allen anderen unverändert in die gefilterte Reihe übertragen. Für die Trendbereinigung müßte die Übertragungsfunktion des Kerbenfilters die in Abbildung 35 dargestellte Form haben [nach Schulte (1981)]. In diesem Fall liegt die Nullstelle der Kerbe genau bei der Frequenz Null und hat bei der Frequenz 0.0167 bereits wieder den Wert Eins. Wie man an dem Verlauf der Übertragungsfunktion sieht, ist dieser Filter ein Hochpaßfilter, also ein Filter, der nur hochfrequente Schwingungen in die transformierte Reihe überträgt. Die rechnerische Konstruktion eines solchen Filters ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden, die von Schulte jedoch so gelöst wurden, daß der Kerbenfilter die Anforderungen eines »idealen« Hochpaßfilters erfüllt.

Bei der Verwendung des Kerbenfilters gilt es noch folgendes zu beachten: Eine wesentliche Bedingung für die Analyse langer Wellen war die Forderung, daß der Filter eventuell vorhandene lange Wellen auch tatsächlich in den Filteroutput überträgt. Daher muß die Übertragungsfunktion des Filters bei der Frequenz von 0.0167 den Wert 1 annehmen. Schulte hat die Frequenz, bei der die Übertragungsfunktion spätestens den Wert 1 haben muß, als *Normierungsfrequenz* bezeichnet. Diese Normierungsfrequenz läßt sich bei der Verwendung des Kerbenfilters explizit vorgeben.

Wie man an dem Verlauf der Übertragungsfunktion des Kerbenfilters sieht, eliminiert der Filter alle Schwingungen mit der Frequenz Null. Die Schwingungen, die sehr nahe an dieser Nullstelle liegen, werden abgeschwächt übertragen, d.h. bei diesen Frequenzen hat die Übertragungsfunktion einen Wert zwischen Null und Eins. Die Breite dieses Bereichs, die Kerbenbreite, läßt sich ebenfalls explizit vorgeben. Durch eine große Kerbenbreite werden relativ viele um die Kerbe herumliegende Schwingungen eliminiert bzw. abgeschwächt. Durch eine schmale Kerbe wird der Anteil dieser Schwingungen verringert. Benutzt man den Kerbenfilter zur Trendbereinigung bedeutet eine breite Kerbe die Elimination relativ vieler niederfrequenter Schwingungen, wogegen bei einer schmalen Kerbe mehr dieser niederfrequenten Schwingungen in die gefilterte also trendfreie Reihe übertragen werden. Die Bestimmung der Breite der Kerbe ist dabei kein filtertheoretisch zu lösendes Problem, sondern sollte mit der jeweiligen Fragestellung korrespondieren.

Neben der Variation der Kerbenbreite läßt sich auch die Anzahl der Kerben variabel festlegen, so daß bei einer Filterung gleichzeitig mehrere Schwingungskomponenten unterschiedlicher Frequenzen herausgefiltert werden können. Die Nullstellen der Kerben können dabei sehr dicht beieinander liegen. Da von der Festlegung dieser Filterparameter die Dimension und der Verlauf des eliminierten Trends wesentlich abhängt, wird mit der Festlegung der Filterparameter unsere Trendvorstellung operationalisiert. Im einzelnen muß also 1. die Anzahl der Nullstellen und 2. die Breite der Kerben festgelegt werden.

Bei seinen empirischen Untersuchungen geht Schulte davon aus, daß z.B. in einer 200 Jahre umfassenden Zeitreihe nur jene Veränderungen als Schwingungen nachgewiesen werden können, die mindestens zweimal in voller Länge auftreten. Bei einer Länge der Zeitreihe von n-Jahren beträgt die Zeitdauer der längsten meßbaren periodischen Schwingung also n/2 Jahre. Die entsprechende Frequenz dieser Schwingung ist also 2/n; diese Frequenz wird als Normierungsfrequenz festgelegt. Die Schwingungen des Frequenzbereichs von Null bis ausschließlich 2/n sollen als Trend eliminiert werden. Zu diesem Zweck legt Schulte in diesen Frequenzbereich 2

Nullstellen. Die erste Nullstelle bei der Frequenz Null, die zweite bei der Frequenz 1/n. Die Breite der zwei Kerben wird dabei nach Erfahrungswerten, die anhand von Simulationsstudien gewonnen wurden, festgelegt. So beträgt die Breite der 1. Kerbe 0.05, die der zweiten 0.025. Anhand dieser Angaben ist es uns jetzt möglich, mit Hilfe des Kerbenfilters eine Trendbereinigung der Reihe der Roggenumsätze durchzuführen. Da die Länge der Zeitreihe 129 Jahre beträgt, wurden die Parameter entsprechend den obigen Überlegungen wie folgt festgelegt:

1) Nullstelle der 1. Kerbe bei der Frequenz 0 (Schwingungsdauer = unendlich)
2) Nullstelle der 2. Kerbe bei der Frequenz 1/129 = 0.0078 (Schwingungsdauer = 129 Jahre)
3) Normierungsfrequenz 2/129 = 0.0155 (Schwingungsdauer etwa 65 Jahre)
4) Breite der 1. Kerbe = 0.05
5) Breite der 2. Kerbe = 0.025

Das Ergebnis des Filters, also die trendfreie Reihe, zeigt die Abbildung 36 zusammen mit der Originalreihe. Offensichtlich ist mit diesem Verfahren der Trend vollständig eliminiert worden. Der Vorteil dieses Filters besteht darin, daß durch ihn eventuell vorhandene Langfristzyklen nachweislich nicht mit dem Trend eliminiert, sondern in die trendfreie Reihe übertragen werden. Sind daher in der Originalreihe langfristige zyklische Schwingungen vorhanden, so sind sie auch in der trendfreien Reihe noch vorhanden und damit nachweisbar, wenn ihre Schwingungsdauer kürzer als 65 Jahre ist. Für alle Zyklen mit einer Periodendauer zwischen 2 und 65 Jahren kann gewährleistet werden, daß sie nicht mit dem Trend ausgefiltert wurden. Der Nachweis für diese Behauptung läßt sich anhand der in Abbildung 37 dargestellten Übertragungsfunktion des von uns spezifizierten Kerbenfilters erbringen.

Wie diese Abbildung zeigt, hat die Übertragungsfunktion im Frequenzbereich von Null bis etwa 0.01 annähernd den Wert Null, steigt dann steil an und hat bei der Frequenz 0.0155 exakt den Wert 1. Im übrigen Frequenzbereich beträgt der Wert der Funktion etwa 0.94, was für praktische Belange eine unbedenkliche Abweichung von dem »Idealwert« 1 bedeutet. Damit weist der Kerbenfilter die für die Analyse langer Wellen erforderlichen Trenneigenschaften im Niederfrequenzbérich in einer für praktische Belange optimalen Weise auf. Dieser Verlauf der Übertragungsfunktion garantiert, daß durch das Filterverfahren eventuell vorhandene lange Wellen unverändert übertragen werden (Wert der Übertragungsfunktion ist in diesem Bereich annähernd 1) und daß keine künstlichen Zyklen erzeugt werden (Wert der Übertragungsfunktion ist im gesamten Übertragungsbereich nicht größer als 1). Damit ist gewährleistet, daß sich die in der Originalreihe vorhandenen Zyklen in der trendfreien Reihe

Abb. 36: Roggenmengen in Köln nach Trendbereinigung mit Kerbenfilter

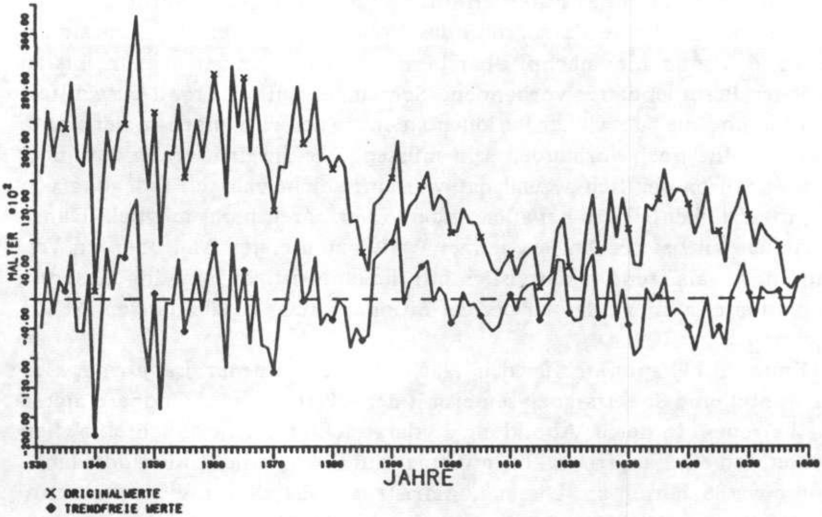
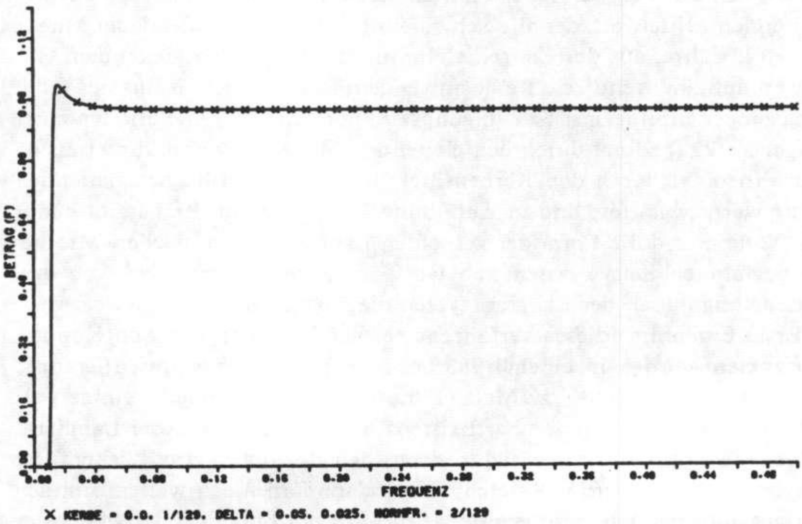


Abb. 37: Übertragungsfunktion des Kerbenfilters zur Trendbereinigung



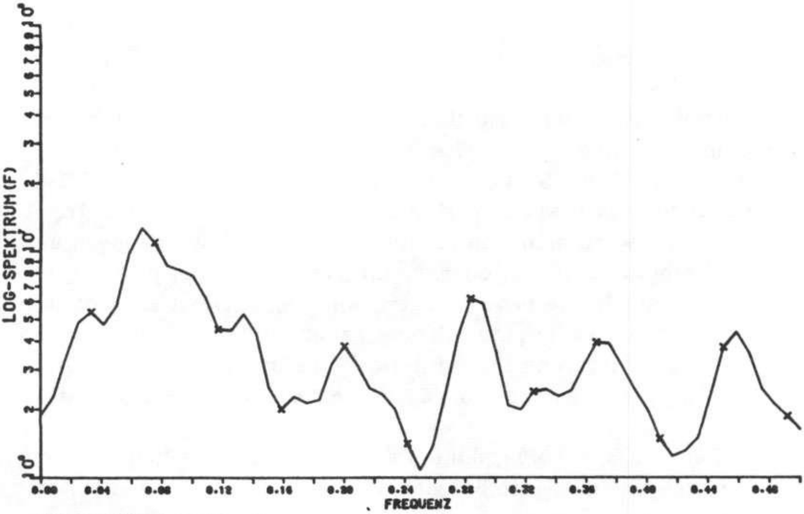
nachweisen lassen und daß die in der trendfreien Reihe nachgewiesenen Zyklen nicht durch das Filterverfahren künstlich erzeugt wurden.

Der entscheidende Vorzug und das Novum dieses Verfahrens bestehen darin, daß man hier nachprüfbar bestimmen und angeben kann, bis zu welcher Periodendauer vorhandene Schwingungen als Trend ausgefiltert werden und bis zu welcher Periodendauer die Schwingungen in der trendfreien Reihe noch vorhanden sein müssen. Wie die Erörterung der anderen Verfahren deutlich gezeigt hat, war eine solche exakte Festlegung von Trend und Nicht-Trend bei allen anderen Verfahren nicht möglich. Damit verfügen wir bei der Analyse langer Wellen zum ersten Mal über ein Verfahren, das als Trend nachweislich nur die langfristigen Schwingungskomponenten eliminiert, die wir per definitionem nicht zu den langen Wellen rechnen.

Erste Anhaltspunkte für den Nachweis vorhandener Langfristzyklen kann nun eine Spektralanalyse der mit dem Kerbenfilter trendbereinigten Reihe geben. In der in Abbildung 38 dargestellten Spektraldichtefunktion deutet sich ein Langfristzyklus mit einer durchschnittlichen Periodenlänge von etwa 35 Jahren an. Dieser Langfristzyklus ist allerdings in der trendfreien Reihe von kürzerfristigen und zufälligen Schwankungen so stark überlagert und verdeckt, daß sich Form und Verlauf nicht ohne weiteres bestimmen lassen. Für die Darstellung des Verlaufs der gesuchten langen Wellen in der historischen Zeitdimension ist es daher notwendig, die kurzfristigen Schwankungen zu eliminieren. Nach unseren bisherigen Überlegungen ist dazu ein Tiefpaßfilter erforderlich. Für unsere Berechnungen verwenden wir den bereits erwähnten Kaiserfilter, also einen 23-gliedrig gleitenden Mittelwert, der alle Schwingungen deren Periodendauer kürzer ist als 20 Jahre, aus der Zeitreihe eliminiert. Da wir den gleitenden Mittelwert auf eine trendfreie Reihe anwenden, ist das Ergebnis unserer Glättung eine Zeitreihe mit Schwingungskomponenten deren Periodendauer länger als 20 (bedingt durch den gleitenden Mittelwert) und kürzer als 65 Jahre (bedingt durch den Kerbenfilter) ist. Die mit Hilfe des gleitenden Mittelwerts geglättete und in Abbildung 39 dargestellte Reihe gibt damit den Verlauf und die Form der gesuchten Langfristzyklen wieder. Mit dieser geglätteten Kurve lassen sich Hoch- und Tiefpunkte sowie Auf- und Abschwungphasen der Langfristzyklen diagnostizieren.

Erste Ergebnisse dieses Verfahrens bei der Untersuchung von Kondratieffzyklen wurden in einem 1983 erschienenen Aufsatz präsentiert und zur Diskussion gestellt [vgl. Metz (1983)]. Die Analyse brachte einige wesentlich neue Erkenntnisse über Existenz, Form und Gestalt der Langfristzyklen. Gleichzeitig zeigte sich jedoch, daß der durch den Kerbenfilter ausgefilterte Trend keinen gleichmäßigen, sondern einen wellenförmigen Verlauf aufweist. Diese Feststellung führte zu der Frage, ob der wellenförmige Trendverlauf durch das Filterverfahren bedingt ist oder ob sich im

Abb. 38: Spektrum nach Trendbereinigung mit Kerbenfilter



X SPEKTRALWERTE BEI LAG = 60

Abb. 39: Langfristzyklen der Roggenmengen in Köln

X TRENDFREIE WERTE NACH KERBENFILTER
◆ LANGFRISTZYKLEN (KAISER-FILTER AUF TRENDFREIE WERTE)

Trend selber langfristige Schwankungen dieser Art nachweisen lassen. Ist dieser Trendverlauf nämlich methodenbedingt, ist der Kerbenfilter für die Darstellung des historischen Verlaufs von Langfristzyklen ungeeignet. In den folgenden Überlegungen wollen wir uns mit diesem Problem etwas genauer auseinandersetzen.

Berechnet man für unser Beispiel den durch den Kerbenfilter eliminierten Trend, indem man die trendfreien Reihenwerte vom Originalwert subtrahiert, ergibt sich der in Abbildung 40 dargestellte Trendverlauf. Dieser Trend zeigt nicht den erwarteten glatten Verlauf. Einen glatteren Trend erhält man dann, wenn man weniger niederfrequente Schwingungen aus der Originalreihe herausfiltert oder, verfahrenstechnisch gesprochen, indem man die Breite der Kerben verringert. Allerdings gelingt es nicht, mit diesem Ansatz einen völlig glatten Trend herauszufiltern, da mit zunehmender Kerbenverringerung die gefilterte Reihe immer mehr niederfrequente Schwingungen enthält, so daß sie letztendlich überhaupt nicht mehr trendfrei ist.

Für die Beurteilung der Plausibilität der Filterergebnisse bietet es sich an, die Originalreihe mit Hilfe der gleitenden Mittelwerte zu glätten, um die daraus resultierenden Auf- und Abschwungphasen mit den ausgefilterten langen Wellen zu vergleichen. Ein Vergleich der in Abbildung 41 dargestellten Reihen zeigt deutlich, daß die Hoch- und Tiefpunkte der langen Wellen nicht mit den Hoch- und Tiefpunkten der Trendphasen, die anhand der Originalreihe bestimmt wurden, übereinstimmt. Eine solche Verschiebung der Hoch- und Tiefpunkte zwischen den Zyklenphasen der Originalreihe und den Schwingungen der trendfreien Reihe deutet darauf hin, daß der Filter den Verlauf der Zyklen zeitlich verzögert wiedergibt. Das bedeutet, daß z.B. der obere Wendepunkt eines bestimmten Zyklus durch den Filter so stark verzögert wird, daß er in der gefilterten Reihe erst später als oberer Wendepunkt in Erscheinung tritt. So zeigt der Langfristzyklus in der trendfreien Reihe etwa 1640 einen Tiefpunkt, wogegen die anhand der Originalreihe bestimmten Trendphasen für diese Zeit einen Hochpunkt ausweisen.

Wir hatten bei unseren Anforderungen an einen adäquaten Filter angeführt, daß durch die Filterung Form und Lage der Zyklen nicht verändert werden dürfen. Verzögert jedoch ein Verfahren Schwingungen in dieser Weise, genügt es diesen Anforderungen nicht, da der historische Verlauf der Zyklen in der Originalreihe und in der gefilterten Reihe nicht mehr übereinstimmen. Ob ein bestimmtes Transformationsverfahren eine solche Verzögerung bewirkt oder nicht, läßt sich ebenfalls mit Hilfe der Filtertheorie untersuchen. In der Fachsprache wird eine solche Zeitverzögerung als *Phase* bezeichnet, wobei man von *Nullphase* dann spricht, wenn der Filter die Schwingungen zeitlich überhaupt nicht verzögert also richtig in den Filteroutput überträgt. Demnach ist die Phase ungleich Null,

Abb. 40: Roggenmengen in Köln mit »Trend« nach Kerbenfilter

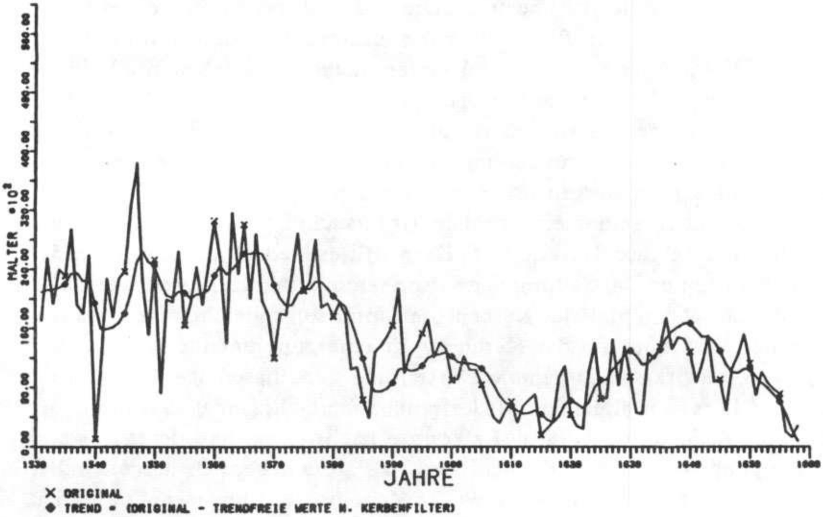
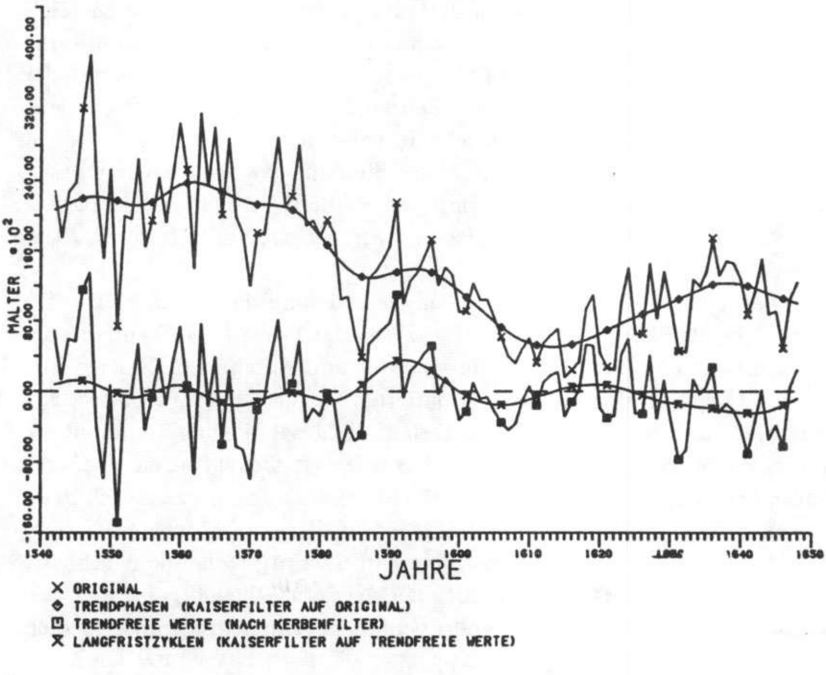


Abb. 41: Roggenmengen in Köln mit Trendphasen und Langfristzyklen



wenn das Verfahren die verschiedenen Schwingungen zeitlich verzögert in die transformierte Reihe überträgt. Die Phaseneigenschaften eines Filters werden anhand seiner *Phasenfunktion* untersucht. Diese Funktion gibt für jede Frequenz an, um wieviel Zeiteinheiten sie gegebenenfalls in der Filterausgangsreihe verzögert dargestellt ist. Dabei kann das Ausmaß der zeitlichen Verzögerung durchaus von Frequenz zu Frequenz verschieden sein, so daß z.B. Schwingungen mit langer Periodendauer stärker verzögert werden, als Schwingungen mit kurzer Periodendauer.

Schulte hat in seiner empirischen Untersuchung diese Probleme zwar diskutiert, die Phasenfunktion des Kerbenfilters jedoch nicht explizit dargestellt. In seiner Darstellung der Saisonbereinigungsverfahren weist Stier [(1980)] darauf hin, daß der Kerbenfilter unter sonst gleichen Bedingungen bei einer Vergrößerung der Kerbenbreite eine zunehmende zeitliche Verzögerung bewirkt. Eine genaue Darstellung der Phaseneigenschaften des Kerbenfilters, vor allem im Niederfrequenzbereich, findet sich in der Arbeit von R. Schmidt [(1984)]. Er konnte nachweisen, daß der zur Trendbereinigung verwendete Kerbenfilter im Frequenzbereich langer Wellen eine Phasenverzögerung von etwa 26 Zeiteinheiten bewirkt. Die Bedeutung einer solchen Phase läßt sich am besten anhand einer einfachen Sinusschwingung verdeutlichen. Bei einer Schwingungsdauer von 52 Jahren folgen Hoch- und Tiefpunkte im Abstand von 26 Jahren aufeinander. Wird nun die gesamte Schwingung um 26 Jahre verschoben, erscheint der Tiefpunkt der verschobenen Funktion genau da, wo die ursprüngliche Reihe einen Hochpunkt hat. Genau so ist es natürlich bei dem Tiefpunkt der ursprünglichen Reihe; zu diesem Zeitpunkt hat dann die verschobene Funktion ihren Hochpunkt. Durch die Verschiebung der langen Wellen um eine halbe Zykluslänge werden also die Auf- bzw. Abschwungphasen der Originalreihe in der transformierten Reihe fälschlicherweise als Ab- bzw. Aufschwungphasen ausgewiesen, was zu einer völlig falschen Deutung des lange Wellen Verlaufs führt.

Genau diese überaus starke Phasenverschiebung durch den Kerbenfilter erklärt das Phänomen, daß sich die von uns [Metz (1983)] anhand der Ergebnisse des Kerbenfilters datierten Auf- und Abschwungphasen völlig invers zu den von Ebeling/Isrigler datierten langen Wellen verhalten. Natürlich ist auch der wellenförmige Verlauf des ausgefilterten Trend auf die starke Phasenverschiebung des Kerbenfilters zurückzuführen. Daß die Stärke der Phase vor allem von der Kerbenbreite abhängt, zeigt sich deutlich an dem sehr viel glatteren Trendverlauf, der sich dann ergibt, wenn man die Breite der Kerbe sukzessiv verringert. Entsprechende Ergebnisse sind in dem bereits erwähnten Aufsatz [Metz (1983)] auch graphisch dargestellt worden, so daß hier eine nochmalige Darstellung unterbleiben kann.

Es liegt auf der Hand, daß ein Filter mit solchen Phaseneigenschaften für die Datierung zyklischer Prozesse in der historischen Zeitdimension völlig ungeeignet ist. Dabei sollte man jedoch beachten, daß die spektralanalytischen Ergebnisse bezüglich der Existenz und Dauer vorhandener Langfristzyklen von der Phasenverschiebung unberührt bleiben. Der in der Originalreihe vorhandene Langfristzyklus wird durch den Filter weder abgeschwächt noch künstlich verstärkt. Er wird, falls er vorhanden ist, in seinem jeweiligen Ausmaß richtig, aber zeitlich verzögert übertragen. Trotzdem ist ein solches Verfahren für die historische Analyse unbrauchbar, da hier besonders die Beschreibung historischer Prozesse in ihrem zeitlichen Verlauf im Mittelpunkt des Interesses stehen.

Schmidt hat in seiner Arbeit nicht nur die Minimalphasenfunktion solcher Filter berechnet, er konnte darüber hinaus auch zeigen, daß alle Filter dieser Art so starke Verzögerungen der gefilterten Reihe bewirken, daß sie für die Analyse langfristiger Zyklen ungeeignet sind. Demnach mußte für die Untersuchung langer Wellen ein völlig neues Filterverfahren gefunden werden, das sowohl die exakten Trenneigenschaften des Kerbenfilters aufweist als auch gleichzeitig gewährleistet, daß die Zyklen in der gefilterten Reihe zeitlich nicht verzögert werden. Schmidt ist die Konstruktion eines solchen Verfahrens gelungen, das im folgenden etwas genauer beschrieben werden soll.

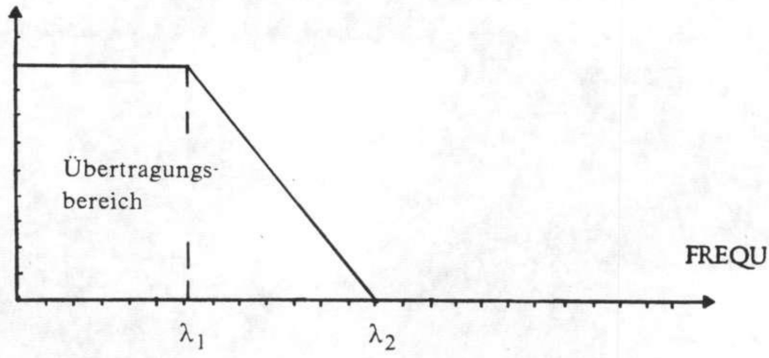
Grundlegend für das Verständnis dieses Filters [zum folgenden Schmidt (1984)] ist die Tatsache, daß man Zeitreihen so umformen kann, daß sie nicht in ihrem *zeitlichen* Verlauf, sondern entsprechend ihrem Frequenzgehalt dargestellt werden. Die Darstellung einer Zeitreihe kann sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich erfolgen, wobei durch das Umrechnungsverfahren sichergestellt ist, daß keinerlei Informationen verloren gehen, daß also die Darstellung einer Zeitreihe im Frequenzbereich und im Zeitbereich völlig äquivalent ist. Dieses Umrechnungsverfahren geht auf den Mathematiker Joseph de Fourier zurück und wird nach ihm als *Fouriertransformation* bezeichnet. Das Ergebnis dieser Transformation ist eine Reihe, die zu den einzelnen Frequenzen bestimmte Werte enthält, die in dieser Form Ausdruck der in der Zeitreihe vorhandenen Frequenzkomponenten sind. Es ist nicht nur möglich, Zeitreihen in die Frequenzdimension umzurechnen, sondern auch solche Fouriertransformierten wieder in den Zeitbereich zurückzurechnen. Dabei wird also aus der Fouriertransformierten - oder wie man auch sagen kann dem *Fourier-Spektrum* - die zugehörige Zeitreihe berechnet. Mit diesem mathematischen Verfahren kann man also eine Zeitreihe entweder im Zeitbereich oder im Frequenzbereich darstellen, ohne daß dabei irgendwelche Informationen verloren gehen würden.

Auf dieser Möglichkeit, eine Zeitreihe auch im Frequenzbereich darstellen zu können, basiert der von Schmidt konstruierte Filter. Der Grundgedanke dabei ist der, daß man bei dem Filtervorgang nicht versucht, die Zeitreihe zu verändern, sondern ihre Fouriertransformierte. Dabei werden also nicht bestimmte Werte der Zeitreihe verändert, sondern direkt das Fourierspektrum. Da in diesem Fourierspektrum den verschiedenen Frequenzen ganz bestimmte Werte entsprechen, kann man versuchen, für bestimmte Frequenzen diese Werte und damit auch den Frequenzgehalt der Reihe zu verändern.

Wir hatten bereits besprochen, daß sich die Transformationseigenschaften eines Filters anhand seiner Übertragungsfunktion beschreiben lassen, wobei das Ziel zeitreihenanalytischer Transformationsverfahren darin besteht, mit bestimmten Filterverfahren ganz bestimmte Übertragungsfunktionen zu realisieren. Die Form der zu realisierenden Übertragungsfunktion ergibt sich dabei aus der spezifischen Fragestellung des Forschungsansatzes. So benötigt man für die Darstellung des Trends einen Tiefpaßfilter, zur Eliminierung desselben einen Hochpaßfilter. Die Anforderungen an ein solches Verfahren orientieren sich dabei an der idealen Übertragungsfunktion. Bei einem Tiefpaßfilter gibt es eine bestimmte Frequenz λ_1, bis zu der die Frequenzkomponenten der Zeitreihe vollständig in den Filteroutput übertragen werden. Ab dieser Frequenz bis zur Frequenz von 0.5 werden die entsprechenden Schwingungskomponenten vollständig eliminiert. Da die ideale Übertragungsfunktion die Form eines Rechtecks aufweist, spricht man hier von Rechteckfilter. Solche Rechteckfilter lassen sich unter praktischen Gesichtspunkten jedoch nicht realisieren. Die Frequenz, ab der die Schwingungskomponenten vollständig eliminiert werden, muß bei der Berechnung mit konkreten, d.h. endlich langen Zeitreihen, größer sein als λ_1. Damit liegt zwischen der größeren Frequenz, die wir mit λ_2 bezeichnen, und λ_1 ein Bereich, in dem die Übertragungsfunktion Werte zwischen 0 und 1 annimmt. Diesem Bereich entsprechen also die Frequenzen, die abgeschwächt in den Filteroutput übertragen werden. Nach diesen Überlegungen läßt sich also ein konkreter Tiefpaßfilter bestimmen. Für ihn muß eine Frequenz (= λ_1) angegeben werden, bis zu der einschließlich alle Frequenzen in den Filteroutput übertragen werden. Zusätzlich ist die Angabe einer Frequenz (= λ_2) erforderlich, ab der alle Frequenzen eliminiert werden, aus der Festlegung von λ_1 und λ_2 resultiert ein Frequenzbereich, in dem die Frequenzkomponenten abgeschwächt übertragen werden. Der Verlauf eines solchen Tiefpaßfilters ist in Abbildung 42 dargestellt.

Der von Schmidt konstruierte Filter macht nichts anderes, als das Fourierspektrum einer Zeitreihe nach Maßgabe einer konkret vorgegebenen Übertragungsfunktion zu verändern. In unserem Beispiel werden durch den Filter alle Frequenzen der Fouriertransformierten von 0 bis λ_1 mit 1 multipliziert also unverändert gelassen. Die Frequenzen zwischen λ_1 und λ_2 werden mit einem ganz bestimmten Wert, der entsprechend dem Ver-

Abb. 42: Übertragungsfunktion eines Tiefpaßfilters (schematisch)



lauf der vorgegebenen Übertragungsfunktion zwischen Null und Eins liegt, multipliziert und alle Frequenzen von λ_2 bis 0.5 werden mit Null multipliziert, also eliminiert. Nach dieser Multiplikation hat sich der Verlauf der Fouriertransformierten natürlich verändert und zwar entsprechend der vorgegebenen Übertragungsfunktion. Das in dieser Weise veränderte Fourierspektrum wird anschließend in den Zeitbereich zurückgerechnet. Das Ergebnis ist die transformierte Zeitreihe, deren historischer Verlauf genau jenen Frequenzkomponenten oder Schwingungen entspricht, die durch die Übertragungsfunktion spezifiziert wurden. Die transformierte Zeitreihe besteht jetzt nur noch aus den Schwingungskomponenten, deren Frequenz zwischen Null und λ_2 liegt, wobei die Frequenzen zwischen λ_1 und λ_2 nicht in vollem Ausmaß in die gefilterte Reihe übertragen wurden. Die Möglichkeit, das Fourierspektrum einer Zeitreihe nach Vorgabe einer bestimmten Übertragungsfunktion zu verändern und das veränderte Fourierspektrum in den Zeitbereich zurückzurechnen, erlaubt, wie man sich leicht vorstellen kann, die Realisierung aller Arten von Filtertypen.

Wir wollen uns die Wirkungsweise dieses Filters anhand eines konkreten Beispiels verdeutlichen. Für die Trendbestimmung der Reihe der Roggenmengen müssen wir zuerst ein λ_1 und λ_2 bestimmen. Unsere Überlegung dabei war, daß die den langen Wellen entsprechenden Frequenzen

Abb. 43: Übertragungsfunktion eines Tiefpaßfilters

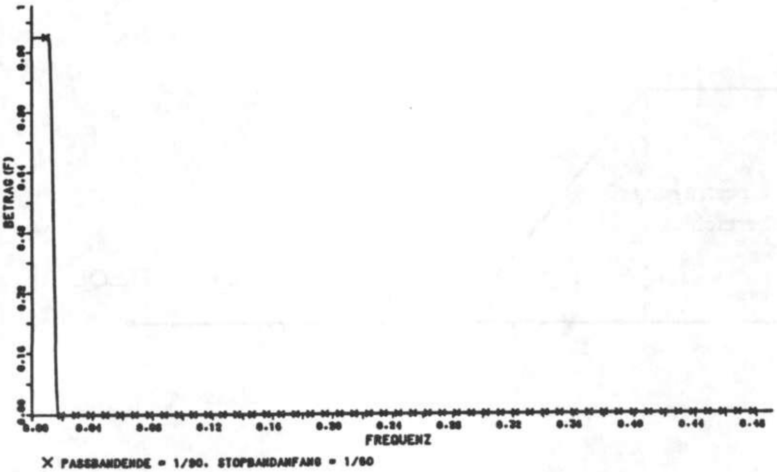
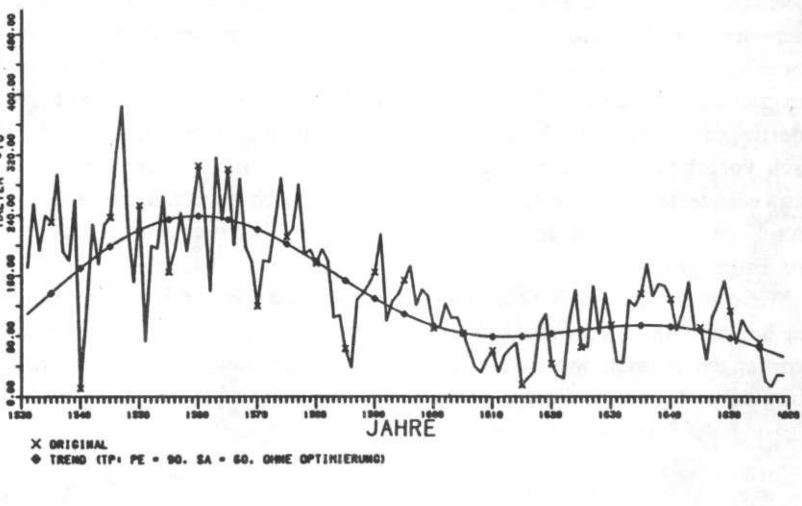


Abb. 44: Roggenmengen in Köln mit Trend



keinesfalls als Trend dargestellt werden dürfen. Deshalb bestimmen wir X_2 als ein 1/60 = 0.0167. Zusätzlich müssen wir angeben, bis zu welcher Frequenz die Schwingungskomponenten vollständig als Trend übertragen werden. Wir wählen dafür aus praktischen Gesichtspunkten die Frequenz 1/90 = 0.011. Die einzelnen Rechenschritte lassen sich am besten durch ihre graphische Veranschaulichung demonstrieren. Die Zeitreihe wird nach der von uns vorgegebenen und in Abbildung 43 dargestellten Übertragungsfunktion des Tiefpaßfilters verändert. Dazu wird die Reihe zuerst in den Frequenzbereich transformiert, entsprechend der Übertragungsfunktion verändert und dann in den Zeitbereich zurücktransformiert. Das Ergebnis dieser Rücktransformation, zusammen mit der Originalreihe, zeigt die Abbildung 44. Der in der Abbildung 44 dargestellte Trendverlauf repräsentiert genau die Frequenzkomponenten der Zeitreihe mit einer Periodendauer von Unendlich bis zu etwa 60 Jahren.

Allerdings zeigt dieser Trendverlauf am Anfang und am Ende der Reihe einen sehr unbefriedigenden Verlauf, so daß das Filterverfahren doch nicht ganz so einfach zu sein scheint, wie erst angenommen. Der unbefriedigende Verlauf des berechneten Trends resultiert aus einem Fehler des Filters. Aus der Filtertheorie ist bekannt, daß alle Filter solche Fehler produzieren, doch ist der hier auftretende Fehler offenbar extrem hoch. Schmidt ist es in seiner Dissertation gelungen, eine Formel abzuleiten, mit der man den Fehler des Filters berechnen kann. Dabei konnte er zeigen, daß der durch ein Filterverfahren erzeugte Fehler aus zwei Komponenten besteht. Einmal resultiert er aus dem Filterverfahren selbst, und zum anderen hängt er wesentlich von der zugrunde liegenden Zeitreihe ab. Schmidt ist es gelungen, den Fehler, der von der Zeitreihe herrührt, durch eine Modifikation der zu filternden Werte nahezu beliebig zu reduzieren. Das Verfahren, das dieser Modifikation zugrunde liegt, soll hier nicht beschrieben werden, da es äußerst kompliziert ist. Anhand der Fehlerformel läßt sich jedoch zeigen, daß der Fehler so reduziert werden kann, daß man für praktische Belange von einem »idealen« Filter sprechen kann. Um den Fehler zu verringern, sind mehrere »Durchläufe« oder »Optimierungen« des Filters erforderlich. Je größer die Anzahl der Durchläufe, desto geringer ist der Fehler. Um also für unseren Trendverlauf bessere Ergebnisse zu erhalten, müssen wir den Filter mehreren Optimierungen unterziehen. Bei jeder zusätzlichen Optimierung verringert sich der Filterfehler.

Die Abbildung 45 zeigt den Trendverlauf nach einer Optimierung. Dabei zeigt sich, daß der unbefriedigende Verlauf vor allem am »linken Rand« der Reihe beseitigt ist. Im ganzen gesehen ist die durch die Optimierung bewirkte Veränderung der Reihe erwartungsgemäß am Anfang und Ende der Zeitreihe besonders stark. Allerdings weist die Fehlerformel auch nach einer Optimierung noch einen relativ großen Fehler auf, so daß

Abb. 45: Roggenmengen in Köln mit Trend (1 Optimierung)

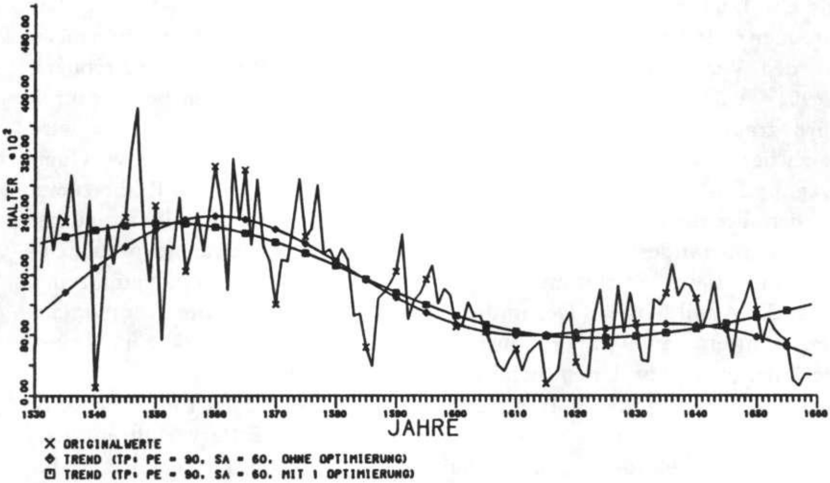


Abb. 46: Roggenmengen in Köln (15 Optimierungen)

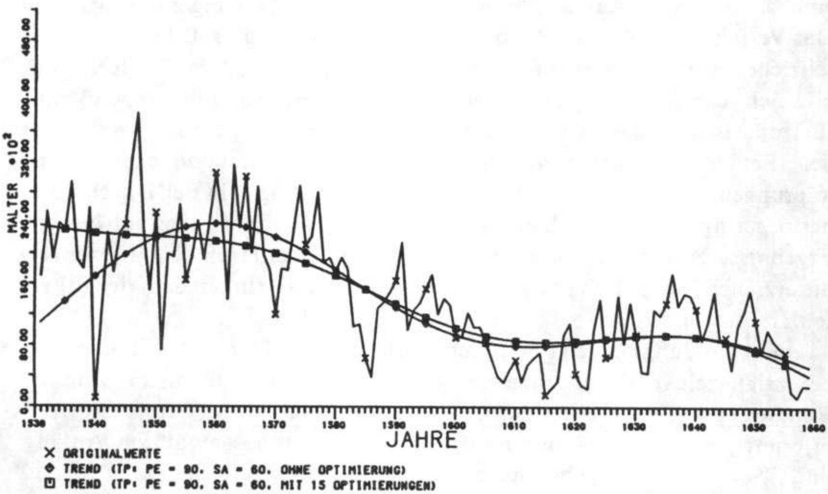


Abb. 47: Roggenmengen in Köln (verschiedene Optimierungen)

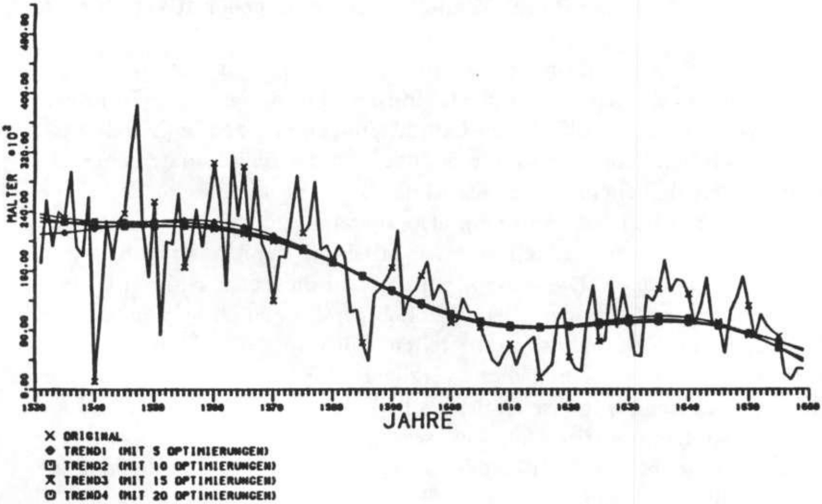
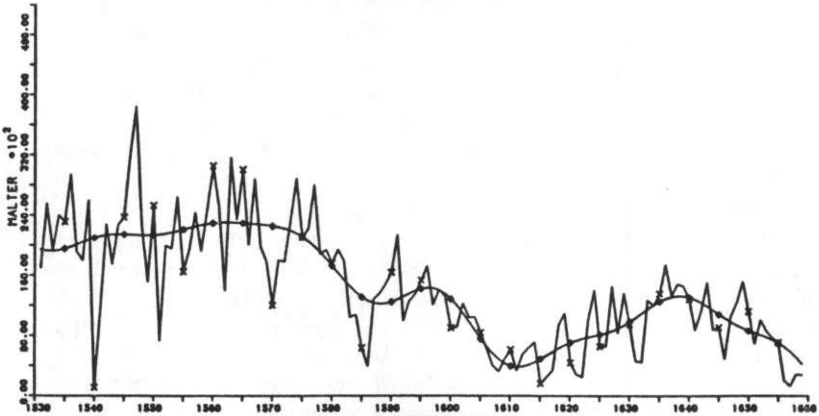


Abb. 48: Roggenmengen in Köln mit Trendphasen



mehrere Optimierungen benötigt werden. Die Abbildung 46 zeigt den Trend nach 15 Optimierungen. Vergleichsberechnungen mit verschieden hohen Optimierungen zeigen, daß sich der Trendverlauf dieser Reihe schon nach der 5ten Optimierung nur noch geringfügig verändert. Um diesen Sachverhalt zu verdeutlichen, sind in Abbildung 47 die Trendverläufe, die sich nach verschiedenen Optimierungen ergeben, eingezeichnet.

Wesentlich bei diesem Verfahren ist, daß sich der Fehler erstens berechnen und zweitens beliebig reduzieren läßt. Bei dem mit diesem Verfahren geschätzten Trendverlauf kann man also davon ausgehen, daß er nur jene Frequenzkomponenten darstellt, die wir mit Hilfe der Übertragungsfunktion spezifiziert haben. Das wesentlich neue an diesem Verfahren besteht darin, daß sich mit ihm der Verlauf beliebiger Frequenzkomponenten in der historischen Zeitdimension darstellen läßt und daß er den zeitlichen Verlauf dieser Komponenten nicht verzögert. Der Nachteil eines solchen Filters mit exakter Nullphase ist der große Fehler, der am Anfang und am Ende der Reihen auftritt. Auch dieses Problem läßt sich jedoch, wie Schmidt gezeigt hat, mit Hilfe der Optimierung so lösen, daß man für praktische Belange von einem idealen Filterverfahren, also von einem Filter mit einem Fehler von Null sprechen kann.

Wir wollen anhand einiger Beispiele zeigen, daß sich mit diesem Verfahren nahezu alle idealtypischen Konstrukte der historischen Konjunktur- und Wachstumsforschung exakt operationalisieren lassen. Im obigen Beispiel hatten wir als Trend alle jene Schwingungskomponenten definiert, deren Periodendauer länger ist als die der gesuchten langen Wellen. Definiert man dagegen alle Schwingungskomponenten mit einer Periodendauer von Unendlich bis zu etwa 20 Jahren als Trend, müssen die Parameter der Übertragungsfunktion anders festgelegt werden. Nach dieser Definition müssen alle Frequenzen im Bereich von 0 bis 1/20 = 0.05unverändert als Trend übertragen werden. Der zu übertragende Frequenzbereich wird als *Paßband* bezeichnet. In unserem Fall ist die Frequenz von Null der Beginn und die Frequenz 0.05 das Ende dieses Paßbandes. Die restlichen Frequenzen sollen dagegen wieder ausgefiltert werden. Der Frequenzbereich der auszufilternden Frequenzen wird als *Stoppband* bezeichnet. Aus praktischen Gründen wird man den Beginn des Stoppbandes etwas größer wählen als das Ende des Paßbandes. Wir legen es für unser Beispiel mit 1/18 = 0.0556 fest. Nach der so vorgegebenen Übertragungsfunktion enthält der Trend natürlich auch die eventuell vorhandenen langen Wellen. Den resultierenden Trendverlauf zeigt die Abbildung 48. Da dieser Trend sehr viel mehr höhere Frequenzen enthält, paßt er sich natürlich der Originalreihe viel besser an als der Trend im vorigen Beispiel. Das Beispiel sollte zeigen, daß sich mit dem Filter alle möglichen Trenddefinitionen operationalisieren lassen, so daß man bei der Anwendung des Filters vorab festlegen muß, welche Schwingungskomponenten als Trend dargestellt werden sollen.

Genau so, wie man den Trend darstellen kann, läßt sich auch die trendfreie Reihenentwicklung berechnen. Hier wird die vorgegebene Übertragungsfunktion die Form eines Hochpaßfilters annehmen. D.h. hier wird eine Frequenz festgelegt, bis zu der alle niederfrequenten Schwingungen eliminiert werden. Diese Frequenz bezeichnet das Ende des Stoppbandes. Eine zweite Frequenz, die wiederum etwas größer gewählt wird als das Ende des Stoppbandes, bezeichnet die Frequenz, ab der alle Schwankungen in die trendfreie Reihe übertragen werden. In einem ersten Beispiel wollen wir das Ende des Stoppbandes auf 1/90 = 0.011 und den Beginn des Paßbandes auf 1/60 = 0.01667 festlegen. Damit werden alle Schwingungskomponenten mit einer Periodendauer von 2 bis zu 60 Jahren vollständig in die trendfreie Reihe übertragen. Das Ergebnis des Filters sind die trendfreien Reihenwerte, die zusammen mit der Originalreihe in Abbildung 49 dargestellt sind.

Interessant ist in diesem Zusammenhang eine Spektralanalyse der trendfreien Werte. Die Abbildung 50 zeigt das Spektrum der trendfreien Reihe. Die erste Spitze im Niederfrequenzbereich deutet auf die Existenz eines Langfristzyklus hin, der in der trendfreien Reihe zwar vorhanden ist, aber von kürzerfristigen Schwingungen so stark verdeckt wird, daß er optisch nicht erkennbar ist. Will man nur den Verlauf dieses Langfristzyklus darstellen, benötigt man dazu einen anderen Filtertyp. Der erforderliche Filter muß sowohl den Trend als auch die kurzfristigen Zyklen eliminieren und darf nur Schwingungskomponenten mit einer Periodendauer von 60 bis zu etwa 25 Jahren in den Filteroutput übertragen. Der hierzu erforderliche Filter ist ein *Bandpaßfilter.* Das Ende des Stoppbandes soll für unsere Berechnungen 1/90 = 0.011, der Beginn des Paßbandes 1/60 = 0.01667, das Ende des Paßbandes 1/25 = 0.04 und der Beginn des zweiten Stoppbandes 1/20 = 0.05 betragen. Das Ergebnis eines solchen Filters sind die Konjunkturkomponenten mit einer Schwingungsdauer zwischen 60 und 25 Jahren. Auch für diese Zeitreihe, die den Verlauf der Langfristzyklen repräsentiert und zusammen mit der Originalreihe in Abbildung 51 dargestellt ist, läßt sich eine Spektralanalyse durchführen. Wenn der Filter exakt arbeitet, muß die Spektral**Verteilungsfunktion** dieser Reihe, also der Konjunkturkomponente, mit den Spektralwerten der trendfreien Reihe im Niederfrequenzbereich übereinstimmen. Abbildung 52 zeigt die Spektraldichtefunktionen der trendfreien Reihe und der Langfristzyklen. Da im Niederfrequenzbereich die Spektralwerte nahezu identisch sind, kann dies als Beweis für die Genauigkeit, mit der dieses Verfahren arbeitet, betrachtet werden.

In diesem Zusammenhang soll noch gezeigt werden, wie unscharf dagegen die Methode der gleitenden Mittelwerte ist. Vorher hatten wir den Trend mittels Kerbenfilter und die hochfrequenten Schwingungen mittels Kaiser-Filter eliminiert. In Abbildung 53 ist sowohl die Spektraldichte-

Abb. 49: Roggenmengen in Köln mit und ohne Trend

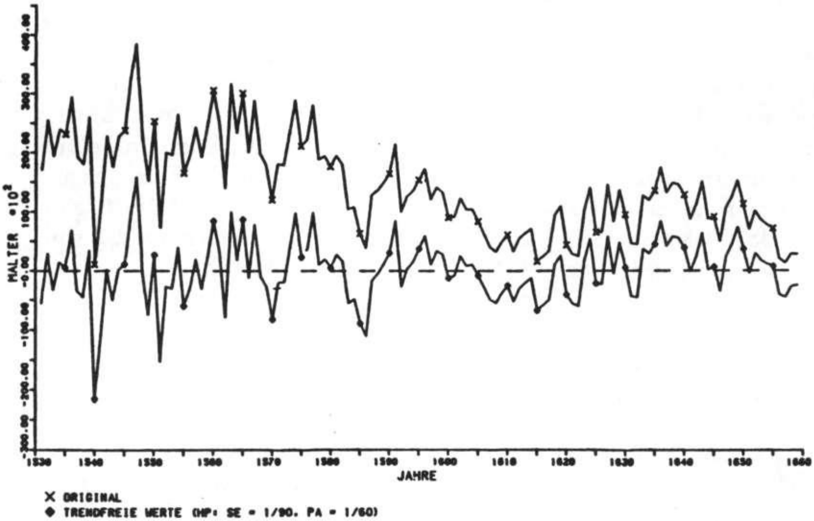


Abb. 50: Spektrum der Roggenmengen

Abb. 51: Roggenmengen in Köln mit Langfristzyklen

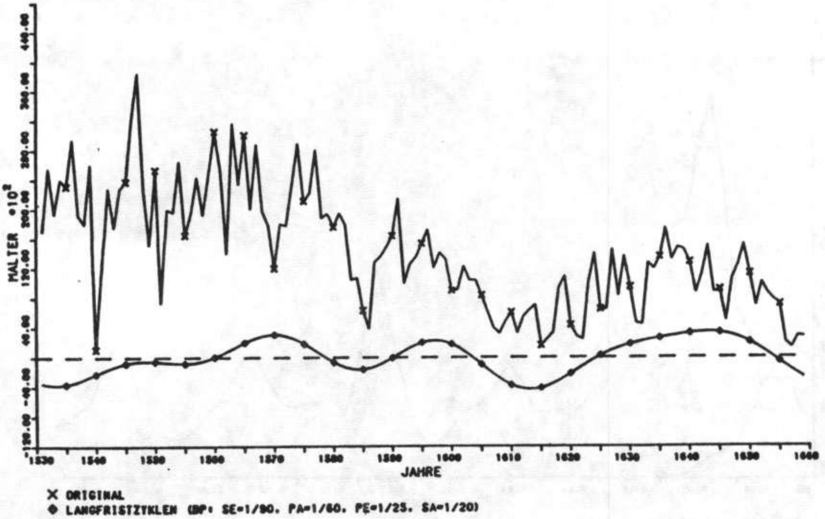


Abb. 52: Spektrum der Roggenmengen

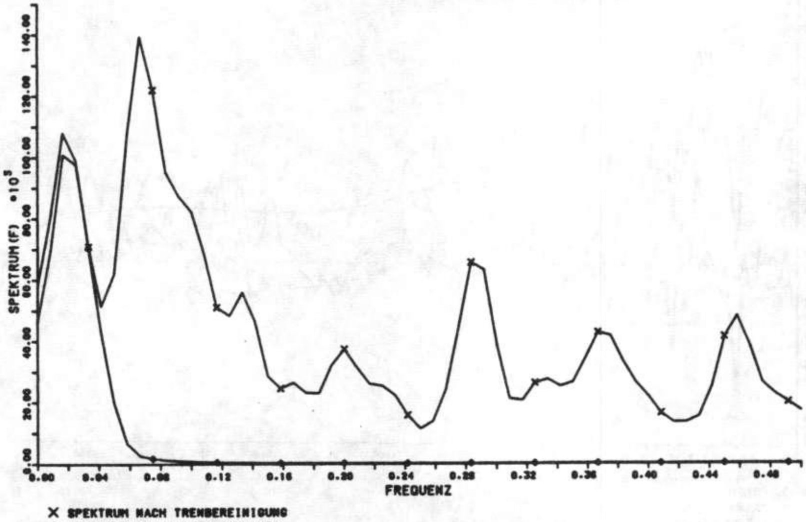


Abb. 53: Spektrum der Roggenmengen

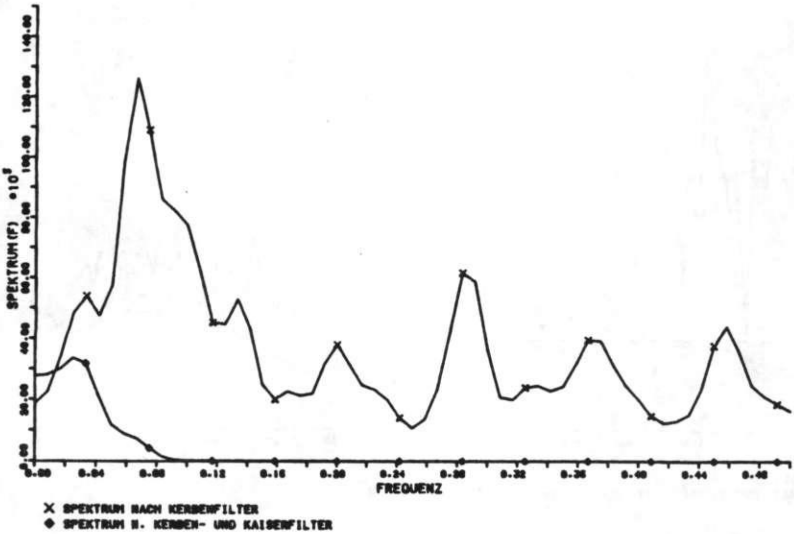
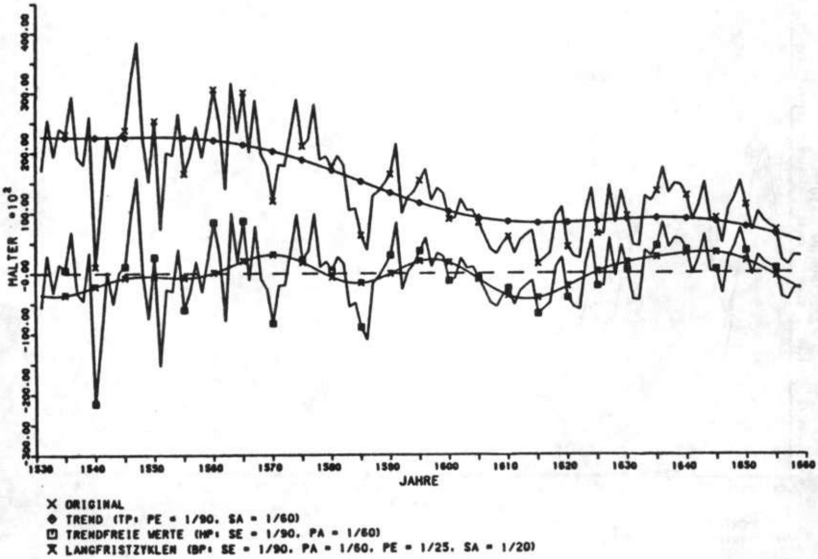


Abb. 54: Roggenmengen in Köln (verschiedene Komoponenten)



funktion der mit dem Kerbenfilter trendbereinigten Reihe als auch der mit dem Kaiser-Filter geglätteten Reihe dargestellt. Die große Diskrepanz der Spektralwerte im Niederfrequenzbereich zeigt, wie unzulässig stark der Kaiserfilter die Langfristzyklen reduziert.

Für die historische Beurteilung der verschiedenen Komponenten - also Trend, Langfristzyklen und trendfreie Reihe - empfiehlt sich der graphische Vergleich der gefilterten Komponenten (vgl. Abb. 54). Der Vergleich zwischen Trend und Originalreihe demonstriert die Bedeutung der jeweiligen Trendform für den Verlauf der Zeitreihe. Ein Vergleich des Langfristzyklus mit der trendfreien Reihe zeigt dagegen die Bedeutung der langfristigen Konjunkturzyklen für den trendfreien Reihenverlauf. Bei einem solchen Vergleich der einzelnen Komponenten wird die historische Analyse im folgenden anzusetzen haben, wenn sie nicht Gefahr laufen will, statistische Konstrukte zu interpretieren, die weitgehend losgelöst sind vom empirischen Erfahrungsgehalt des Beobachters.

Abschließend sollen einige Anwendungsmöglichkeiten des Filters und die damit verbundenen Probleme an Beispielen aufgezeigt werden. Das Filterverfahren erlaubt die Operationalisierung aller Filtertypen mit beliebiger Genauigkeit. Als Problem mag man hier ansehen, daß die gängigen Definitionen von Trend, Konjunktur usw. eine direkte Umsetzung in entsprechende Filtertypen nicht zulassen, da die in der Definition festgelegten Eigenschaften des Begriffs meist viel zu vage sind. So ist man gezwungen, bei der Anwendung des Filters selbst eine Entscheidung zu treffen und den Untersuchungsgegenstand begrifflich einzugrenzen, ohne vorab zu wissen, ob die real-historische Entsprechung dieser Definition noch mit den gängigen Vorstellungen des Untersuchungsgegenstandes übereinstimmt. M.a.W. man muß einen Gegenstand definieren, ohne zu wissen, welche konkreten Eigenschaften diesen Gegenstand tatsächlich konstituieren.

Am Beispiel des Trends sei das noch einmal verdeutlicht. Das Problem läßt sich jedoch auch auf alle anderen Begriffe der historischen Konjunktur- und Wachstumsforschung übertragen. Schulte hat z.B. bei seiner Arbeit mit dem Kerbenfilter alle Schwingungen einer Zeitreihe, deren Periodendauer unendlich lang ist, als Trend bezeichnet. Zusätzlich hat er auch noch die Schwingungen zum Trend gerechnet, deren Periodendauer der Länge der Zeitreihe entspricht. Nach dieser durchaus begründbaren Definition wären in unserem Beispiel alle Frequenzen zwischen 0 und 1/129 0.0078 als Trend aufzufassen. Mit dem neuen Filterverfahren ist es leicht möglich, den Verlauf dieser Frequenzkomponenten im Zeitbereich darzustellen. Der diesen Frequenzen entsprechende Trend hat nach unseren Berechnungen den in Abb. 55 dargestellten Verlauf. Vergleicht man diesen Trend mit dem Trend, der sich quasi als Negativdefinition der langen Wellen ergibt (vgl. Abb. 47), zeigen sich einige Unterschiede.

Welcher Trendverlauf ist der richtige? Diese Frage läßt sich nicht mit den Methoden der Filtertheorie beantworten. Welcher Trend im Einzelfall die »richtige« Entwicklung widerspiegelt, hängt ganz offensichtlich von der forschungsspezifischen Fragestellung ab. Oben hatten wir jedoch argumentiert, daß sich für die meisten Fragestellungen keine operationalisierbaren Frequenzeigenschaften angeben lassen. Ein solches Defizit ist jetzt nicht mehr auf Seiten des statistischen Methodenapparates, sondern auf Seiten der historischen Trend- und Konjunkturanalyse zu konstatieren. Eine definitive Lösung des Problems ist daher nicht ohne weiteres möglich. Die Verfügbarkeit des neuen Filterverfahrens verweist viel deutlicher auf die konzeptionellen Schwächen der historischen Konjunktur- und Wachstumsforschung als die bisherigen Verfahren der Komponentendarstellung.

Als eine weitere Besonderheit dieses Verfahrens sollte man beachten, daß die Bestimmung dessen, was »langfristig« bedeutet, nicht nur durch die vorgegebene Definition festgelegt wird, sondern sich auch aus der jeweiligen Länge des Betrachtungszeitraumes ergibt. Diese Problematik sei an der Reihe der Kölner Roggenpreise, die für den Zeitraum von 1531 bis 1796 lückenlos vorliegen, demonstriert [vgl. Ebeling/Irsigler (1976)]. Nehmen wir an, die Roggenpreise in Köln lägen nur für den Zeitraum von 1531 bis 1659 vor. Nach der Trenddefinition, die sich an den langen Wellen orientiert, läßt sich die langfristige Preisentwicklung so bestimmen, wie sie in Abbildung 56 als Trend 1 dargestellt ist. Es sei nun weiter angenommen, daß sich der Verlauf der Roggenpreise erst wieder ab 1680 und dann bis 1796 rekonstruieren ließe. Berechnen wir auch für diesen Zeitraum den Trend, ergibt sich ein Trendverlauf, der in Abbildung 56 als Trend 2 dargestellt ist. Da wir in Wirklichkeit aber die Roggenmengen als kontinuierliche Reihe für den gesamten Zeitraum zur Verfügung haben, können wir den »tatsächlichen« Trend berechnen (vgl. Trend 3 in Abb. 56).

Wie ein Vergleich der für die Teilzeiträume und für den gesamten Zeitraum berechneten Trends zeigt, weichen diese vor allem im Zeitraum von von etwa 1640 bis 1700 voneinander ab. Damit läßt sich mit diesem Filter der Trend also nicht so festlegen, daß die für einen bestimmten Zeitraum berechneten Trendwerte bei einer Verlängerung des Untersuchungszeitraumes unverändert bleiben würden. Das bedeutet, daß sich die Trendwerte am Ende des jeweiligen Untersuchungszeitraumes beim Hinzukommen neuer Werte verändern. In der Filtertheorie wird diese Filtereigenschaft, die darüber Auskunft gibt, ob sich der Filteroutput - speziell am rechten Rand - beim Hinzukommen neuer Werte ändert, als Problem der Randstabilität diskutiert. Wünschenswert ist natürlich ein randstabiler Filter. Allerdings läßt sich mit Hilfe der Filtertheorie auch zeigen, daß alle Filter, die randstabil sind, eine mehr oder weniger starke Phasenverschiebung bewirken und daß alle nullphasigen Filter nicht randstabil sein können. Der in den vorigen Abschnitten besprochene Kerbenfilter ist z.B. ein randstabiler Filter, hat allerdings im Niederfrequenzbereich eine so starke Phase, daß seine Ergebnisse für eine historische Analyse unbrauchbar sind.

In diesem Zusammenhang muß man sich fragen, ob die Tatsache, daß der Filter nicht randstabil ist, mit unseren Vorstellungen von der Festlegung eines Trendverlaufs vereinbar sind. Borchardt [(1977), S. 153] schreibt zum Problem der Trendbestimmung sehr treffend, daß man den Trend nur festlegen kann, wenn man ein Bild vom historischen Ablauf in seinen intertemporalen Bezügen hat, daß man also weit mehr als nur eine Periode überblicken muß. Dabei ist dieses »Bild« natürlich auch durch den Anfang und das Ende des Betrachtungszeitraumes bedingt, so daß gerade die Zeiten am Anfang und am Ende insoweit unbestimmt sind, als ihre Einordnung in einen intertemporalen Rahmen nur jeweils nach einer Seite möglich ist. Die Zeitperiode, die am Anfang des Untersuchungszeitraumes liegt, läßt sich lediglich mit der Folgezeit und der Zeitraum, der am Ende liegt, nur mit »seiner« Vergangenheit vergleichen. Dagegen läßt sich die in der Mitte des Untersuchungszeitraumes gelegene Entwicklung in ein Vorher und Nachher so integrieren, daß die Stellung dieser Zeitperiode tatsächlich in ihrem intertemporalen Bezugsrahmen gewürdigt werden kann. Diese Feststellung bedeutet aber nichts anderes, als daß man einen Trend immer nur für einen ganz bestimmten Untersuchungszeitraum festlegen kann und daß diese Festlegung nur die spezifische Entwicklung eben dieses Untersuchungszeitraumes erfassen kann. M.a.W. bei der Betrachtung eines größeren Zeitraumes wird auch der für diesen größeren Zeitraum festgelegte Trend eine andere Form haben.

Genau wie der Forscher für einen größeren Zeitraum den Trend in Kenntnis der gesamten Entwicklung festlegen wird, so »kennt« auch der Filter bei der Trendberechnung alle Zeitreihenwerte. Demnach wird der Trendwert zum Zeitpunkt **T** in Abhängigkeit von den Werten aller anderen Zeitpunkte festgelegt. Der Filter arbeitet hier also nicht anders als ein Forscher bei der Betrachtung der gesamten Reihenentwicklung.

Allerdings wird sich der für einen bestimmten Zeitraum geschätzte Trend beim Hinzukommen neuer Werte nicht völlig verändern, sondern er wird nur an den Rändern, also ggf. am Anfang und Ende der Reihe, verändert. Bei historischen Zeitreihen ist es durchaus vorstellbar, daß sie auch in die Vergangenheit verlängert werden. In diesem Fall wird der Trend auch am Anfang der Reihe einen anderen Verlauf zeigen. Wird die Reihe dagegen lediglich aktualisiert, also am rechten Rand verlängert, wird sich der Trend nur am rechten Rand verändern. Durch diese Verlängerung wird der geschätzte Trend in der Mitte und am Anfang der Reihe i.d.R. nicht verändert.

Abb. 55: Roggenmengen in Köln mit Trend

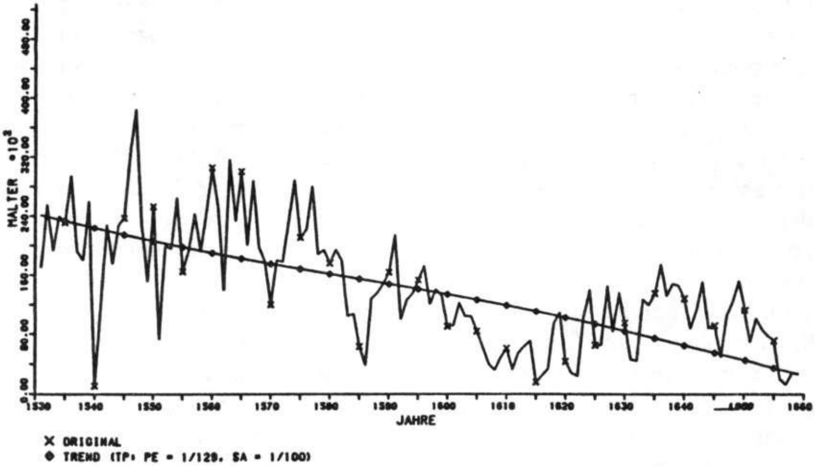


Abb. 56: Roggenmengen in Köln mit Trend f. versch. Zeiträume

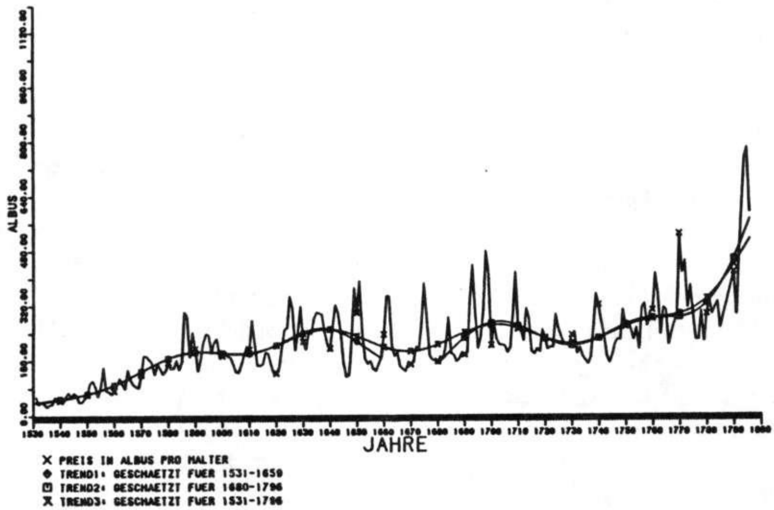


Abb. 57: Roggenmenegn in Köln mit Trend f. versch. Zeiträume

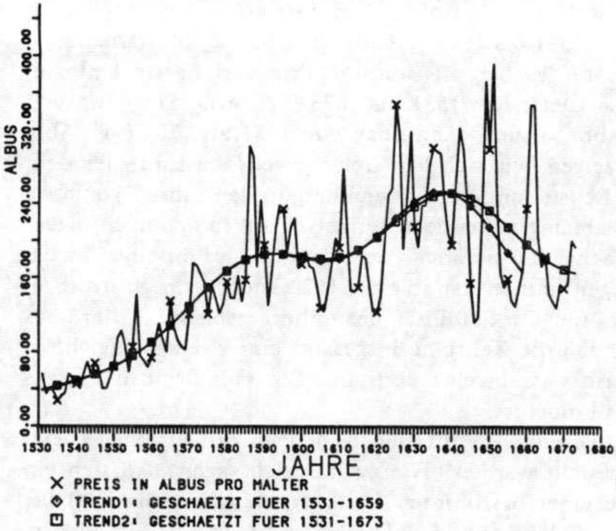
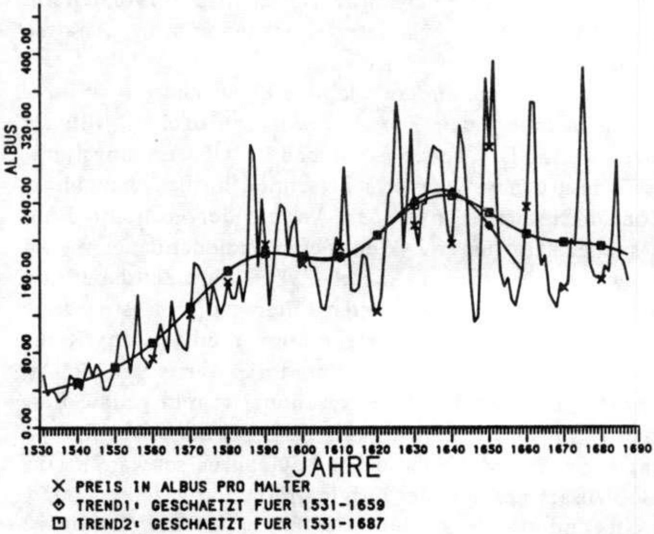


Abb. 58: Roggenmenegn in Köln mit Trend f. versch. Zeiträume



Wir wollen die Auswirkung neu hinzukommender Werte für den Verlauf des Trends anhand eines Beispiels demonstrieren. Zusätzlich zum Trend für die Zeit von 1531 bis 1659 (Trend 1 in Abb. 56) bestimmen wir alternative Trendverläufe für jeweils um 15 Jahre verlängerte Untersuchungszeiträume, also zuerst von 1531 bis 1673 (vgl. Abb. 57), dann von 1531 bis 1687 (vgl. Abb. 58) und dann noch von 1531 bis 1701 (vgl. Abb. 59). Die Ergebnisse zeigen, wie sich der Trend jeweils am Ende der Zeitreihe verändert. Die Beurteilung der Entwicklung in den Jahren von etwa 1625 bis 1640 ist also abhängig von dem Reihenverlauf in den nachfolgenden Jahren. Die Tatsache, daß sich der Trend bei den hier durchgeführten Vergleichsberechnungen immer erst ab etwa 1620 ändert, spricht trotz aller Einschränkungen für die Stabilität der Filterergebnisse. Allerdings muß betont werden, daß die Zeitreihe insgesamt einen relativ gleichmäßigen Verlauf aufweist, was auf eine konstante Struktur des den Prozess erzeugenden Systems hindeutet.

Wie ist die Möglichkeit der Trendfestlegung jedoch zu beurteilen, wenn Strukturbrüche festgestellt werden? Hierzu läßt sich sagen, daß sich ein Trend nur mit Hilfe einer bestimmten Strukturvorstellung sinnvoll bestimmen läßt. Da sich jedoch auch Strukturen im Laufe der Zeit ändern, ist es nur möglich einen durchgängigen Trend für solche Zeiträume festzulegen, in denen auch eine einheitliche Struktur vorhanden ist. Mit Hilfe von Zeitreihen, die solche Strukturbrüche indizieren, kann man zeigen, daß der Trendverlauf völlig verfälscht wird, wenn man ihn für Zeitreihen schätzt, in denen solche Strukturbrüche vorkommen. Auf die Abgrenzung von Zeiträumen, die sich anhand einer einheitlichen Strukturvorstellung beschreiben lassen, ist daher auch bei dieser filtertheoretischen Analyse besonders zu achten.

Abschließend sei noch auf eine andere wichtige Eigenschaft des Filters hingewiesen, deren Beachtung den Forscher vor zahlreichen Mißverständnissen schützen kann. Die beliebig vorgebbare Übertragungsfunktion für den Filter bringt den Anwender sehr schnell in die Versuchung, gerade bei der Konjunkturanalyse nach dem Verlauf der »echten« Kondratieffzyklen zu suchen, also jener Zyklen, deren Periodendauer nur in engen Grenzen schwankt. Oft wird für diesen Zyklus eine Zeitdauer von 60 bis zu 50 Jahren unterstellt. Mit dem neuen Filterverfahren ist es ohne weiteres möglich, genau diese Schwingungskomponenten aus der Reihe herauszufiltern. In diesem Fall hätte das Paßband die Werte von 1/60 = 0.0167 bis 1/50 = 0.02. Der Bandpaßfilter reproduziert nun genau diese Frequenzkomponenten in den Zeitbereich und das Ergebnis ist ein Zyklus, dessen Schwingungsdauer nur zwischen 60 und 50 Jahren schwankt. Dieser in Abbildung 60 zusammen mit der Originalreihe dargestellte »Langfristzyklus« ist nichts anderes als die Nullinie, d.h. ein solcher Zyklus ist empirisch nicht evident. Obwohl in diesem Beispiel das Ergebnis of-

Abb. 59: Roggenmenegn in Köln mit Trend f. versch. Zeiträume

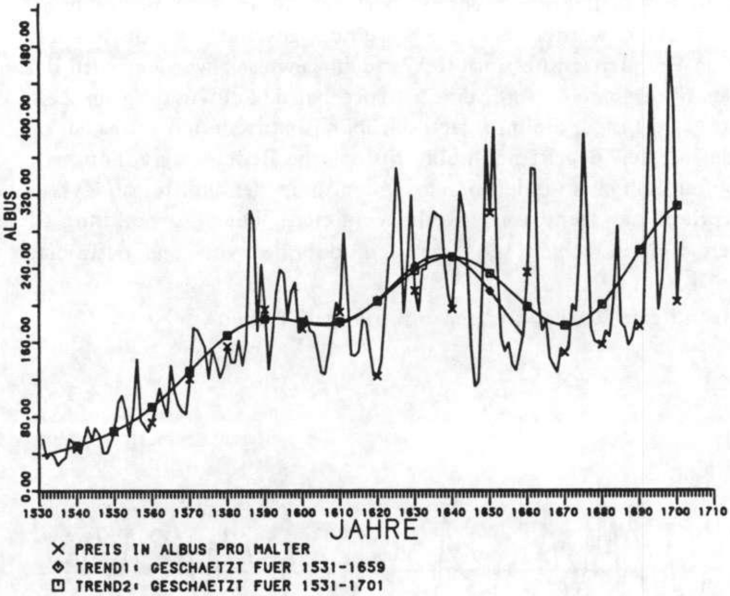
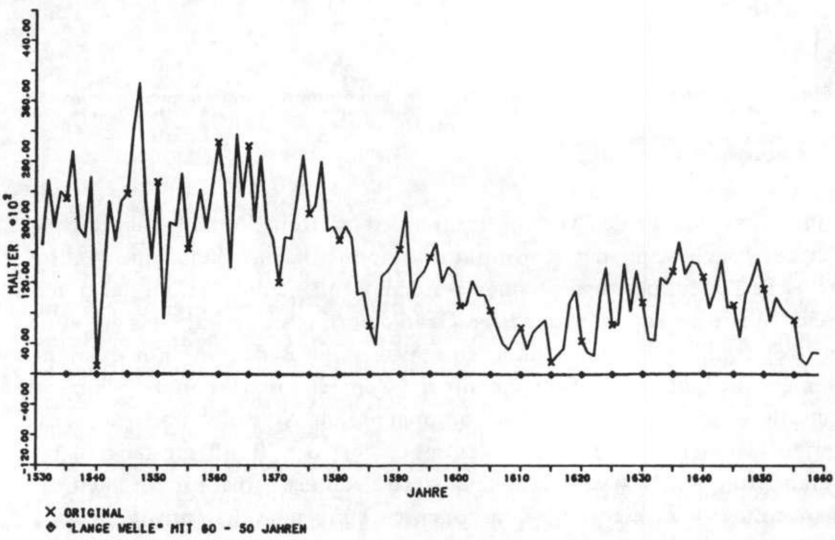


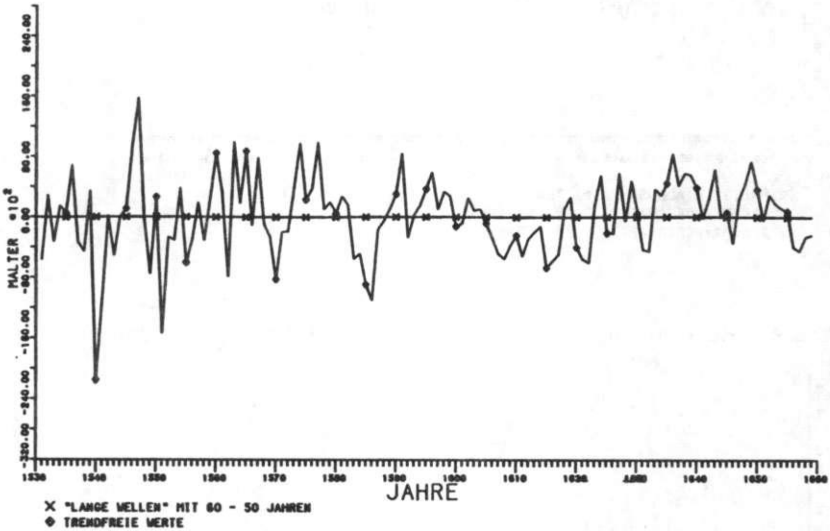
Abb. 60: Roggenmengen in Köln mit »langen Wellen« (60-50 Jahre)



fensichtlich ist, ist doch generell zu beachten, daß der Filter in jedem Fall nur genau die Frequenzkomponenten überträgt, die in der Übertragungsfunktion spezifiziert werden. Da i.d.R. in einem geschätzten Fourierspektrum zu allen Frequenzen bestimmte Werte ausgewiesen werden, wird das Ergebnis des Filters auch immer eine entsprechende Schwingung im Zeitbereich sein. Die Frage, die man sich darüber hinaus stellen muß, ist, ob einem so definierten Begriff noch eine historische Bedeutung zukommt.

Das Problem läßt sich verdeutlichen, indem man den gefilterten Zyklus mit dem Verlauf der trendfreien Reihe vergleicht. Die in Abbildung 61 dargestellten Reihen zeigen sehr deutlich, daß der von uns definierte

Abb. 61: Trendfreie Roggenmengen mit »langen Wellen«



Langfristzyklus für den Verlauf der trendfreien Reihe ohne Bedeutung ist. Offensichtlich kann der Konjunkturkomponente nur dann eine real-historische Bedeutung zugesprochen werden, wenn sie den Verlauf der trendfreien Werte bis zu einem gewissen Grad determiniert. Ähnliches gilt auch für den Trend; auch ihm kommt eine historische Bedeutung nur dann zu, wenn er die langfristige Entwicklung der Zeitreihe repräsentiert. Während sich die langfristige Konjunkturkomponente als Niveauveränderung kürzerfristiger Schwankungen zeigt, symbolisiert der Trend die langfristige Veränderung im Niveau der Originalwerte. Von einer real-historischen Bedeutung der verschiedenen Komponenten kann man also nur dann sprechen, wenn sie die Schwankungen der ihnen zugrundeliegenden Prozesse sichtbar determinieren. Die Lösung solcher Probleme bedarf eines gesamtheitlich ansetzenden Interpretationszusammenhangs, da sie sich mit formal-statistischen Verfahren allein nicht bewerkstelligen läßt.

Der entscheidende Vorzug des hier vorgestellten neu entwickelten Filterverfahrens besteht darin, daß mit ihm eine exakte Operationalisierung fachwissenschaftlicher Begriffe in adäquate, formalstatistische Konzepte, d.h. Filtertypen, nachprüfbar gewährleistet ist. Die mit diesem Filterverfahren verwirklichte Operationalisierungsmöglichkeit verweist sehr deutlich auf die Notwendigkeit, die entsprechenden forschungsleitenden Begriffe genauer und methodenbewußter zu definieren als bisher geschehen. Im Vorfeld empirisch-statistischer Analysen muß der Versuch stehen, die Leitbegriffe ökonomischer Forschung in einer den modernen Verfahren der Zeitreihenanalyse entsprechenden Form zu fixieren, da eine empirische Überprüfung und Konkretisierung sonst nicht zu leisten ist. Gleichzeitig verweisen die mit dem neuen Filterverfahren gegebenen Möglichkeiten statistischer Analyse auf die Schwierigkeiten, die entstehen, wenn mehrdeutige ökonomische Begriffe - z.B. der des Trends - lediglich in eine formal-statistische Repräsentation umgesetzt werden, ohne vorab die notwendige fachwissenschaftliche Konzeptualisierung zu leisten.

Die Ausführungen sollten auch zeigen, daß es nicht die Funktion statistischer Methoden sein kann, den Bedeutungsgehalt und die Dimension ökonomischer Begriffe festzulegen. Ihre Funktion besteht vielmehr darin, den Realitätsgehalt solcher Begriffe adäquat abzubilden. Die sachgemäße Beurteilung und Abschätzung des Realitätsgehaltes dieser weitgehend idealtypischen Begriffe ist dabei nur möglich, wenn es erstens gelingt die die Begriffe konstituierenden Eigenschaften zu definieren und zweitens, wenn die diesen Eigenschaften entsprechenden formal-statistischen Verfahren zur Verfügung stehen.

Die Vielschichtigkeit, die in den Definitionen und den diesen entsprechenden empirischen Resultaten zum Ausdruck kommt, ist beim Vorhandensein adäquater statistischer Verfahren lediglich Ausdruck der zahlreichen möglichen Perspektiven historisch-ökonomischer Forschung, nicht aber einer unzulänglichen Operationalisierung formaler Begriffe. Die unvermeidlichen Subjektivitäten eines jeden wissenschaftlichen Urteils lassen sich damit klarer auf die Differenzen in der Konzeptualisierung des Forschungsansatzes zurückführen, als dies bisher möglich war. Ein so verstandenes Methodenbewußtsein schafft die Voraussetzungen für eine objektive Diskussion der materiellen Inhalte einer Wissenschaft. Eine wesentliche Funktion statistischer Verfahren besteht darin, eine solche Diskussion eben auf diese materiellen Inhalte zu konzentrieren.

References:

ABEL, W.: Agrarkrisen und Agrarkonjunktur. Eine Geschichte der Land- und Ernährungswirtschaft Mitteleuropas seit dem hohen Mittelalter. 3. Aufl. Hamburg/Berlin 1978.

BORCHARDT, K.: Trend, Zyklus, Strukturbrüche, Zufälle: Was bestimmte die deutsche Wirtschaftsgeschichte des 20. Jahrhunderts.- In: Vierteljahrschrift für Sozial- und Wirtschaftsgeschichte 64, 1977, S. 145-178.

BRAUDEL, F. P.; SPOONER, F.: Prices in Europe from 1450 to 1750. In: E. E. Rich; C. H. Wilson: The Cambridge Economic History of Europe. Bd. 4. The Economy of Expanding Europe in the Sixteenth and Seventeenth Centuries. Cambridge 1967. S. 378-486.

CADZOW, J. A.: Discrete Time Systems. Englewood Cliffs 1973.

EBELING, DIETRICH; IRSIGLER, FRANZ: Getreideumsatz, Getreide- und Brotpreise in Köln, 1368-1797. 2 Bde., Köln/Wien 1976/77.

FLOUD, R.: Einführung in quantitative Methoden für Historiker.- Stuttgart 1980.

GRANGER, C. W. J.; HATANAKA, M.: Spectral Analysis of Economic Time Series. Princeton 1964.

HÄRTUNG. J.; ELPELT, B.; KLOSENER, K.-H.: Statistik. Lehr und Handbuch der angewandten Statistik. 5. Aufl, München/Wien 1986.

KÖNIG, H.; WOLTERS, J.: Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen. Meisenheim am Glan 1975.

LEINER, B.: Spektralanalyse Ökonomischer Zeitreihen. Einführung in Theorie und Praxis moderner Zeitreihenanalyse. 2. Aufl. Wiesbaden 1978.

LEINER, B.: Einführung in die Zeitreihenanalyse. 2. Aufl, München/Wien 1986.

METZ, R.; SPREE, R.: Kuznets-Zyklen im Wachstum der deutschen Wirtschaft während des 19. und frühen 20. Jahrhunderts. In: Dietmar Petzina; Ger van Roon (Hg.): Konjunktur, Krise, Gesellschaft. Wirtschaftliche Wechsellagen und soziale Entwicklung im 19. und 20. Jahrhundert. Stuttgart 1981. (= Geschichte und Gesellschaft. Bochumer Historische Studien, Bd. 25). S. 343-376

METZ, R.: »Long Waves« in English and German Economic Historical Series from the Middle of the Sixteenth to the Middle of the Twentieth Century. In: Rainer Fremdling; Patrick K. O'Brien (Hg.): Productivity in the Economies of Europe. Stuttgart 1983. (= Historisch-Soziahvissenschaftliche Forschungen, Bd. 15). S. 175-219.

METZ, R.: Kondratieff and the Theory of Linear Filters. In: Tibor Vasko (Hg.): The Long Wave Debate. Berlin/Heidelberg/New York 1987. S. 390-404.

PFISTER, CH.: Klimageschichte der Schweiz 1525-1860. Bd. 1. Das Klima der Schweiz von 1525-1860 und seine Bedeutung in der Geschichte von Bevölkerung und Landwirtschaft. Bern/Stuttgart 1984.

RABINER, L. R.; GOLD, B.: Theory and Application of Digital Signal Processing. Englewood Cliffs 1975.

SCHLiTTGEN, R.; STREITBERG, B. H. J.: Zeitreihenanalyse. München/Wien. 2. Aufl. 1987.

SCHMIDT, R.: Konstruktion von Digitalfiltern und ihre Verwendung bei der Analyse ökonomischer Zeitreihen. Studienverlag Brockmeyer, Bochum 1984.

SCHULTE, H.: Ein neuer statistischer Ansatz zur Identifizierung von Wellenbewegungen in der langfristigen Wirtschaftsentwicklung. In: Dietmar Petzina; Ger van Roon (Hg.): Konjunktur, Krise, Gesellschaft. Wirtschaftliche Wechsellagen und soziale Entwicklung im 19. und 20. Jahrhundert. Stuttgart 1981. S. 300-322

SCHULTE, H.: Statistisch-methodische Untersuchungen zum Problem langer Wellen. Königstein/Ts. 1981. (= Schriften zur wirtschaftswissenschaftlichen Forschung, Bd. 135).

SPÄTH, H.: Algorithmen für multivariable Ausgleichsmodelle. München/Wien 1974.

STIER, W.: Verfahren zur Analyse saisonaler Schwankungen in ökonomischen Zeitreihen. Berlin/Heidelberg/New York 1980.

STIER, W.: Konstruktion und Einsatz von Digitalfiltern zur Analyse und Prognose ökonomischer Zeitreihen. Opladen 1978. (= Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen).