

### Zum Einsatz stochastischer Modelle in der Lokalisationsanalyse innerstädtischer Standortmuster

Schwippe, Heinrich Johannes

Veröffentlichungsversion / Published Version

Sammelwerksbeitrag / collection article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:

GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Schwippe, H. J. (1977). Zum Einsatz stochastischer Modelle in der Lokalisationsanalyse innerstädtischer Standortmuster. In H. Best, & R. Mann (Hrsg.), *Quantitative Methoden in der historisch-sozialwissenschaftlichen Forschung* (S. 206-253). Stuttgart: Klett-Cotta. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-325442>

#### Nutzungsbedingungen:

*Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.*

*Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.*

#### Terms of use:

*This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.*

*By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.*

Zum Einsatz stochastischer Modelle in der Lokalisations-  
analyse innerstädtischer Standortmuster

Heinrich Johannes Schwippe

1. Einleitung
2. Verteilungen stochastischer Prozesse
3. Stochastische Modelle in der Analyse von Punktmustern
4. Quadratgröße und räumliche Autokorrelation
5. Empirische Analyse

1 Einleitung

Untersuchungen zum Problem innerstädtischer Raumstrukturen gehören zu den zentralen Fragenkomplexen stadtgeographischer und stadthistorischer Forschung.

Die vorliegende Untersuchung will dazu einen Beitrag leisten, der vor allem darin besteht, das innerstädtische Standortmuster ausgewählter Handwerks- und Gewerbebezweige quantitativ zu analysieren. Die Studie soll prüfen, inwieweit sich in den räumlichen Anordnungen dieser Standorte gewisse räumliche Regelmäßigkeiten erkennen lassen, dabei sollen auch Unterschiede zwischen den verschiedenen Handwerks- und Gewerbegruppen herausgearbeitet werden.

Zur Lösung dieser kurz dargestellten Probleme wird der folgende Ansatz gewählt: die Analyse räumlicher Anordnungsmuster mit Hilfe stochastischer Prozesse. Geht man mit Harvey davon aus, daß es ein traditionelles Ziel geographischer Forschung ist, "... to describe the spatial pattern of objects or events and to explain that pattern by way of causal mechanisms which have

generated it"<sup>1</sup>, dann impliziert dieses Forschungsanliegen genau die Ableitung räumlicher Verbreitungsmuster aus der Kenntnis zeitlicher Prozesse, ein deduktives Verfahren, welches Harvey "time-space transformation"<sup>2</sup> nennt. Die Verknüpfung von Prozeß und räumlicher Form wird zum zentralen Punkt in der Analyse räumlicher Anordnungsmuster. Mit den vorhandenen Methoden der Darstellung räumlicher Formen und zeitlicher Prozesse ist dieses Problem der Verknüpfung von Prozeß und Form, wenn überhaupt, nur mit großen Schwierigkeiten zu lösen. "In most cases, all that can be done is to discuss some temporal process, for instance diffusion, and simply map its progress over space. The connection between the temporal and spatial in such an analysis usually remains undefined, although there is no doubt that several traditional methods of handling time-space transformations are intuitively appealing."<sup>3</sup> Daraus leitet Harvey die Forderung ab, zeitliche und räumliche Elemente "in some more formal manner" zu verbinden.

Das Problem einer Verknüpfung von Prozeß und räumlicher Form ist jedoch nicht nur ein methodisches, es berührt vielmehr den Kern geographischer Theoriebildung insoweit, als die Verbindung von räumlichen Konzepten und menschlichen Verhaltensannahmen im Raum zu geographischen Prozeßtheorien führen, die räumliche Muster als deduktive Konsequenzen, als ihren geometrischen Ausdruck, abwerfen.<sup>4</sup>

Die Überprüfung des empirischen Wahrheitsanspruchs dieser Prozeßtheorien und damit einer Theorie generell, erfolgt im allgemeinen im Vergleich der Implikationen der den Theorien zugrundeliegenden Prämissen mit empirischen Gegebenheiten. "Implikationen geographischer Theorien sind aber die jeweiligen räumlichen Muster von Objekten oder Ereignissen; sie aufzudecken und in möglichst präziser Form zu beschreiben ist Aufgabe mathematischer Modelle, die somit die Verbindung zwischen der Prozeßbeschreibung innerhalb der Theorie und der Beobachtung realer Sachverhalte im Raum herstellen sollen."<sup>5</sup>

## 2 Verteilungen stochastischer Prozesse<sup>6</sup>

Das Verhältnis von Punktprozessen und Verteilungsmustern kann auf zwei grundlegend verschiedenen Wegen angegangen werden. Im ersten Fall werden solche Punktverteilungen benutzt, die das Auftreten diskreter Objekte, die eine fixierte Lage über einen längeren Zeitraum besetzt halten, beschreiben. Es handelt sich um räumliche Verteilungsmuster, die im Laufe eines bestimmten Zeitabschnittes aus individuellen Entscheidungen und Aktionen heraus, aufgrund innerhalb der Grenzen der gegebenen physischen, sozialen und ökonomischen Umwelt getroffenen individuellen Entscheidungen, entstanden sind. Die Verteilungsmuster sind das Ergebnis eines Lokalisationsprozesses, der bei Erscheinungen, die auf einer Karte als Punkte dargestellt werden, vernünftigerweise als ein Punktprozeß behandelt werden kann. Siedlungsmuster, wie die Verteilung von Städten oder die Standorte ökonomischer Aktivitäten, z.B. Einzelhandelseinrichtungen, sind typische Beispiele räumlicher Verteilungen, die als Lokalisationsprozesse interpretiert werden. In diesem ersten Fall ist das Forschungsziel darauf gerichtet, die Eigenschaften des den Verteilungsmustern zugrundeliegenden Lokalisationsprozesses aufzudecken.

Der zweite Ansatz ist mit Verteilungsmustern befaßt, die auf menschliches Verhalten im Raum hinweisen wie z.B. Sozialkontakte von Individuen und Gruppen, Wanderungsströme usw. Diese Verteilungen sind zu interpretieren als Darstellungen des Verhaltens, das seinerseits durch existierende räumliche Verteilungen von Objekten strukturiert wird. "When these map distributions use point symbols to represent the spatial behavior that results from man's interaction with existing spatial distributions, the underlying decisions and actions comprise a behavioral process that may be reasonably treated as a point process."<sup>7</sup>

Grundlage der weiteren Überlegungen ist die folgende Definition eines stochastischen Prozesses: "Ein stochastischer Prozeß wird durch die Funktion  $X(t)$  beschrieben, deren Werte für jedes feste  $t$  Zufallsvariable sind [im folgenden wird die Variable  $t$  ... die Zeit sein]. Die Zufallsvariable  $X(t_0)$  sei der Wert

von  $X(t)$  für  $t=t_0$ . Dieser Ausdruck gibt den Wert des Prozesses zur Zeit  $t_0$  an; die Gesamtheit der Werte, die die Zufallsvariable für beliebige Zeitpunkte annimmt, heißen Zustände des Prozesses." <sup>8</sup>

Ein stochastischer Prozeß sei mit  $\{X_t, t \in T\}$  bezeichnet, wobei die Menge  $T$  mit der Menge der reellen Zahlen oder einer ihrer Untermengen identisch ist. Es können folgende Fälle unterschieden werden:

- Die Werte des Prozesses  $X(t)$  sind reelle Zufallsvariablen;
- Die Werte des Prozesses  $X(t)$  sind komplexe Zufallsvariablen.

Im ersten Fall heißt  $X(t)$  ein reeller stochastischer Prozeß, im zweiten Fall ein komplexer stochastischer Prozeß.

Weiter kann unterschieden werden:

- $T$  ist eine abzählbare Menge,
- $T$  ist eine nichtabzählbare Menge.

$X(t)$  ist im ersten Fall ein diskreter stochastischer Prozeß, im zweiten ein stetiger stochastischer Prozeß.

Der Parameter  $t$  (bisher als Zeitparameter definiert,  $T$  damit eindimensional) kann durch geeignete räumliche Parameter ersetzt werden, das heißt es können z.B. Längen- und Breitenkoordinaten als Wert von  $t$  und  $X(t)$  als Wert des stochastischen Prozesses an der Raumstelle  $t$  betrachtet werden. In einem solchen Fall wird von einem räumlichen stochastischen Prozeß gesprochen. Diese stochastischen Punktprozesse verdienen im Zusammenhang mit den anstehenden Fragestellungen besonderes Interesse. Nach Karlin/Taylor sind stochastische Punktprozesse in folgender Weise definiert: "Let  $S$  be a set in  $n$ -dimensional space and let  $\mathcal{A}$  be a family of subsets of  $S$ . A point process is a stochastic process indexed by the sets  $A \in \mathcal{A}$  and having the set  $\{0, 1, \dots, \infty\}$  of nonnegative integers as its state space. We think of 'points' being scattered over  $S$  in some random manner, and of  $N(A)$  as counting the number of points in the set  $A$ . Since  $N(A)$  is a counting function there are additional requirements on each realization. For example, if  $A_1$  and  $A_2$  are mutually disjoint sets in  $\mathcal{A}$  whose union  $A_1 \cup A_2$  is also in  $\mathcal{A}$ , then we require  $N(A_1 \cup A_2) = N(A_1) + N(A_2)$  and if the empty set  $\emptyset$  is in  $\mathcal{A}$ , then  $N(\emptyset) = 0$ ."

Die Einbeziehung der Theorie und der Methoden stochastischer Punktprozesse in eine sozialwissenschaftliche Analyse von Verteilungsmustern ist mit nicht unerheblichen Schwierigkeiten verbunden. Probleme liegen vor allem in der Identifikation von Punktprozessen stochastischen Typs. "Because it is not possible to prove or disprove the assertion that a particular spatial distribution is generated by a location or behavioral process that includes a chance element, there is considerable freedom in designating the processes that will be treated as stochastic processes. A decisive factor is the philosophical implications to the specification of the role of chance in human decisions and behavior."<sup>9</sup> Nach Dacey ergeben sich zwei Wege, stochastische Prozesse und damit Wahrscheinlichkeitsformulierungen in sozialwissenschaftliche Forschungen einzubringen:

- "One is to accept that location decisions and behavior in space of individuals and groups are governed by probabilistic laws."<sup>10</sup>
- "A second approach is to accept that the observable results of the location decisions and actions of individuals and groups appear to an observer as though they obey probabilistic laws."<sup>11</sup>

Von diesen beiden Wegen scheidet von vornherein der erste für die weitere Betrachtung aus. Auch bei der Verwendung des zweiten Ansatzes ergeben sich Schwierigkeiten. Dieser Forschungsansatz entspricht keineswegs der Forderung sozialwissenschaftlicher Forschung nach Erklärung von Verhalten, sondern gibt eher eine Beschreibung der zu beobachtenden Ergebnisse von Lokalisations- und Verhaltensprozessen. Modelle, die Verhalten so behandeln als ob es Wahrscheinlichkeitsgesetzen unterliege, versagen bei der Erklärung der Determinanten menschlichen Verhaltens.

Vor dem Hintergrund dieser Problematik schlägt Dacey zwei Ansätze zur Berücksichtigung stochastischer Prozesse in der sozialwissenschaftlichen Analyse vor: "by serving as a surrogate for the aspects of behavior that need to be, but are not yet, incorporated within the known and specified deterministic laws, and by encompassing behavior that accompanies inability either to discriminate the effects of alternative decisions or

to express a preference for the effects of alternative decisions." <sup>12</sup>

Stochastische Punktprozesse haben ein ungewöhnlich breites Anwendungsfeld gefunden. Ein erstes Untersuchungsziel in der Analyse von Punktmustern ist die Beantwortung der Frage, inwieweit das zu beobachtende Verteilungsmuster ein zufälliges ist, oder anders ausgedrückt, inwieweit die Punkte in ihrer Position unabhängig voneinander sind.

Im allgemeinen werden zwei Verfahren, die im wesentlichen von der Biometrie und Ökologie entwickelt <sup>13</sup> und von anderen Wissenschaften, z.B. der Geographie, für eigene Forschungsziele adoptiert worden sind, benutzt, um zu einer quantitativen Beschreibung von Punktemustern zu gelangen. Die eine Methode benutzt Distanzen zwischen benachbarten Punkten, die andere verwendet die Punkteanzahl in kleinen "Unter-" Raumeinheiten, in der Regel in Quadraten.

#### Nächst-Nachbar-Verfahren <sup>14</sup>

Dieses Verfahren zielt darauf ab, die Abweichungen bei einem beobachteten räumlichen Punktemuster von der Zufälligkeit abzuschätzen, indem in einem ersten Schritt die Distanzen eines jeden Punktes zu seinem nächsten Nachbarn ermittelt werden und in einem zweiten Schritt die im beobachteten Punktemuster ermittelte Durchschnittsdistanz mit der einer Zufalls- (Poisson) Verteilung gleicher Dichte verglichen wird. Damit ist dieses Verfahren deutlich darauf gerichtet, einerseits Tendenzen der Klumpung und andererseits Tendenzen der Regularität im Verteilungsbild aufzudecken.

Dacey und King wenden diese Technik auf die Analyse von Siedlungsmustern an <sup>15</sup>, Getis benutzt sie bei der Untersuchung der Standorte von Einzelhandelsgeschäften <sup>16</sup>. Die Grenzen dieses Verfahrens sind vor allem darin begründet, daß es zwar möglich ist, nicht zufällige räumliche Muster nach dem Grad der Regelmäßigkeit oder der Klumpung zu ordnen, daß es aber außerordentlich schwierig ist, das Punktemuster gegen andere als Zufallsverteilungen zu testen.

Dacey hat in mehreren Arbeiten versucht, die Möglichkeiten des Nächst-Nachbar-Verfahrens entscheidend zu erweitern mit dem Ziel des Tests verschiedener Punkt-Prozeß-Hypothesen, indem Nachbarn "höherer Ordnung" und räumliche Inhomogenität Berücksichtigung finden.<sup>17</sup> Durch diese Erweiterungen des Verfahrens ergeben sich jedoch schwerwiegende Probleme, so zeigt z.B. Morrill, daß die Technik des Nachbarn "höherer Ordnung" nur bei Verteilungen relativ gleicher Dichte angewendet werden kann.<sup>18</sup> Außer den bereits genannten ergeben sich bei der Verwendung des Nächst-Nachbar-Verfahrens weitere Probleme, die es geraten erscheinen lassen, an seiner Stelle ein anderes Analyseverfahren in Anwendung zu bringen. Dazu stellt Hepple fest: "Distribution theory rapidly becomes intractable analytically as one tries to test against more geographically relevant theoretical point processes. Boundaries of the study area also affect the measures, though Dacey has suggested the partial solution of mapping onto a torus."<sup>19</sup>

### Quadratanalyse

Die Technik der Quadratanalyse, wie das Nächst-Nachbar-Verfahren, vor allem in der Biometrie und Ökologie entwickelt, besteht darin, eine Untersuchungsregion in kleinere Untereinheiten (Quadrate) aufzuteilen, um dann im weiteren Verlauf des Verfahrens eine Häufigkeitsverteilung nach der Anzahl der Raumeinheiten (Quadrate) mit 0, 1, 2, ... Objekten zu erstellen. Die Methode zielt somit darauf, eine zweidimensionale, räumliche Verteilung von Objekten auf eine eindimensionale Häufigkeitsverteilung zu reduzieren. Dabei geht allerdings die Information über die räumliche Anordnung der Raumeinheiten mit ihren jeweiligen Besetzungsdichten verloren.<sup>20</sup>

Die Quadratanalyse kann in zweifacher Hinsicht verwendet werden:

(1) An die Häufigkeitsverteilung eines empirischen räumlichen Verteilungsmusters wird eine geeignete theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung angepaßt. In diesem Fall stellt die Quadratanalyse ein Beschreibungsverfahren der räumlichen

Objektverteilung dar.

(2) Die Eigenschaften einer, an die empirische Häufigkeitsverteilung angepaßten theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung werden als Analogon des Prozesses verwendet, der vermutlich die Entwicklung des räumlichen Musters im Laufe der Zeit bestimmt hat. In diesem zweiten Fall ist dann die Quadratanalyse darauf gerichtet, die Hypothese zu prüfen, inwieweit eine beobachtete Verteilung als eine Realisation eines räumlichen stochastischen Prozesses in dem Sinne betrachtet werden kann, als die empirische Verteilung Eigenschaften besitzt, die denen einer spezifischen theoretischen räumlichen Verteilung ähnlich sind. Gerade in dieser zweiten Anwendung stellt das Verfahren der Quadratanalyse gegenüber dem Nächst-Nachbar-Verfahren einen entscheidenden Fortschritt dar, bietet sich doch durch diese Technik nun die Möglichkeit auch komplexere Prozeßhypothesen zu testen. Ähnlich beurteilt auch Harvey das Verfahren: "... we may consider any theory of location, whether deterministic or probabilistic in form, and derive the theoretical probability distribution to which that theory will give rise under quadrat sampling. The advantage of quadrat sampling under these conditions is that it provides a generalization for the theoretical and the actual pattern and deviations from optimal location patterns will scarcely affect the result if they are random disturbances of a basic pattern."<sup>21</sup>

In diesem Sinne bietet das Verfahren der Quadratanalyse die Möglichkeit, räumliche Verteilungsmuster mit theoretischen Prozeßbeschreibungen über angemessene räumliche stochastische Prozeßmodelle zu verbinden.<sup>22</sup>

Wie beim Nächst-Nachbar-Verfahren ist auch bei der Quadratanalyse der Zufalls-(Poisson-)Prozeß die erste Null-Hypothese. Im Zusammenhang mit ökologischen Untersuchungen wurden Verteilungen für verschiedene theoretische Modelle ansteckender oder geklumpfter Prozesse, wie die Neyman Typ A-Verteilung, die Negative Binomial-Verteilung u.a. entwickelt. Dacey hat in verschiedenen Arbeiten diesen Ansatz erweitert, indem er, von der Zentrale-Orte-Theorie ausgehend, entsprechende räumliche stochastische Prozeßmodelle entwickelte, deren Punktemuster im Gegensatz zu denjenigen der oben genannten stochastischen Prozesse, mehr regelmäßig sind: die "Modified-Poisson-Distri-

bution"<sup>23</sup> für Punktemuster, die mehr regelmäßig als zufällig in einer homogenen Region verteilt sind und zur Berücksichtigung von räumlicher Inhomogenität den von Deiters als zusammengesetzte Negative Binomial-Verteilung bezeichneten stochastischen Prozeß.

Die Anwendungen räumlicher stochastischer Punktprozesse bei der Analyse von innerstädtischen räumlichen Verteilungsmustern, von Siedlungsmustern, von zentralörtlichen Raumstrukturen<sup>24</sup> oder in der Diffusionsforschung<sup>25</sup> zeigen die Wirksamkeit des Ansatzes.

Die Anwendungsmöglichkeiten räumlicher stochastischer Prozesse im Bereich sozialwissenschaftlicher Forschung sind allerdings aufgrund der Reduktion sozialwissenschaftlicher Sachverhalte auf gleichwertige Punkte in einer eindimensionalen Verbreitungsanalyse eng begrenzt, so daß Hepple feststellt: "Only by this restriction and by application to problems with strong theoretical expectations ... have these developments been possible. This suggests that the development of stochastic process analysis for more general and multivariate geographical problems is likely to be halting and in many cases totally intractable, and certainly of very limited value without explicit hypotheses and theories to test."<sup>26</sup>

### 3 Stochastische Modelle in der Analyse von Punktmustern

In diesem Abschnitt sollen die wichtigsten stochastischen Prozeß-Modelle vorgestellt werden. Wie bereits gezeigt werden konnte, gehen sowohl das Nächst-Nachbar-Verfahren als auch die Quadrat-analyse von der Basis der Zufalls-Verteilung aus, das heißt, das Verteilungsmuster wird als zufälliges räumliches Muster bezeichnet, als Realisation eines zufälligen räumlichen Punktprozesses. Ein zufälliges räumliches Punktemuster ist als Realisation eines räumlichen Punktprozesses definiert, der folgende Bedingungen erfüllt:

"1. Condition of equal probability. Any point has an equal probability of occurring at any position on the plane. Therefore any subregion of the plane has the same probability

of containing a point as that of any other subregion of equal area.

2. Condition on independence. The position of a point on the plane is independent of the position of any other point."<sup>27</sup>

Der Poisson-Prozeß ist ein solcher zufälliger Punktprozeß:

$$P(x) = e^{-m} \frac{m^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

Die Poisson-Verteilung hat nur einen Parameter  $m$ , der gleichzeitig Mittelwert und Varianz ist.

Die Poisson-Verteilung ist, da sie eben nur einen Parameter besitzt, außerordentlich vielseitig anwendbar. Für die Analyse von Lokalisationsprozessen ist ihre Verwendungsmöglichkeit, insbesondere wegen der obigen Bedingungen, besonders der Bedingung 1 (Gleich-Wahrscheinlichkeit) sehr stark eingeschränkt, sind doch räumliche Objktanordnungen im allgemeinen entweder durch Tendenzen zur Regelmäßigkeit oder zur Klumpung charakterisiert. An die Stelle der Bedingung der Gleich-Wahrscheinlichkeit sollten also bedingte Wahrscheinlichkeiten treten. Deshalb bietet es sich an, bei weiteren Überlegungen von folgenden Voraussetzungen auszugehen:

1. Die Bedingung 1 -Gleich-Wahrscheinlichkeit- soll durch bedingte Wahrscheinlichkeiten ersetzt werden.
2. Die Bedingung 2 -Unabhängigkeit- soll auch weiterhin bestehen bleiben.

Für die weiteren Analysen sollen die folgenden drei grundlegenden stochastischen Prozesse die Grundlage abgeben.<sup>28</sup>

#### 1. Zufällige räumliche Verteilung

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Raumeinheit innerhalb eines Zeitintervalls  $(t, t+dt)$  ein Objekt erhält, ist unabhängig von der Anzahl solcher Objekte  $(r)$ , die sich in der Raumeinheit befinden:  $f(x, t) = f(t) = c$ , wobei  $c > 0$ .

Die Wahrscheinlichkeit ist allein von der Zeit abhängig. Die Bedingung 1 (Gleich-Wahrscheinlichkeit) ist erfüllt, es handelt sich um einen reinen Zufalls-(Poisson-)Prozeß; das heißt einen

Prozeß mit differentem Verhalten der Objekte gegenüber anderen.

## 2. Regelmäßige räumliche Verteilung

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Objekt in einer Raumeinheit lokalisiert wird, ist unabhängig von der Zeit und nimmt linear ab mit der Anzahl der Objekte, die sich bereits in der Raumeinheit befinden:  $f(x,t) = c-br$ , wobei  $c > br \geq 0$ , sonst = 0.

Es handelt sich um einen stochastischen Prozeß, in dem die Gleich-Wahrscheinlichkeit durch bedingte Wahrscheinlichkeiten ersetzt ist. Es ist ein Prozeß räumlicher Konkurrenzmeidung<sup>29</sup>. Bei diesem Prozeß ergibt sich eine Objektordnung, die regelmäßiger als zufällig ist.

## 3. Geklumpete räumliche Verteilung

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Objekt in einer Raumeinheit lokalisiert wird, ist unabhängig von der Zeit und wächst linear mit der Anzahl der Objekte, die bereits in der Raumeinheit lokalisiert sind:  $f(r,t) = c+br$ , wobei  $c > 0$ ,  $b > 0$ .

Es liegt ein stochastischer Prozeß vor, bei dem ebenso wie bei 2 die Bedingung der Gleich-Wahrscheinlichkeit aufgegeben wird zugunsten bedingter Wahrscheinlichkeiten. Im Gegensatz zu 2 handelt es sich um einen Prozeß räumlicher Konkurrenzanziehung bzw. Ansteckung.<sup>30</sup> Das Anordnungsmuster der Objekte ist stärker geklumpt als rein zufällig.

Im Gegensatz zum Prozeß 1, in dem die Bedingung der Gleich-Wahrscheinlichkeit vorausgesetzt wird, und folglich die Ereigniswahrscheinlichkeit konstant ist, sind in den Prozessen 2 und 3 (Bedingung der Gleich-Wahrscheinlichkeit wird zugunsten bedingter Wahrscheinlichkeiten aufgegeben) die Ereigniswahrscheinlichkeiten abhängig von den vorausgegangenen Werten (Realisationen) des stochastischen Prozesses. In Bezug auf einen räumlichen Lokalisationsprozeß bedeutet dies, daß die Realisierungen der Prozesse 2 und 3 in gewisser Weise "eine Funktion der jeweiligen räumlichen Ausgangsbedingungen" sind.<sup>31</sup>

Das innerstädtische Standortmuster von Handwerk und Gewerbe ist das Ergebnis der Lokalisationsentscheidungen der Anbieter der

Güter und Dienstleistungen. Jeder Anbieter, der nur unvollständige Informationen über die städtische Umgebung besitzt, sucht den räumlich zerstreuten Markt durch Lokalisation an einem profitversprechenden Standort zu bedienen. Einen bedeutenden Einfluß auf die Standortentscheidung hat offenbar eine Gruppe von Faktoren, die sich in erster Linie an den Konsumenten, in zweiter Linie an der städtischen Infrastruktur und an brancheninternen Erfordernissen orientieren. Die Verteilung der Bevölkerung, des Einkommens und der Kaufkraft sind wesentliche konsumentenorientierte Variablen. Erreichbarkeit, Lagerente und Verfügbarkeit über vorteilhafte Standorte sind wichtige Variablen des zweiten Komplexes. In die dritte Kategorie fallen schließlich Faktoren, die die internen Notwendigkeiten der Gewerbe- und Handwerksbetriebe betreffen, wie z.B. Nähe zu anderen Unternehmen und die Bedeutung eines räumlichen Monopols im Wettbewerb. Das Grundprinzip, das sich in Bezug auf das räumliche Verhalten von Gewerbe- und Handwerksbetrieben ergibt, ist, daß das räumliche Anordnungsmuster die "Summe" der Anziehungs- und Abweisungskräfte in Bezug auf die Standortsuche der Betriebe widerspiegelt. Erreichbarkeit für die Wohnbevölkerung, Lage zu Verkehrsströmen und Nähe zu ergänzenden bzw. im Wettbewerb stehenden Unternehmungen sind typische Beispiele für zentrale Argumente, die offensichtlich bei der Standortentscheidung präsent sind. Lokalisation und Größe eines Gewerbe- und Handwerksbetriebes ist in irgendeiner Weise begrenzt durch die räumliche Größe des Marktgebietes des angebotenen Gutes oder der angebotenen Dienstleistung.

Damit werden zwei Schlüsselbegriffe aus der zentralörtlichen Theorie auch für die innerstädtischen Standortmuster wichtig: es sind dies die Begriffe der unteren und oberen Reichweite eines Gutes. Deiters definiert die untere Grenze der Reichweite als die Grenze, welche ein Gebiet umschließt, welches genau so viele Konsumenten enthält, wie zum rentablen Angebot eines Gutes erforderlich sind (Schwellenbevölkerung); als obere Grenze der Reichweite wird die Entfernung definiert, die Konsumenten bereit sind zum Einkauf eines Gutes zu überwinden.

Jedes Gut, jede Dienstleistung hat eine eigene Reichweite. Güter und Dienstleistungen der unteren Bedarfskategorien wünscht der Konsument in der Regel mit möglichst geringem Auf-

wand zu erwerben, ihre obere Reichweite ist im allgemeinen gering und wenig flexibel. Unter diesen Voraussetzungen tendieren Anbieter solcher Güter und Dienstleistungen dahin, ihre Standorte möglichst in Konsumentennähe zu haben. Nimmt man an, daß die Konsumenten möglichst gleichmäßig (homogen) über ein Gebiet verteilt sind, so ist zu erwarten, daß die Anbieter entweder regelmäßig (bei konkurrenzmeidendem Verhalten) oder zufällig (bei Konkurrenzindifferenz) über das Gebiet verteilt sind, dabei ist die untere Grenze der Reichweite weitgehend konstant und kleiner bzw. gleich der oberen Grenze der Reichweite. Sind die Konsumenten dagegen nicht gleichmäßig über ein Gebiet (Inhomogenität) verteilt, so ergeben sich räumliche Häufungen auf Seiten der Anbieter, hervorgerufen durch Schwankungen der unteren Grenze der Reichweite.

Güter und Dienstleistungen der mittleren und oberen Bedarfs-kategorie zeichnen sich dagegen in der Regel durch weniger konstante obere Grenzen der Reichweite aus, an die Stelle von Entfernungsrestriktionen treten Faktoren wie z.B. Kaufkraftunterschiede, Unterschiede im Konsumentenverhalten. Schwankungen der oberen Reichweitengrenze führen zur Abweichung von einer regelmäßigen räumlichen Verteilung. Gerade auf dem mittleren und gehobenen Bedarfsniveau wird von den Konsumenten der Wunsch nach 'Besorgungskoppelung' geäußert, so daß bestehende Möglichkeiten in dieser Richtung ebenfalls reichweiteverändernd wirken können.

Räumliche Häufung von Gewerbe- und Handwerksstandorten ist aber nicht immer allein das Ergebnis von Schwankungen der oberen und unteren Reichweitengrenzen der angebotenen Güter und Dienstleistungen. Häufig ist es auch so, daß die Klumpungerscheinungen Ergebnis sozialer Segregationsprozesse sind, die nur noch randlich etwas mit den oben genannten Lokalisationsfaktoren zu tun haben.

Die skizzierten Zusammenhänge zwischen wesentlichen Lokalisationsfaktoren und räumlichen Verteilungsmustern sollen nun in den folgenden darzustellenden stochastischen Modellen abgebildet werden. Dabei sollen die Parameter der verschiedenen stochastischen Modelle im Zusammenhang der Lokalisationstheorie interpretiert werden.<sup>32</sup>

## Poisson-Verteilung

Die Poisson-Verteilung hat die Wahrscheinlichkeitsfaktoren

$$(1) \quad P(x) = e^{-m} \frac{m^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{Mittelwert: } E(x) = m_1 = m$$

$$\text{Varianz: } \text{Var}(x) = m_2 = m$$

Mittelwert und Varianz sind gleich. Der Parameter der Verteilung ist  $m$ .

Da bei der Poisson-Verteilung  $E(x) = \text{var}(x) = m$ , ist  $\frac{m_2}{m_1} = 1$ .<sup>33</sup>

Der Parameter  $m$  (= mittlere Objektdichte je Raumeinheit) kann dahingehend interpretiert werden, daß er die räumliche Homogenität des Untersuchungsgebietes beschreibt, denn nach der Bedingung 1 (s.o.) ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Raumeinheit ein Objekt erhält, für alle Raumeinheiten gleich und nicht abhängig von der Anzahl der in den Raumeinheiten bereits lokalisierten Objekte, sie ist allein abhängig von der Größe der Raumeinheit. Deiters<sup>34</sup> interpretiert diese Eigenschaft im zentralörtlichen Zusammenhang "als Ausdruck relativ konstanter unterer Grenzen der Reichweite der für die betrachtete Größenkategorie (der zentralen Orte) relevanten zentralen Güter", eine Interpretation, die auch auf innerstädtische Standortmuster von Handel und Gewerbe anwendbar erscheint.

## Binomial-Verteilung

Der Binomial-Verteilung als einer diskreten Verteilung liegt das Bernoullische Versuchsschema zugrunde; eine Folge von  $n$  Versuchen wird charakterisiert durch:

1. Bei jedem der Einzelversuche sind nur zwei Ereignisse möglich. Das Ereignis  $A$  oder das komplementäre Ereignis  $\bar{A}$ .
2. Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen des Ereignisses  $A$  ist  $p$  und die für das Eintreffen des komplementären Ereignisses  $\bar{A}$  ist  $1-p = q$ . Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen von  $A$  bzw.  $\bar{A}$  ist in allen Versuchen konstant.

3. Die Versuche und die Resultate der Versuche sind unabhängig voneinander.
4. Bei  $n$  Versuchen tritt das Ereignis  $A$  genau  $x$ -mal und das komplementäre Ereignis  $\bar{A}$  genau  $(n-x)$ -mal ein.

Die Binomial-Verteilung hat folgende Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$(2) \quad P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \quad (x = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$\text{Mittelwert: } E(x) = m_1 = np$$

$$\text{Varianz: } \text{var}(x) = m_2 = np(1-p) = npq$$

$$\frac{m_2}{m_1} < 1; \quad \text{Die Binomialverteilung entspricht einer stärker regelmäßigen als zufälligen Verteilung.}$$

Die Parameter der Verteilung sind  $p$  und  $n$ . Für  $n \rightarrow \infty$ ,  $p \rightarrow 0$ , unter der Voraussetzung, daß  $np$  stets endlich bleibt, geht die Binomial-Verteilung mit dem Mittelwert  $np$  über in die Poisson-Verteilung.

Die Binomial-Verteilung beschreibt einen Lokalisationsprozeß der "Konkurrenzmeidung"<sup>35</sup>, eine Erscheinung, die vor allem bei Anbietern von Gütern und Dienstleistungen unterer Versorgungsstufen zu beobachten ist. Im allgemeinen bildet sich eine regelmäßige räumliche Anordnung der entsprechenden Standorte heraus. Es kann in diesem Fall davon ausgegangen werden, daß nur geringe räumliche Unterschiede der oberen Reichweitengrenze bei dem entsprechenden Gut bestehen (die Nachfrager zeigen geringe Elastizität in der Distanzüberwindung).

#### Generalisierte und zusammengesetzte Poisson-Verteilung

Im Gegensatz zum Poisson-Modell, welches räumliche Homogenität annimmt, gehen die beiden folgenden stochastischen Modelle von bedingten Wahrscheinlichkeiten aus. Beide Verteilungen gehören zur Klasse der sogenannten überbestimmten Modelle, das heißt, sie lassen sich sowohl als Verallgemeinerung der Poisson-Verteilung als auch als zusammengesetzte Poisson-Verteilung<sup>36</sup> ableiten. Jedem Modell, ob generalisierter oder zusammengesetzter Poisson-Prozeß, entspricht ein anderer räumlicher Lokalisationsprozeß:

## 1. Generalisierter Poisson-Prozeß

"The first form is true contagion or generalised Poisson. Suppose that clusters of objects have been observed, such as plants in a field or houses in a study area. Then we envisage a Poisson distribution of such clusters in the study area, with each cluster containing one or more objects. The number of objects in each cluster follows a generalising distribution. If the generalising distribution is logarithmic, the generalised distribution is written as Poisson  $\vee$  logarithmic, which is equivalent to the negative binomial, while Poisson  $\vee$  Poisson yields the Neyman type A."<sup>37</sup> Dieser Prozeß repräsentiert "echte Ansteckung", das heißt die Existenz von Häufungen bedeutet, daß in der Nähe eines Objektes sich sehr wahrscheinlich ein anderes, ähnliches Objekt befindet.

## 2. Zusammengesetzter Poisson-Prozeß

"We consider the objects to be generated by a Poisson process as in form (1), but instead of identifying clusters and looking at the number of objects in each cluster, we assume that the number of objects in the  $i$ 'th quadrat is given by a simple Poisson process with mean  $\lambda_i$ , where  $\lambda_i$  may vary from quadrat to quadrat. That is, we assume that  $\lambda$  is itself a random variable and that its distribution may be specified. Thus the final distribution of the random variable  $R$  is the Poisson compounded with some other distribution. If  $\lambda$  follows a gamma distribution, the compound distribution is Poisson  $\wedge$  gamma which is the negative binomial. Likewise, Poisson  $\wedge$  Poisson yields the Neyman Type A."<sup>38</sup>

Dieser Prozeß beschreibt nur scheinbare, nicht reale räumliche Cluster, die Häufungen ergeben sich in diesem Fall aus räumlicher Inhomogenität.

Von der einfachen Poisson-Verteilung ist eine ganze Gruppe theoretischer Wahrscheinlichkeitsverteilungen abgeleitet, die für die anstehenden Fragestellungen von großem Interesse sind. Verteilungen wie die Neyman Typ A-Verteilung, die Negative Binomial-Verteilung oder die Polya-Aeppli-, die Beta-Pascal-Verteilung sowie einige andere bieten interessante räumliche Interpretationsmöglichkeiten.<sup>39</sup>

Neyman Typ A-Verteilung

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser einfachsten Form eines zusammengesetzten bzw. verallgemeinerten Poisson-Prozesses ist

$$(3) \quad P(x) = e^{-k} \frac{w^x}{x!} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^x}{i!} (ke^{-w})^i \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

Mittelwert:  $E(x) = m_1 = wk$

Varianz:  $\text{var}(x) = m_2 = wk(w+1)$

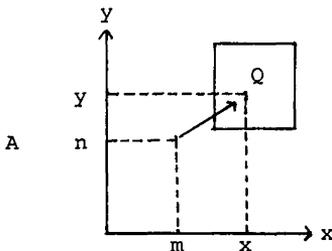
$\frac{m_2}{m_1} > 1$ , entspricht der räumlichen Verteilung einer stärker gehäuften Verteilung, als nach der Poisson-Verteilung zu erwarten wäre.

Die Verteilung hat die beiden Parameter  $k$  und  $w$ . Der Parameter  $k$  ist ein Maß für die mittlere Clusterdichte pro Raumeinheit (Quadrat) und  $w$  gibt die durchschnittliche Anzahl der Objekte je Cluster an. Für  $k \rightarrow \infty$ ,  $w \rightarrow 0$  und  $wk = \text{konstant}$ , geht die Neyman Typ A-Verteilung in eine Poisson-Verteilung über.

Die Neyman Typ A-Verteilung als generalisiertes Poisson-Modell beschreibt einen "echten Ansteckungsprozeß", wobei die Objektverteilung in den Häufungen einem Zufalls-(Poisson-)Prozeß folgt, die "Zentren" der Cluster aber unberücksichtigt bleiben. Dadurch wird natürlich die Verwendungsmöglichkeit der Neyman Typ A-Verteilung erheblich eingeschränkt.

Für eine räumliche Interpretation des Ansteckungsmodells der Neyman Typ A-Verteilung ist besonders das Gesetz, welches die Verteilung der Objekte in den Clustern von den "Zentren" erklärt, von besonderer Bedeutung. Dazu stellt Harvey fest: "The law is clearly constant throughout the study region. We may discuss this law with the aid of a diagramm [vgl. Fig. 1]".

Fig. 1



Suppose the location of a centre in a system of Cartesian co-ordinates be represented by the co-ordinate point  $mn$ . We are interested in the probability of finding an offspring at a particular point with co-ordinates  $xy$ . Now the probability of finding an offspring in a particular quadrat  $Q$  is obtained by integrating over all points in  $Q$ . Thus we have:

$$P(mn) = \iint_Q f(x-m, y-n) dx dy$$

As a point  $mn$  becomes removed from  $xy$ , so  $f$ , the spatial law governing the distribution of points around a centre, tends to zero. It follows ... that the number of centres capable of contributing offspring to  $Q$  must be limited to an arbitrary region,  $Z$ , of area  $A$ . This general point is familiar to geographers in terms of the distance functions which govern migration, journey to work, central place hinterlands, mean information fields, and so on. Now the Neyman Type A distribution turns out to have an implicit definition of this distance function. ...

$$P(mn) \begin{cases} A^{-1} & \text{for } mn \text{ in } Z \\ 0 & \text{for } mn \text{ outside of } Z \end{cases}$$

This is a step function with the probability of finding an offspring inversely proportional to the area,  $A$ , of the arbitrary region  $Z$ . This, therefore, is the definition of the diffusion constant (or mean information field) assumed in the contagious version of the Neyman Type A probability distribution."<sup>40</sup>

Aus der Größe des Quadrats  $Q$  kann man damit die Ausbreitung eines Clusters um sein Zentrum ermitteln. Nur unter der Bedingung der Unabhängigkeit zwischen den Raumeinheiten<sup>41</sup> ist eine Interpretation der angenäherten empirischen Verteilung im Sinne des Neyman Typ A-Modells sinnvoll.

Die Beschreibung des Neyman Typ A-Modells ist der des Negativen Binomial-Modells (s.u.) sehr ähnlich. Auf diese Weise erklärt sich auch zumindest teilweise, warum beide Verteilungen sehr häufig eine gute Annäherung an die gleiche empirische Verteilung darstellen.

Als zusammengesetzter Poisson-Prozeß impliziert die Neyman Typ A-Verteilung (Poisson  $\wedge$  Poisson) im Vergleich zum generalisierten Modell einen völlig andersartigen Lokalisationsprozeß. Dazu

gibt Harvey einige Erläuterungen: "If we have a number of centres and, associated with each centre, is a large number of minute clusters forming equal probability masses contained in a series of regions,  $R_j$ , and if each cluster has a variable population distribution according to the Poisson law, and if the regions associated with the centres overlap, then the conditions exist for the derivation of the Neyman Type A distribution as a compound rather than as a generalized Poisson probability distribution."<sup>42</sup> Auch beim Neyman Typ A-Modell als eine zusammengesetzte Poisson-Verteilung wird Unabhängigkeit der Quadrate untereinander verlangt.<sup>43</sup>

### Negative Binomial-Verteilung

Die Wahrscheinlichkeitsfunktion dieser Verteilung ist

$$(4) \quad P(x) = \binom{x+k-1}{x} u^k (1-u)^x \quad (x = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{Mittelwert: } E(x) = m_1 = k(1-u)/u$$

$$\text{Varianz: } \text{var}(x) = m_2 = k(1-u)/u^2$$

$\frac{m_2}{m_1} > 1$ , die Verteilung ist stärker gehäuft als zufällig.

Die Negative Binomial-Verteilung hat die beiden Parameter  $u$  und  $k$ . Für  $k \rightarrow \infty$ ,  $p \rightarrow 0$  ( $p = 1-u$ ) und  $kp = m$  geht die Negative Binomial-Verteilung in die Poisson-Verteilung über.

Als generalisierter Poisson-Prozeß kann die Negative Binomial-Verteilung<sup>44</sup> ähnlich wie die Neyman Typ A-Verteilung entwickelt werden. Ein großer Unterschied zwischen beiden Verteilungen besteht jedoch darin, daß bei der Negativen Binomial-Verteilung anders als bei der Neyman Typ A-Verteilung auch die "Zentren" der Cluster mit berücksichtigt werden. Eine andere Erweiterung ergibt sich dadurch, daß die Annahme der Gleichzeitigkeit der Ausgangskonfiguration zugunsten einer Entwicklung aufgegeben wird. Aus der Modellbedingung der Unabhängigkeit ist die Quadratgröße so zu bestimmen, daß sie nahezu gleichgroß der Clustergröße ist. Die Verteilung der Objekte innerhalb dieser Quadrate ist dann logarithmisch und das räumliche Gesetz, welches die Verteilung der Objekte um das Zentrum herum bestimmt, scheint kreisförmig normalverteilt.

Die Parameter der Negativen Binomial-Verteilung als generalisierter Poisson-Prozeß können in folgender Weise interpretiert werden (nur nach Erfüllung der Bedingung der Unabhängigkeit zwischen den Quadraten):  $m$  gibt die mittlere Dichte der Objekte je Quadrat an;  $k$ , sehr viel interessanter als  $m$ , kann auf verschiedene Art interpretiert werden. Ausgehend von den Anwendungen der Negativen Binomial-Verteilung in der ökologischen Forschung, wo  $k$  als Maß für die Ausbreitung von Pflanzen gedeutet wird, hat Harvey diesen Parameter als ein Maß für die Diffusionsrate definiert<sup>45</sup>, Rogers verwendet ihn, um die räumliche Verwandtschaft unter Objekten zu messen<sup>46</sup>. Die Quadratgröße ist ein Maß für die Größe des Einflussesbereiches der Zentren. Die Größe der Quadrate ist in etwa ein Maß für das mittlere Informationsfeld in einem Diffusionsprozeß. Harvey zeigt, daß die Anwendungsmöglichkeiten der Negativen Binomial-Verteilung als generalisierter Prozeß wegen der strengen Voraussetzungen des Modells recht begrenzt sind.<sup>47</sup> So ist es unwahrscheinlich, daß mit steigender mittlerer Dichte und Anzahl der Objekte je Cluster die räumliche Anordnung der Objekte in einem Cluster unabhängig von der in einem anderen Cluster ist. Unrealistisch ist ebenfalls die Annahme eines Wachstums ohne obere Dichtegrenze. "As the density of points increases, it becomes more and more unlikely that criteria of logarithmic growth and independence will be met."<sup>48</sup>

Unter diesen Bedingungen ergibt sich eine alternative Ableitung der Negativen Binomial-Verteilung als zusammengesetzter Poisson-Prozeß. Es wird angenommen, daß der zugrundeliegende Prozeß ein Zufallsprozeß (Poisson) ist, und daß die mittlere Dichte nach einer Gamma-Verteilung variiert (die Bedingung der Unabhängigkeit zwischen den Raumeinheiten wird auch in diesem Fall beibehalten). Die Wahrscheinlichkeitsdichte von  $m$  (= Parameter der Poisson-Verteilung) ist dann

$$P(m) = \frac{a^k}{(k)} m^{k-1} e^{-ma} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Die Interpretation der Negativen Binomial-Verteilung als zusammengesetzter Poisson-Prozeß weicht völlig ab von der Zugrundelegung eines generalisierten Poisson-Prozesses: räumliche Inhomogenität und nicht "Ansteckung" ist die Ursache der Anordnung der Objekte.

Damit wird der Parameter  $m$  zur entscheidenden Größe:  $m$  wird als ein Maß räumlicher Inhomogenität, die sich z.B. in unterschiedlicher Bodengüte, unterschiedlicher Bevölkerungsverteilung, sozialer Inhomogenität, in unterschiedlicher wirtschaftlicher Entwicklung usw. ausdrückt, gedeutet. Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhang eine Interpretation, die Deiters<sup>49</sup> vorschlägt: Ausgehend von der Annahme, daß räumliche Inhomogenität der Bevölkerungs- und Kaufkraftverteilung usw. Einfluß besitzen auf die Ausprägung der unteren Reichweite zentraler Güter, ergibt die Negative Binomial-Verteilung ein Lokalisationsmodell für den Fall bedeutender Variation der unteren Reichweite entsprechender zentraler Güter.

Die Bedingung der Unabhängigkeit hat bei der Annahme eines generalisierten Poisson-Prozesses Einfluß auf die Quadratgröße. In diesem Fall (zusammengesetzter Poisson-Prozeß) ist es jedoch außerordentlich schwer, Regeln für die Ermittlung der "richtigen" Quadratgröße anzugeben. Harvey schlägt vor: "... the appropriate size of quadrat should correspond to the size of region. Each region's characteristics should be internally homogeneous and independent of any other region's characteristics. It is obviously difficult to derive any clear rule for the size of quadrat without detailed investigation of the regional structure of the point pattern being studied."<sup>50</sup>

Wie die beiden Verteilungen, die Neyman Typ A- und die Negative Binomial-Verteilung, gezeigt haben, besteht ein entscheidendes Problem darin, daß die gleichen Verteilungen sich aus völlig unterschiedlichen Voraussetzungen ergeben. Echte und scheinbare Ansteckungsprozesse können die gleiche Verteilung erzeugen. Das entscheidende methodologische Problem ist, unter diesen beiden grundlegend unterschiedlichen theoretischen Interpretationen der gleichen Verteilung zu unterscheiden. Ohne die Möglichkeit der Trennung sind Interpretationen im Hinblick auf den räumlichen Prozeß, der das Anordnungsmuster der Objekte bestimmt, wertlos.

Cliff/Ord schlagen als eine Möglichkeit zur Lösung dieses Problems die Benutzung des räumlichen Autokorrelationsmaßes vor: "If the generalised Poisson model holds, each quadrat will be

an independent realisation of the negative binomial provided that it is large enough to contain the entire cluster. Therefore we should find little or no spatial autocorrelation between adjacent quadrats. On the other hand, if the compound Poisson model is true ... then we would expect to detect positive spatial autocorrelation between adjacent quadrats." Diese Feststellungen in Bezug auf die Negative Binomial-Verteilung besitzen auch für andere Poisson-Modelle Gültigkeit.<sup>51</sup>

#### Modifizierte Poisson-Verteilung und zusammengesetzte Negative Binomial-Verteilung

Im folgenden Abschnitt werden zwei spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen für räumliche Verteilungen, die regelmäßiger als zufällig sind, vorgestellt. Sie stellen eine "Zusammensetzung" aus den schon vorgestellten "Basis"-Verteilungen dar und wurden von Dacey für die Analyse von Städtesystemen entwickelt.<sup>52</sup>

Sowohl Negative Binomial-Verteilung als auch Neyman Typ A-Verteilung haben einen Varianz-Mittelwert-Quotienten größer 1, sie beschreiben folglich stärker gehäuft als zufällige räumliche Verteilungen. Allein die Binomial-Verteilung hat einen Varianz-Mittelwert-Quotienten kleiner 1, sie ist bisher das einzige Modell regelmäßiger räumlicher Verteilung.<sup>53</sup>

#### Modifizierte Poisson-Verteilung

Dieses Modell stellt einen räumlichen Verteilungstyp mit einer mehr regelmäßigen oder systematischen Anordnung dar. Dacey beschreibt den zugrundeliegenden Zufallsprozeß mit Hilfe des folgenden Urnenmodells: "Two independent samples are drawn from urns. The first urn contains  $N$  balls, labeled  $1, 2, \dots, N$ . It is assumed that  $N$  is large. From this urn  $n$  balls are drawn without replacement. Then the  $n$  balls are returned to the urn and  $m$  balls are drawn with replacement. Let  $p_1(y)$  denote the probability that any  $i^{\text{th}}$  label is drawn  $y$  times in the first sample, and let  $p_2(z)$  denote the probability that any  $i^{\text{th}}$  label is drawn  $z$  times in the second sample. The probability  $p(x)$

that the  $i^{\text{th}}$  label is drawn  $x$  times in both samples is to be found. Clearly,  $x = y+z$ . Put  $p = n/N$ . In the first sample, a label is drawn at most once and is drawn with probability  $p$ . Hence

$$\begin{aligned} p_1(y) &= p & y &= 1 \\ &= q = 1-p & y &= 0 \\ &= 0 & & \text{otherwise.} \end{aligned} \quad \text{"54}$$

Setzt man  $m_* = m/n$ : die zweite Auswahl folgt der Binomial-Verteilung. Für großes  $N$  wird diese durch die Poisson-Verteilung angenähert, damit ergibt sich

$$p_2(z) = m_*^z e^{-m_*} / z! \quad (z = 0, 1, 2, \dots)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß in beiden Zügen die  $i$ -te Kugel  $x$ -mal gezogen wird, ist für

$$\begin{aligned} y = 1 \text{ und } z = x-1: & \quad p_1(1)p_2(x-1) = pp_2(x-1) \quad \text{und für} \\ y = 0 \text{ und } z = x: & \quad p_1(0)p_2(x) = qp_2(x). \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, eine Kugel  $x$ -mal in beiden Samples zu ziehen, ist gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten

$$p(x) = qp_2(x) + pp_2(x-1).$$

Setzt man für  $p_2(x)$  bzw.  $p_2(x-1)$  die Poisson-Verteilung und für  $1/(x-1)! x/x!$ , so ergibt sich als Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$(5) \quad P(x) = (qm_*^x e^{-m_*} / x!) + (p xm_*^{x-1} e^{-m_*} / x!) \\ (x = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\text{Mittelwert: } E(x) = m_1 = m_* + p$$

$$\text{Varianz: } \text{var}(x) = m_2 = m_1 - p^2$$

$$\text{Für } p > 0 \quad m_2 < m_1, \quad \frac{m_2}{m_1} < 1$$

Parameter:  $p, m_*$

Dacey gibt auch eine räumliche Erläuterung des Urnenmodells: "A spatial analogue of the urn model is obtained by considering a large map partitioned into  $N$  regions of equal area. Objects are assigned to regions by two different sample methods. One, a systematic sample is used to assign one individual to each of  $pN$  different regions. Two, a random sample is used to assign  $m$  individuals to the  $N$  regions ... . The probability

that a region receives  $x$  individuals is  $p(x)$ ."

Nach Dacey ist der Parameter  $p$  der Verteilung "a measure of the bias toward evenness in an otherwise random assignment of objects."<sup>55</sup> Für  $p = 0$  geht die Verteilung in eine einfache Poisson-Verteilung über, für  $p = 1$  erhält jede Raumeinheit wenigstens ein Objekt, und die restlichen  $(m_* - 1)$   $N$  Objekte werden zufällig verteilt.

#### Zusammengesetzte Negative Binomial-Verteilung

Als Erweiterung seines modifizierten Poisson-Modells hat Dacey eine Wahrscheinlichkeitsverteilung vorgelegt<sup>56</sup>, in welcher die Bedingung der Homogenität, d.h. konstanter Parameterwerte aufgegeben wird, und welche damit folgenden Bedingungen genügt:

"(1) the locational process generates an even distribution of places throughout the region, but (2) the parameters of the locational process take on varying values throughout the region."<sup>57</sup> Mit diesen Bedingungen erstrecken sich die Anwendungsmöglichkeiten dieses Wahrscheinlichkeitsmodells weit über die von Dacey selbst vorgenommene Analyse von Städtesystemen hinaus auf sehr viele andere räumlich orientierte Fragestellungen.<sup>58</sup>

Bei der Ableitung dieses Modells wird angenommen, daß die beiden Parameter der modifizierten Poisson-Verteilung selbst Zufallsvariablen sind. Es werden allerdings nur recht einfache Voraussetzungen bezüglich des Types der Variation gemacht. Analog zur Variation des Parameters  $m$  des einfachen Poisson-Modells in der Negativen Binomial-Verteilung (zusammengesetzte Version) wird angenommen, daß der Parameter  $m_*$  der modifizierten Poisson-Verteilung eine Zufallsvariable ist, deren Wahrscheinlichkeitsdichte eine Gamma-Verteilung besitzt.

$$P(m_*) = \frac{a^{l-1}}{\Gamma(l)} m_*^{l-1} e^{-m_* a} \quad m_*, a, l, e > 0$$

Es wird daneben auch eine Variation des Parameters  $p$  angenommen - im Modell der modifizierten Poisson-Verteilung gilt  $p$  als Konstante im Wertebereich 0 bis 1. "For a sufficiently large, diverse region it may be expected to cover most of this range. Because of the multiplicity of forms for the beta distribution, it is reasonable to consider the hypothesis that  $p$  is a beta variate."

Damit ergibt sich als Wahrscheinlichkeitsdichte für p:

$$P(p) = \frac{p^{s-1} (1-p)^{x-1}}{B(r,s)} \quad \begin{matrix} 0 < p < 1 \\ s, r > 0 \end{matrix}$$

wobei  $B(r,s)$  die Beta-Funktion ist.

Unter der Annahme, daß die Verteilung von  $m$  eine Gamma-Variable und die Verteilung von  $p$  eine Beta-Variable ist, ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, daß eine Raumeinheit  $x$  Objekte erhält durch Integration des Produktes aus  $P(x)$ ,  $P(m_*)$  und  $P(p)$  in Bezug auf  $m$  und  $p$ . ( $P(x)$  = Wahrscheinlichkeitsfunktion der modifizierten Poisson-Verteilung)

$$P(x) = \int_0^1 \int_0^\infty P(x) P(p) P(m_*) \, d p \, d m .$$

Nach Dacey ergibt sich nach Umformung und Einsetzen als Wahrscheinlichkeitsverteilung:<sup>59</sup>

$$(6) \quad P(x) = R \frac{(1+x-1)!}{x!(1-1)!} v^1 (1-v)^x + S \frac{(1+x-2)!}{(x-1)!(1-1)!} v^1 (1-v)^{x-1}$$

$$(x = 0, 1, 2, \dots)$$

das bedeutet:

$$P(x) = R f(x; 1, v) + S f(x-1, 1, v)$$

dabei ist  $f(x, l, v)$  = Negative Binomial-Verteilung mit den Parametern  $l$  und  $v$ .

$$\text{Mittelwert: } E(x) = m_1 = S + 1(1-v)/v$$

$$\text{Varianz: } \text{var}(x) = m_2 = S(1-s) + 1 \frac{1-v}{v^2}$$

Die Verteilung hat die Parameter  $S, l, v$ .

Für  $S = 0$  geht die zusammengesetzte Negative Binomial-Verteilung in eine Negative Binomial-Verteilung über. Für  $l \rightarrow \infty$ ,  $(1-v) \rightarrow 0$  strebt  $l(1-v)/v$  gegen  $m_*$  und  $S$  gegen  $p$ , damit strebt die Verteilung gegen die modifizierte Poisson-Verteilung. Negative Binomial-Verteilung und modifizierte Poisson-Verteilung gehen unter den oben genannten Bedingungen in die Poisson-Verteilung über.<sup>60</sup>

#### 4 Quadratgröße und räumliche Autokorrelation

Ein zentrales Problem in der Anwendung der Quadratanalyse ist die Bestimmung der Größe der Quadrate. Im Verfahren der Quadratanalyse werden im allgemeinen beobachtete Häufigkeitsverteilungen mit theoretischen Verteilungen verglichen, die der Gruppe der generalisierten bzw. zusammengesetzten Poisson-Prozesse zuzurechnen sind (s.o.). Im Vergleich zum einfachen Poisson-Prozess mit den beiden Voraussetzungen der Unabhängigkeit und der Gleichwahrscheinlichkeit verzichten die generalisierten und zusammengesetzten Modelle zwar auf die Bedingung der Gleichwahrscheinlichkeit, behalten aber die Bedingung der Unabhängigkeit bei. Alle diese Modelle gehen folglich von Unabhängigkeit zwischen den Raumeinheiten (Quadraten) aus. Diese Voraussetzung muß erfüllt sein, ehe aufgrund der Anpassung eines speziellen Wahrscheinlichkeitsmodells an eine empirische Häufigkeitsverteilung diese als Repräsentation des entsprechenden räumlichen Lokalisationsprozesses angesehen werden kann. Bereits in seiner Untersuchung von 1964 weist Dacey darauf hin, die Unabhängigkeit der Besetzungsdichte benachbarter Raumeinheiten zu testen. Er sieht die Notwendigkeit für einen solchen Autokorrelationstest vor allem in der Unzulänglichkeit der Quadratanalyse, die zweidimensionale Anordnung der Besetzungsdichten der Raumeinheiten bei der Analyse des räumlichen Verteilungsmusters zu berücksichtigen.<sup>61</sup> Dacey geht dabei von einer Definition von räumlicher Verteilung aus, in der angenommen wird, daß räumliche Verteilung aus drei voneinander unabhängigen Komponenten, nämlich pattern, density und dispersion besteht, die in folgender Weise definiert werden: "The pattern of a spatial distribution is the areal or geometric arrangement of the geographic facts within a study area without regard to the size of the study area. The density of a spatial distribution is the overall frequency of occurrence of a phenomenon within a study area relative to the size of the study area. The dispersion of a spatial distribution is the extent of the spread of the geographic facts within a study area relative to the size of the study area."<sup>62</sup> Figur 2 verdeutlicht dieses Konzept.

Fig.2

Eigenschaften räumlicher Anordnungen<sup>63</sup>

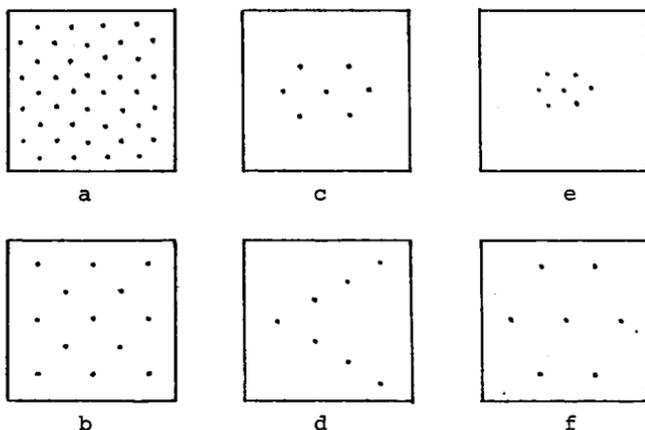


Diagramm a und b haben die gleichen patterns und dispersions, sie unterscheiden sich in der Dichte.  
Diagramm c und d haben die gleichen Dichten und dispersions, sie unterscheiden sich im pattern.  
Diagramm e und f haben die gleichen Dichten und patterns, sie unterscheiden sich in dispersion.

Wenn, wie vorausgesetzt, die Attribute räumlicher Verteilungen voneinander unabhängig sind, ist es nicht möglich, sie über eine Maßzahl zu bestimmen. Die Quadratanalyse selbst ist nicht in der Lage, dies haben die Beispiele Dacey's gezeigt, zwischen Verteilungen, die intuitiv völlig verschieden sind, zu unterscheiden.<sup>64</sup> Dacey schlägt deshalb vor, die Quadratanalyse mit "Nachbarschaftsindicies" zu verbinden. Es scheint, daß auf diesem Wege zwar zusätzliche Kenntnisse gewonnen werden können, grundsätzlich bleibt bei Dacey aber die Frage ungeklärt, in welcher Weise die Maße die beiden Komponenten räumlicher Verteilungen pattern und dispersion reflektieren.<sup>65</sup>

Damit ergibt sich aus zweierlei Hinsicht die Notwendigkeit, außerhalb der Quadratanalyse einen zusätzlichen Test auf Autokorrelation durchzuführen. Der 'contiguity ratio'c von Geary<sup>66</sup> eignet sich als Maß für die Prüfung des Quadratrasters auf räumliche Autokorrelation. Es empfiehlt sich, daß Raster unter-

schiedlicher Quadratgröße verwendet werden und der Autokorrelationskoeffizient der zur Analyse anstehenden Punktverteilung für jedes Raster ermittelt wird.

Ist der Autokorrelationskoeffizient nicht signifikant von 1 verschieden, das heißt sind die Besetzungsdichten benachbarter Quadrate nicht abhängig voneinander, ist die von den stochastischen Modellen gesetzte Voraussetzung (Unabhängigkeit) erfüllt. Damit ist eine notwendige, aber noch keine hinreichende Voraussetzung für eine der jeweiligen räumlichen Verteilung entsprechende Quadratgröße gegeben.<sup>67</sup> Harvey gibt einige Hinweise für den Hypothesentest. "A simple though rather repetitive war around this problem is to choose many different quadrat sizes and to sample repeatedly over the same population distribution. If all frequency distributions are fitted by a Poisson, then the inference that the population is randomly distributed seems more justified. Failure to fit a Poisson distribution, however, may be taken as conclusive evidence of non-randomness in the distribution, since a randomly distributed pattern of points should yield a Poisson distribution irrespective of the size of quadrat chosen."<sup>68</sup>

Eine fehlende Anpassung an eine Verteilung mit bedingten Wahrscheinlichkeiten ist kein Beweis dafür, daß der zugrundeliegende Prozeß die Eigenschaften nicht besitzt; andererseits ist eine erfolgreiche Anpassung ein Beweis dafür, daß der Prozeß diese Eigenschaften besitzt.<sup>69</sup>

## 5 Empirische Analyse

Im Rahmen dieses Beitrages können die Möglichkeiten einer empirischen Anwendung der oben dargestellten stochastischen Modelle in der Analyse innerstädtischer Lokalisationsmuster nur kurz skizziert werden.

Als Untersuchungsobjekt dient die Stadt Ahlen in den dreißiger Jahren des 19. Jahrhunderts. Figur 3 zeigt die Stadt Ahlen in einer verkleinerten Hochzeichnung des preußischen Urkatasters.<sup>70</sup> Die nahezu 26 ha große, fast kreisförmige Stadtfläche hebt sich deutlich durch den im Parzellenraster noch klar erkennbaren spätmittelalterlichen-frühneuzeitlichen Befestigungsring aus dem umgebenden Stadtfeld heraus. In dieser Stadt leben um 1830

gut 2200 Einwohner. Das städtische Areal ist gekennzeichnet durch den Gegensatz zwischen der geschlossenen Bebauung entlang der Hauptdurchgangsstraßen und des Marktplatzes mit relativ großen Hausparzellen und den recht locker bebauten Stadtquartieren mit überwiegend nur kleinparzellierten Grundstücken, die das typische Bild von Hintergassenzügen zeigen. Große geschlossene, nicht überbaute Areale im Bereich ehemaliger mittelalterlicher Wirtschaftshöfe, besonders im Südwesten, und des im Zuge der Säkularisation aufgehobenen und schließlich abgebrochenen Augustinerinnen-Klosters im Norden sowie die zahlreichen Hausgärten prägen das Landnutzungsmuster in der Stadt.

Die Datenbasis der Untersuchung stellt das Preußische Urkataster aus den dreißiger Jahren des vorigen Jahrhunderts. Dabei kommt neben dem Katastermaterial der "Beschreibung der Wohngebäude" eine besondere Bedeutung zu, diese Quelle enthält für jedes Gebäude u.a. folgende Angaben: Eigentümer des Gebäudes, Wert und Ausstattung des Gebäudes, Bauart, Nutzung, Umfang und Art der Nebengebäude, Anzahl der das Gebäude bewohnenden Familien sowie Berufsangaben zu den Haushaltsvorständen.<sup>71</sup>

1830 werden in der Stadt Ahlen 52 verschiedene Berufe gezählt, dies ist ein außerordentlich hoher beruflicher Differenzierungsgrad. Es zeigt sich jedoch bei einer genaueren Analyse, daß sich die gewerbliche Tätigkeit auf wenige Berufe konzentriert, die entsprechend eine hohe Besetzungsdichte aufweisen. Es sind dies vor allem Berufe aus dem Bekleidungssektor wie Schuhmacher, Schneider, Weber u.a. Recht umfangreich ist ebenfalls die Berufsgruppe der Tagelöhner. In den Spezialgewerben ist dagegen die Besetzungsdichte auffallend gering. Häufig sind sie nur durch einen Vertreter repräsentiert. Es sind also vor allem Berufszweige, die Waren oder Dienstleistungen der unteren bis mittleren Bedarfskategorien anbieten, die hohe Besetzungsdichten aufweisen, während die Gewerbebezüge mit Gütern hoher Bedarfskategorie nur schwach vertreten sind. Es wäre aber für das frühe 19. Jahrhundert falsch, wollte man allein die Nachfragehäufigkeit für die starke Besetzung z.B. des Schuhmacher- oder Schneiderhandwerks verantwortlich machen. Es ist vielmehr so, daß ein wesentlicher Grund für starke Belegung

zum Teil mit Anzeichen von Übersetzung, darin zu sehen ist, daß die wachsende Bevölkerung wegen der normal beschränkten Aufnahmemöglichkeiten der Landwirtschaft in gewisse Gewerbezweige, u.a. in das Schuhmacher- und Schneiderhandwerk, drängte. Dieses Phänomen wird auch in Verteilungsmustern der entsprechenden Gewerbe sich widerspiegeln.

Die Interpretationsmöglichkeiten des dargestellten Forschungsansatzes sollen anhand einiger in den Tabellen 3-6 und in einigen Verbreitungskarten (Fig. 4-7) zusammengefaßten Ergebnisse kurz aufgezeigt werden.

Das Problem der Quadratgröße wird im vorliegenden Fall folgendermaßen angegangen: für Quadratnetze unterschiedlicher Gitterbreite wird der Autokorrelationskoeffizient  $c$  nach Geary bestimmt. Für die Analyse der räumlichen Verteilungsmuster werden diejenigen Gitter benutzt, deren Autokorrelationswert<sup>72</sup> nicht signifikant von 1 verschieden ist (vgl. Tab. 1).

Tab. 1

Test auf räumliche Autokorrelation (nach Geary) - Prüfgröße Z

Gewerbe	Anzahl für N Quadrate	Maschenweite (in m)	c	Z
Schmiede, Bäcker, Metzger, ...	80	62,00	0,754	2,00++
Kaufleute, Krämer	572	23,85	0,999	0,02
Schuhmacher, Schneider	238	44,29	1,005	-0,07
Weber	143	47,69	0,934	0,78
Tagelöhner	143	26,96	0,94	1,42
signif. bei $\alpha = 0,10+$	0,05++	0,02+++	0,01++++	

Die Schätzung der Modellparameter wird nach Rogers und Dacey durchgeführt.<sup>73</sup> Das im vorliegenden Fall verwendete Verfahren geht dabei von den Momenten der Verteilung aus. Für den Vergleich der empirischen mit den theoretischen Verteilungen wird der Chi-Quadrat-Anpassungstest benutzt mit  $FG=k-a-1$ , wobei  $FG$ =Freiheitsgrad,  $k$ =Anzahl der Klassen,  $a$ =Anzahl der aus der Stichprobe geschätzten Parameter der theoretischen

Verteilung und P=Überschreitungswahrscheinlichkeit.<sup>74</sup>

Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse für die Kaufleute und Krämer. Dieser Gewerbebezweig bietet von den Berufskategorien her ein sehr differenziertes Bild, sind doch hier sowohl Betriebe, die kurzfristig-periodisch nachgefragte Ware anbieten als auch Betriebe, die Waren der mittleren und zum Teil auch gehobenen Bedarfskategorie anbieten, zusammengefaßt. Es ist zudem noch zu vermuten, daß beim größten Teil der Betriebe das Warensortiment gleichzeitig Waren des kurz- und des mittel- bis langfristigen Bedarfs umfaßt. Aufgrund dieser Situation ist ohnehin schon eine überaus komplexe Standortverteilung zu erwarten, dabei wird das räumliche Muster auch noch dadurch beeinflusst, daß der Absatzmarkt dieses Gewerbebezweiges sich offensichtlich nicht allein auf die Stadt beschränkt, sondern darüber hinaus in das umliegende 'Stadtfeld' und die angrenzenden Kirchspiele hineinreicht, so daß in Abhängigkeit von der Bedeutung dieses 'außerstädtischen' Absatzmarktes eine Standortverteilung zu erwarten ist, die die Erreichbarkeit auch von außerhalb der Stadt widerspiegelt.

Die Ergebnisse der Quadratanalyse bestätigen diese einfachen Überlegungen (vgl. auch Fig. 4). Die Kaufleute und Krämer konzentrieren sich aufgrund von Inhomogenität der Verkehrerschließung im Stadtgebiet auf wenige gut erreichbare Standorte an den Hauptverkehrsstraßen, daraus ergibt sich ein durch die Neyman Typ A- und die Negative Binomial-Verteilung gut anzupassendes räumliches Muster ( $m_1=0,019$ ;  $k=0,395$ ;  $u=0,91$ ;  $w=0,098$ ;  $m_2/m_1=1,10$ ).

Die Gruppe der Kaufleute und Krämer geht in eine umfassendere Gewerbegruppe<sup>75</sup> ein, die sowohl der Versorgung der städtischen Bevölkerung als auch der des Umlandes mit Gütern und Dienstleistungen des kurz- bis mittelfristigen, teils auch des langfristigen Bedarfs dient. Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse für diese Gewerbegruppe. Auch bei dieser Gewerbegruppe erwartet man eine relativ starke räumliche Häufung der Standorte an den verkehrsgünstigen Plätzen innerhalb der Stadt. Auch in diesem Fall spielt räumliche Inhomogenität wieder eine entscheidende Rolle im Lokalisationsprozeß, so daß sich eine von Neyman Typ A-

und Binomial-Verteilung nahezu gleichermaßen gut anzupassende räumliche Anordnung der Standorte ergibt. Die räumliche Konzentration der Standorte ist eindeutig auf die unterschiedliche verkehrliche Erschließung zurückzuführen und nicht das Ergebnis eines "Ansteckungsprozesses" (vgl. Tab. 1) ( $m_1=1,341$ ;  $k=0,742$ ;  $u=0,36$ ;  $w=1,808$ ;  $m_2/m_1=2,81$ ).

Die beiden Gewerbebezüge Schuhmacher und Schneider sind nach der Bedarfskategorie, der von ihnen angebotenen Waren und Dienstleistungen gleich. Für diese Gewerbebezüge ist eine einigermaßen regelmäßige Verteilung wegen der relativen Konstanz der oberen Grenze der Reichweite zu erwarten. Der Absatzmarkt auch dieser beiden Gewerbebezüge umfaßt die Stadt und das flache Land, so daß sich von daher eine räumliche Verteilung ergibt, welches von der regelmäßigen oder zufälligen Anordnung in Richtung auf eine stärkere Häufung abweicht. Das in Figur 5 (Tab.4) dargestellte Verteilungsbild der Standorte des Schneider- und Schuhmacherhandwerks läßt jedoch erkennen, daß offenbar andere Maße als Reichweiterestriktionen standortbestimmende Faktoren sind, zumal sich ihre Standorte überwiegend in den von den Hauptverkehrsstraßen abgelegenen städtischen Arealen - relativ stark geklumpt - befinden. In diesem Verteilungsmuster drückt sich räumliche Inhomogenität insofern aus, als es sich bei den Wohnbereichen in größerer Entfernung von den wichtigen Durchgangsstraßen um offenbar schlechter bewertete Viertel handelt, die überwiegend von Tagelöhnern und Webern bewohnt werden (vgl. Fig. 6 u. 7). Im räumlichen Muster dieser beiden Gewerbebezüge kommt somit in gewisser Weise auch eine "soziale Ansteckung" zum Tragen (vgl. Tab.1) ( $m_1=0,462$ ;  $k=0,753$ ;  $u=0,62$ ;  $w=0,614$ ;  $m_2/m_1=1,61$ ;  $Q=44,30$  m).

Die Standorte des Weberhandwerks, eines Gewerbebezüges, der einmal für den lokalen Markt, dann aber in großem Umfang auch für den überregionalen Markt produziert, zeigt Figur 6. Die Ergebnisse der Quadratanalyse sind in Tab.5 zusammengefaßt. Die Analyse ergibt wiederum einen hohen Grad an Übereinstimmung mit der Neyman Typ A- und der Negativen Binomial-Verteilung. Das Verteilungsmuster mit überzufälligen Häufungen wird dadurch erzeugt, daß in dieser Berufsgruppe offensichtliche Tendenzen

zum "Zusammenwohnen" zu beachten sind, eine Erscheinung, die vor dem Hintergrund starker Konjunkturabhängigkeit gerade dieses Gewerbezweiges eine besondere Bedeutung bekommt (vgl. hierzu c-Wert in Tab.1) ( $m_1=0,724$ ;  $k=0,715$ ;  $u=0,50$ ;  $w=1,013$ ;  $m_2/m_1=2,01$ ;  $Q=47,7$  m).

Von der sozialen Lage (verdeckte Arbeitslosigkeit) ähnlich ist die Situation der Tagelöhner, deren räumliche Verteilung Figur 7 darstellt. Ihre Wohnbereiche sind nahezu identisch mit denen der Weber. Das räumliche Verteilungsbild mit überzufälliger Häufung (Tab. 6) ist ebenfalls das Ergebnis eines Lokalisationsprozesses, in dem Elemente eines sozialen Segregationsprozesses sichtbar werden ( $m_1=0,268$ ;  $k=0,312$ ;  $u=0,54$ ;  $w=0,857$ ;  $m_2/m_1=1,86$ ;  $Q=26,9$  m).

#### Ausblick

Der wahrscheinlichkeitstheoretische Ansatz zur Lokalisationsanalyse räumlicher Verteilungsmuster eröffnet meines Erachtens neue Einblicke in die raum-zeitliche Dynamik räumlicher Strukturen. Dieses Konzept beinhaltet eine Abkehr von den bisherigen mehr oder weniger bloß deskriptiven Vorgehensweisen.

Es soll aber abschließend noch darauf hingewiesen werden, daß die Schwächen dieses Ansatzes bisher vor allem in den wenig realitätskonformen Modellannahmen begründet sind. In dieser Richtung sind in der Zukunft noch weitere Versuche zu unternehmen. Erste Erweiterungsmöglichkeiten hat Rogers<sup>76</sup> entwickelt, indem er zu einer Modellerweiterung in Richtung auf bivariate Verteilungen kommt. Die dargestellten stochastischen Modelle können in diesem Zusammenhang nur als ein erster Ansatz für die Analyse räumlicher Prozesse verstanden werden.

Tab.2

Beobachtete und theoretische Verteilung der Standorte der Kaufleute und Krämer

Anzahl der Standorte im Quadrat	Beobachtete Häufigkeiten	erwartete Verteilungen		
		Poisson	Negative Binomial	Neyman Typ A
0	375	374,3	374,9	375,0
1	13	14,4	13,2	13,1
2	1	0,3	0,8	0,9
3+	0	0,0	0,1	0,0
n =	15	$\chi^2 = (0,142)$	(0,002)	(0,001)
$\bar{x}$ =	0,039			
s <sup>2</sup> =	0,042			

Tab.3

Beobachtete und theoretische Verteilung der Standorte der Schmiede, Bäcker, Metzger, Kaufleute, ...

Anzahl der Standorte im Quadrat	Beobachtete Häufigkeiten	erwartete Verteilungen		
		Poisson	Negative Binomial	Neyman Typ A
0	22	11,5	20,5	23,7
1	8	15,4	9,8	5,2
2	5	10,3	5,5	5,3
3	3	4,6	3,2	3,9
4	3	1,6	1,9	2,5
5	1	0,4	1,2	1,5
6	0	0,1	0,7	0,9
7	1	0,0	0,5	0,5
8	1	0,0	0,3	0,3
9+	0	0,0	0,4	0,3
n =	81	$\chi^2 = 17,861$	1,10	2,11
$\bar{x}$ =	1,341	FG = 3	4	4
s <sup>2</sup> =	3,679	P = -	85 %	75 %

Tab.4

Beobachtete und theoretische Verteilung der Standorte des  
Schuhmacher- und Schneiderhandwerks

Anzahl der Standorte im Quadrat	Beobachtete Häufigkeiten	erwartete Verteilungen		
		Poisson	Negative Binomial	Neyman Typ A
0	76	66,8	73,9	75,0
1	17	30,9	21,1	18,8
2	8	7,1	7,1	8,1
3	4	1,1	2,5	2,8
4	1	0,1	0,9	0,9
5+	0	0,0	0,4	0,4
6	0	0,0	0,1	0,1
n =	49	$\chi^2=15,26$	1,962	0,677
$\bar{x}$ =	0,462	FG= 2	2	2
s <sup>2</sup> =	0,739	P = -	40 %	85 %

Tab.5

Beobachtete und theoretische Verteilung der Standorte des  
Weberhandwerks

Anzahl der Standorte im Quadrat	Beobachtete Häufigkeiten	erwartete Verteilungen		
		Poisson	Negative Binomial	Neyman Typ A
0	55	42,2	52,8	55,2
1	16	30,5	19,0	14,5
2	7	11,1	8,2	9,3
3	5	2,7	3,7	4,6
4	2	0,5	1,7	2,0
5	2	0,1	0,8	0,9
6+	0	0,0	0,4	0,4
n =	63	$\chi^2=14,33$	1,21	0,74
$\bar{x}$ =	0,724	FG= 3	3	3
s <sup>2</sup> =	1,441	P = -	75 %	85 %

Tab.6

Beobachtete und theoretische Verteilung der Standorte der Tagelöhner

Anzahl der Standorte im Quadrat	Beobachtete Häufigkeiten	erwartete Verteilungen		
		Poisson	Negative Binomial	Neyman Typ A
0	260	240,3	258,8	262,4
1	34	64,3	37,3	29,8
2	14	8,6	11,3	14,5
3	4	0,8	4,0	5,2
4	1	0,1	1,5	1,6
5	0	0,0	0,6	0,5
6+	1	0,0	0,2	0,2
n =	84	$\chi^2=19,66$	1,131	1,116
$\bar{x}$ =	0,268	FG= 2	2	2
s <sup>2</sup> =	0,495	P = -	60 %	65 %



Fig.4 Das räumliche Verteilungsmuster der Kaufleute und Krämer

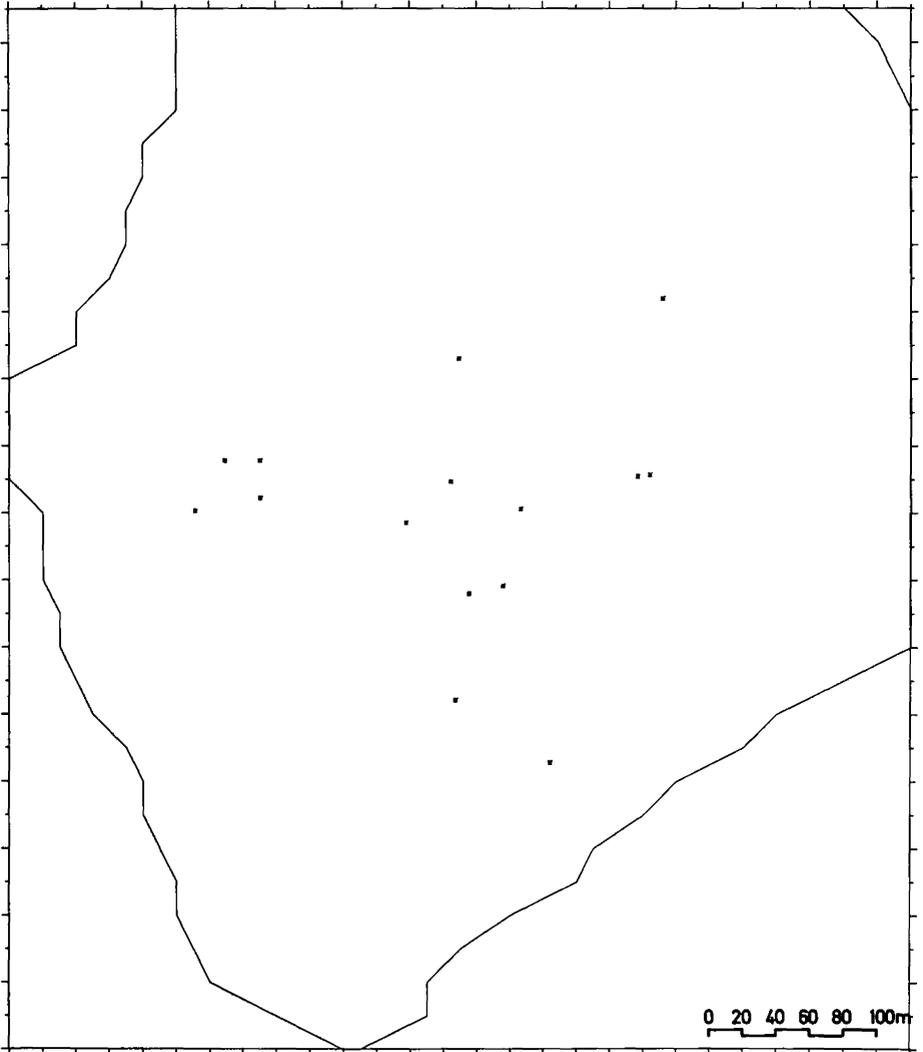


Fig.5 Das räumliche Verteilungsmuster der Schneider und Schuhmacher

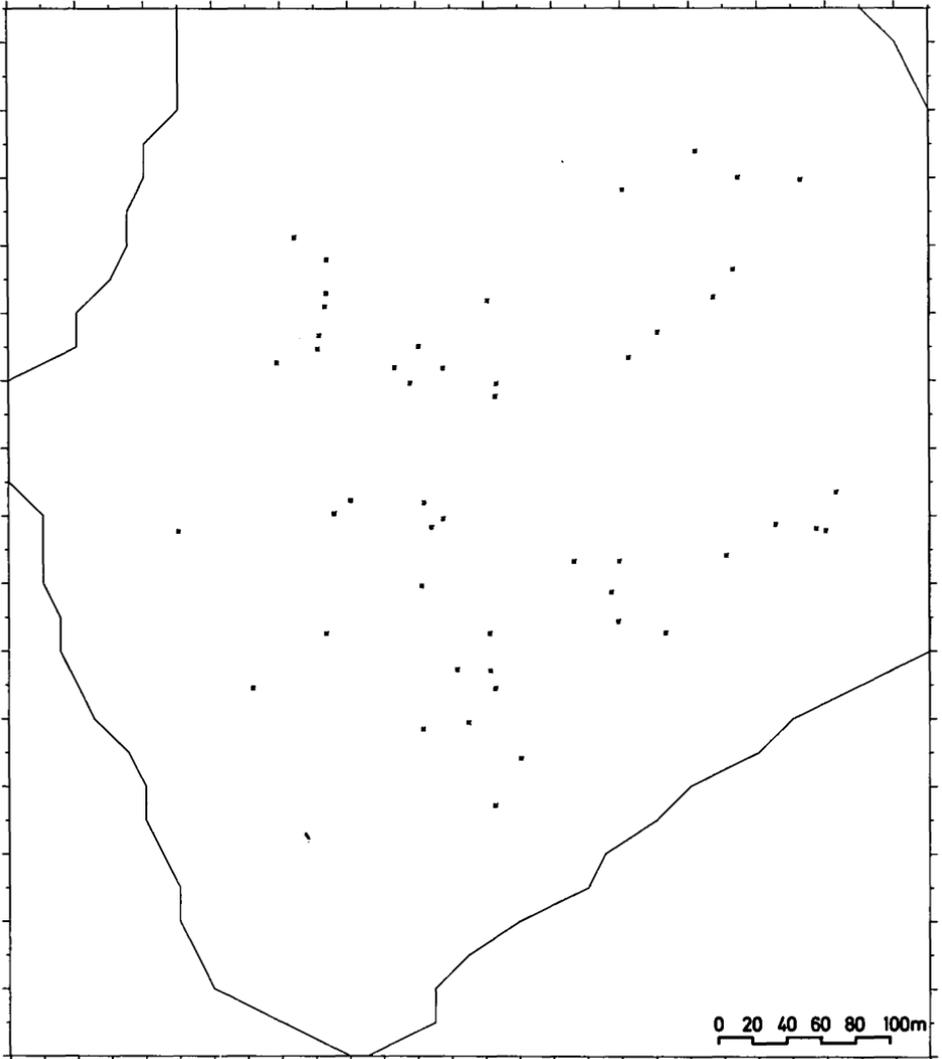


Fig. 6 Das räumliche Verteilungsmuster der Weber

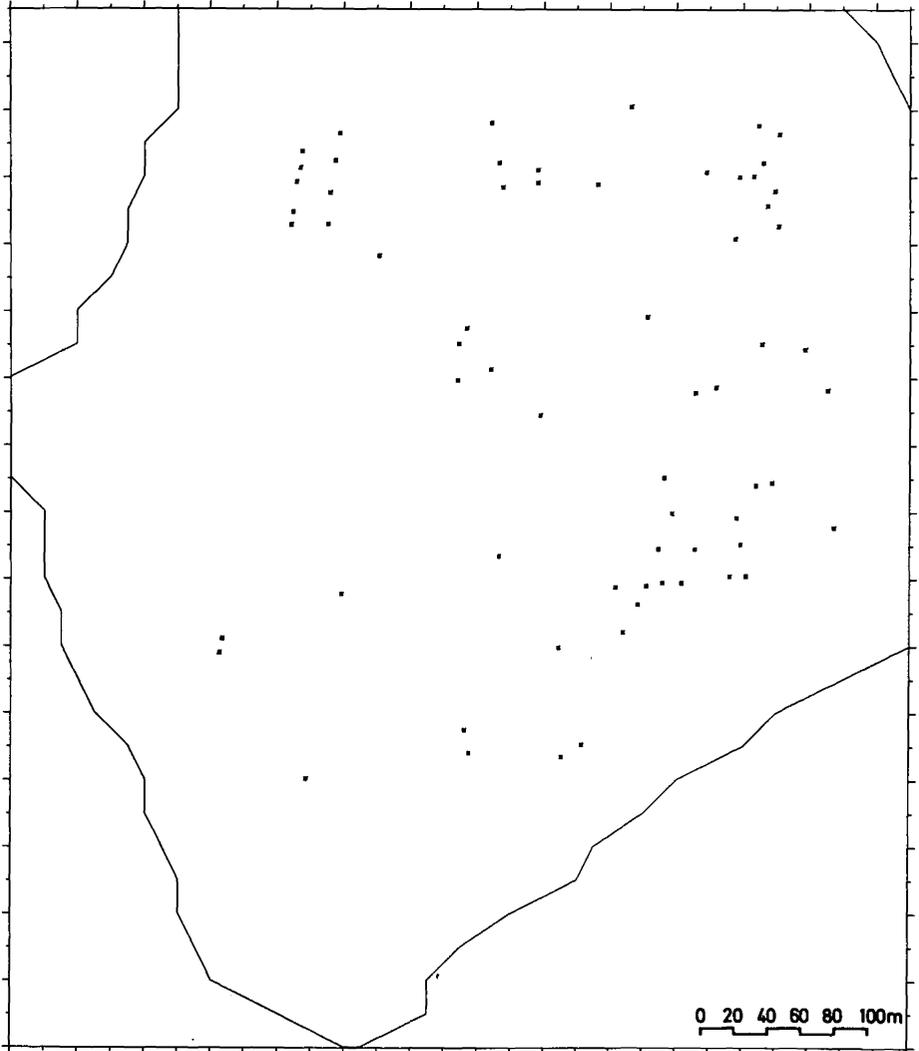
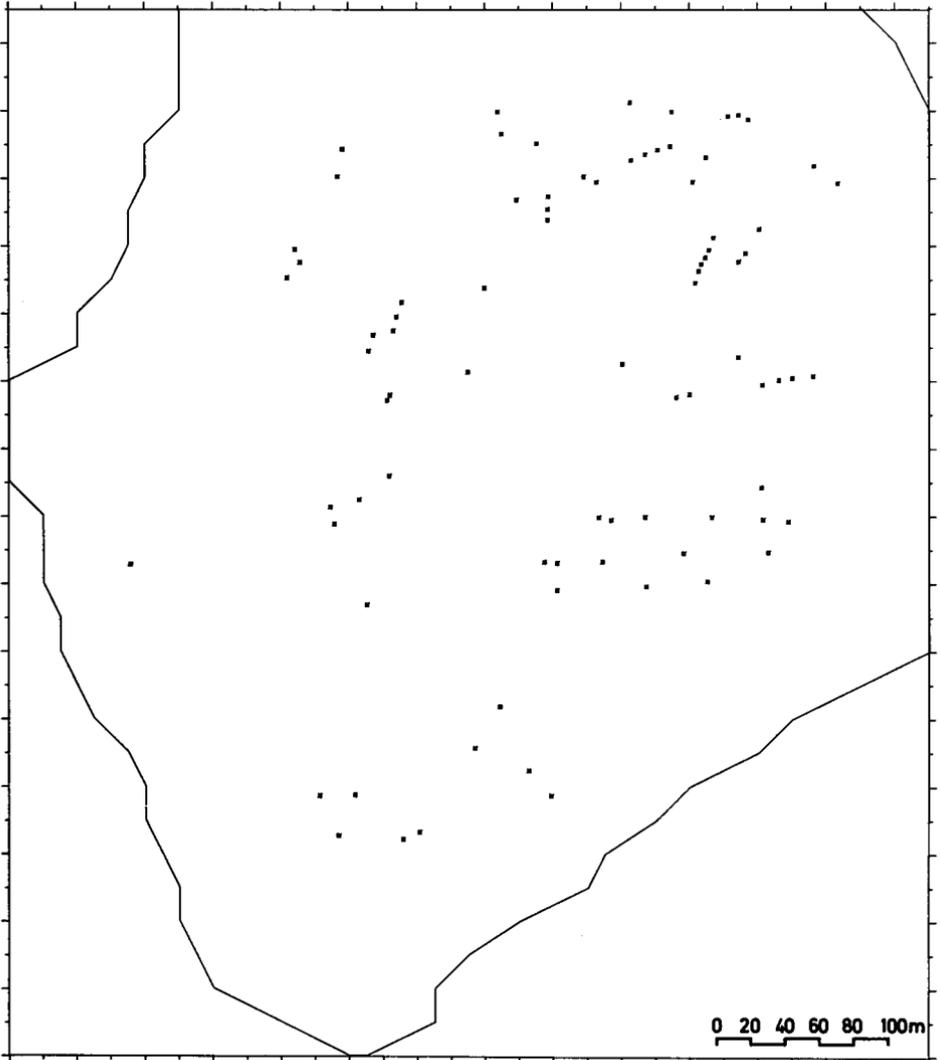


Fig.7 Das räumliche Verteilungsmuster der Tagelöhner



Anmerkungen

- 1 Harvey, D.W., Pattern, Process and the Scale Problem in Geographical Research, in: Transactions of the British Institute of Geographers, 45 (1968), S. 71-78, hier S. 71.
- 2 Ebenda, S. 71.
- 3 Ebenda, S. 71.
- 4 King, L.J., The Analysis of Spatial Form and its Relation to Geographic Theory, in: Annals of the Association of American Geographers, 59 (1969), S. 573-595, hier S. 593 ff.
- 5 Deiters, J., Räumliche Muster und stochastische Prozesse - Lokalisationsanalyse zentraler Orte, in: Giese, E. (Hg.), Symposium "Quantitative Geographie Gießen 1974". Möglichkeiten und Grenzen der Anwendung mathematisch-statistischer Methoden in der Geographie, Gießen 1975, S. 122-140 (= Gießener Geographische Schriften H. 32), hier S. 122.
- 6 Vgl. Dacey, M.F., Potential Conditions of the Theory of Stochastic Point Processes to the Social Science Study of Map Distributions, in: Lewis, P.A.W. (ed.), Stochastic Point Processes. Statistical Analysis. Theory and Applications. New York, London, Sydney, Toronto 1972, S. 878-886 und Hepple, L.W., The Impact of Stochastic Point Theory upon Spatial Analysis in Human Geography, in: Progress in Geography. Vol. 6, London 1974, S. 91-142.
- 7 Dacey, Potential Conditions, S. 873.
- 8 Sobczyk, K., Stochastische Prozesse, in: Dreszer, J. (Hg.), Mathematik. Handbuch für Technik und Naturwissenschaft, Warschau 1975, S. 1100-1126, hier S. 1100.
- 9 Karlin, S. u. Taylor, H.M., A first Course in Stochastic Processes, 2nd ed., New York 1975, S. 31 und Dacey, Potential Conditions, S. 873.
- 10 Dacey, Potential Conditions, S. 873.
- 11 Ebenda, S. 874.
- 12 Ebenda, S. 874.
- 13 Vgl. Clark, P.J. und Evans, F.C., Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationship in Populations, in: Ecology, 35 (1954), S. 445-453.
- 14 Zu den methodischen Problemen des Nächst-Nachbar-Verfahrens vgl. auch de Voos, S., The Use of Nearest Neighbor Methods, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geographie, 64 (1973), S. 307-319.

- 15 Dacey, M.F., The Spacing of River Towns, in: Annals of the Association of American Geographers, 50 (1960), S. 59-61;  
King, L.J., A Quantitative Expression of the Pattern of Urban Settlements in Selected Areas of the United States, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geographie, 53 (1962), S. 1-7.
- 16 Getis, A., Temporal Land-Use Patterns Analysis with the Use of Nearest-Neighbor and Quadrat Methods, in: Annals of the Association of American Geographers, 54 (1964), S. 391-399.
- 17 Dacey, M.F., Order Neighbor Statistics for a Class of Random Patterns in Multidimensional Space, in: Annals of the Association of American Geographers, 53 (1963), S. 505-515;  
Dacey, M.F., Order Distance in an Inhomogeneous Random Point Pattern, in: The Canadian Geographers, 9 (1965), S. 144-153;  
Dacey, M.F., A Probability Model for Central Place Locations, in: Annals of the Association of American Geographers, 56 (1966), S. 550-568.
- 18 Morrill, R.L., On the Arrangement an Concentration in the Plane, in: McConnell, H. V.Yaseen, D.W. (eds.), Models of Spatial Variation, Dekalb/Ill. 1971, S.30-43 (= Perspectives in Geography 1, Northern Ill. Univ.)
- 19 Hepple, Impact, S. 99.
- 20 Auf das Problem der räumlichen Anordnung wird ausführlicher im Zusammenhang mit der Frage der optimalen Quadratgröße und der räumlichen Autokorrelation eingegangen werden (vgl. Kap. 4).
- 21 Harvey, D.W., Geographical Processes and the Analysis of Point Patterns: Testing Models of Diffusion by Quadrat Sampling, in: Transactions of the Institute of British Geographers, 40 (1966), S. 89-95.
- 22 Vgl. Harvey, Problems, S. 71 ff. und King, Analysis, S. 593 ff.  
Zum Problem der Verknüpfung räumlicher Strukturen und Verhaltensmechanismen vgl. King, Spatial Form, S. 595, unter Bezug auf die Arbeiten Dacey's: "In Dacey's work there is a decided emphasis upon the spatial components but also there is always a very formal statement of process. In this case, however, the process involved is a mathematical generating process and certainly not a behavioral one in a social or psychological sense. This is not to suggest that the two conceptions of process are incompatible, on the contrary, but simply to underline the fact that Dacey's work typically relates to aggregative spatial problems for which behavioral mechanisms seemingly have little relevance."
- 23 Dacey, M.F., Modified Poisson Probability Law for Point Pattern More Regular than Random, in: Annals of the Association of American Geographers, 54 (1964), S.559-565.

- 24 Dacey, M.F., An Empirical Study of the Areal Distribution of Houses in Puerto Rico, in: Transactions of the Institute of British Geographers, 45 (1968), S.51-69.  
Dacey, M.F., A Compound Probability Law for a Pattern More Disperse than Random and with Areal Inhomogeneity, in: Economic Geography, 42 (1966), .172-179. Vgl. auch: Deiters, Räumliche Muster.
- 25 Test der Hägerstrandschen Diffusionsdaten durch Harvey, Geographical Processes.
- 26 Hepple, Impact, S. 101; vgl. hierzu auch Dacey, Potential Conditions, S. 873 ff.
- 27 Rogers, A., Statistical Analysis of Spatial Dispersion. The Quadrat Method, London 1974, S. 3.
- 28 Ebenda, S. 13-18.
- 29 Deiters, Räumliche Muster, S. 127.
- 30 Ebenda, S. 127.
- 31 Ebenda, S. 127.
- 32 Vgl. Dacey, M.F., Some Questions about Spatial Distributions, in: Chorley, R.J. (ed.), Directions in Geography, London 1973, S. 127-151, hier S. 146.
- 33 Über den Varianz-Mittelwert-Quotienten können beobachtete Punktverteilungen in Bezug auf ihre Abweichung von den erwarteten Poisson-Realisationen gemessen werden (vgl. Rogers, Statistical Analysis, S. 6-7):  
 $\frac{m_2}{m_1} > 1$ , es liegt eine mehr geklumpfte als zufällig räumliche Verteilung vor.  
 $\frac{m_2}{m_1} < 1$ , es liegt eine mehr regelmäßige als zufällige räumliche Verteilung vor.  
Erwartungswerte theoretischer Momente werden durch  $\Lambda$  gekennzeichnet.
- 34 Deiters, Räumliche Muster, S. 128.
- 35 Ebenda, S. 127.
- 36 Zur Definition von zusammengesetzter und generalisierter Verteilung vgl. Rogers, Statistical Analysis, S.21-22.
- 37 Cliff, A.D. und Ord, J.K., Spatial Autocorrelation. London 1973, S. 58.
- 38 Ebenda, S. 59.
- 39 Diese überwiegend in der ökologischen Forschung entwickelten Wahrscheinlichkeitsverteilungen bedingten bei ihrer Verwendung in der räumlichen Analyse sozialwissenschaftlicher Sachverhalte eine kritische Würdigung. So stellt Hepple, Impact, S. 100 unter Bezug auf Dacey fest: "A further limitation on the geographical application of the ecological stochastic models is that many of the mathema-

- tical assumptions about contagious processes are not very plausible for geographical processes." (Vgl. Dacey, M.F., Some Properties of a Cluster Point Process, in: Canadian Geographer, 13 (1969), S. 128-140).
- 40 Harvey, Problems, S. 86-87.
- 41 Unter der Annahme der Unabhängigkeit zwischen Quadraten liegt die geeignete Quadratgröße dann vor, wenn keine Autokorrelation mehr besteht, siehe dazu Kap. 4.
- 42 Harvey, Problems, S. 92.
- 43 Im Zusammenhang mit der Bedingung der Unabhängigkeit der Quadrate stellt sich das Problem der Bestimmung der angemessenen Quadratgröße und der räumlichen Autokorrelation dazu vgl. Kap. 4.
- 44 Dacey, Study, S. 61 nennt allein sechs verschiedene Modelle, die eine Negative Binomial-Verteilung erzeugen.
- 45 Vgl. Harvey, Processes.
- 46 Vgl. Rogers, A., A stochastic Analysis of the Spatial Clustering of Retail Establishments, in: Journal of the American Statistical Association, 60 (1965), S. 1094-1103.
- 47 Vgl. Harvey, Problems.
- 48 Ebenda, S. 90.
- 49 Deiters, Räumliche Muster, S. 128.
- 50 Harvey, Problems, S. 90.
- 51 Cliff und Ord, Autocorrelation, S. 60.  
Vgl. hierzu auch Harvey, Problems, S. 93.
- 52 Vgl. Dacey, Properties und Dacey, Probability Model.
- 53 Vgl. hierzu Dacey, Probability Model.
- 54 Dacey, Modified Poisson, S. 561.
- 55 Ebenda.
- 56 Vgl. Dacey, Probability Model.
- 57 Dacey, M.F., Probability Law, S. 172.
- 58 Dazu stellt Dacey selbst fest: "It was derived for processes which generate areal regularity throughout inhomogeneous regions. Because many of the phenomena studied by geographers are subject to this type of locational process, the function ... should be suitable for describing, and possibly explaining, the areal distributions of a wide variety of phenomena." (Dacey, Probability Law, S. 179).

- 59 Dacey, Probability Law, S. 175; ders., Probability Model, S. 176.
- 60 Deiters, Räumliche Muster, interpretiert die Verteilungen 1-4 als Grenzfälle der zusammengesetzten Negativen Binomial-Verteilung, die selbst die allgemeinste Form mit variablen Parametern darstellt.
- 61 Dacey, Modified Poisson, S. 564.
- 62 Dacey, Questions, S. 135.  
 Rogers, Statistical Analysis, S. 1 ff. verfolgt einen ähnlichen Ansatz. Er unterscheidet pattern, shape und dispersion und stellt fest, daß jede räumliche Anordnung von Objekten diese drei Eigenschaften besitzt und ausschließlich in diesen Begriffen definiert werden kann. Rogers definiert dabei diese drei Begriffe in folgender Weise:  
 shape = "... a two-dimensional characteristic of a spatial arrangement that is defined by a closed curve ... which delineates the collection of objects and provides an areal measure of their distribution"  
 pattern = "... a zero-dimensional characteristic of a spatial arrangement which describes the spacing of a set of objects with respect to one another"  
 dispersion = "... a one-dimensional characteristic of a spatial arrangement which measures the spacing of a spatial arrangement which measures the spacing of a set of objects in relation to one particular shape of a given area. Thus we may view dispersion as an attribute of a pattern that is located within a particular shape, at a given density" (S. 1-3).
- 63 Vgl. Dacey, Questions, S. 136.
- 64 Dacey, M.F., A County-Seat Model for the Areal Pattern of an Urban System, in: Geographical Review, 56 (1966), S. 527-542, hier S. 529.
- 65 Vgl. hierzu besonders die Lösungsvorschläge von Dacey, Questions, S. 137 ff., vgl. auch Rogers, Statistical Analysis, S. 11.
- 66 Einen solchen Test auf Autokorrelation führt Dacey, Model, durch; vgl. zum 'contiguity ratio' Geary, R.C., The Contiguity Ratio and Statistical Mapping, in: Berry, B.J.L., Marble, D. (eds.), Spatial Analysis, Englewood Cliffs, N.J. 1968, S. 461-478 (Nachdruck aus: The Incorporated Statistician, 5 (1964), S. 115-141). Er hat die Form

$$C = \frac{N-1 \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \delta_{ij} (x_i - x_j)^2}{4A \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

wobei  $N$  = Anzahl der Raumeinheiten ( $i, j = 1, 2, \dots, N$ )

$x_i, x_j$  = Besetzungsdichte der Raumeinheiten

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$\delta_{ij}$  = "Gewichte"  $\delta_{ij} = 1$ , wenn  $i$ -te mit der  $j$ -ten Raumeinheit verbunden, sonst  $\delta_{ij} = 0$

[In der vorliegenden Untersuchung wurde  $\delta_{i,j}=1$  gesetzt, wenn die  $i$ -te Raumeinheit eine gemeinsame Seite mit der  $j$ -ten Raumeinheit hat (vgl. Cliff/Ord, Spatial Auto-correlation, S. 16-17)]

$A$  = Gesamtzahl der Verbindungen von Raumeinheiten (vgl. Cliff/Ord, Spatial Autocorrelation, S. 8)

$C$  ist bei wachsendem  $n$  asymptotisch normal verteilt und als Standortnormalvariable auf Signifikanz zu testen (Z-Test), (vgl. Cliff/Ord, Spatial Autocorrelation, s. 22 ff.)

$C = 1$ , es besteht keine räumliche Autokorrelation

$C < 1$ , es besteht positive räumliche Autokorrelation (räumliche Häufung)

$C > 1$ , es besteht negative räumliche Autokorrelation (Regularität).

67 Deiters, Räumliche Muster, S. 127.

68 Harvey, Processes, S. 84.

69 Ebenda, S. 88-89.

70 Vgl. hierzu auch Stooß, H., (Hg. u. Bearb.), Westfälischer Städteatlas, Lieferung I. Dortmund 1975, Blatt Ahlen.

71 Staatsarchiv Münster, Katasterverwaltung Z Nr. 89. Der 'Beschreibung der Wohngebäude' liegt ein 10spaltiges Erhebungsschema zugrunde:

1. Flur-, Parzellen-, Haus-Nr., Name der Straße
2. Name des Eigentümers
3. Grundfläche von Wohnhaus, Hof, Nebengebäude
4. Anzahl der Zimmer und Kammern (unterschieden nach heizbaren und nicht heizbaren Zimmern), Küche, Keller, Speicher
5. Bauart des Hauses (Hauptwände, Dach)
6. Stallung
7. Nebengebäude (u.a. auch Angaben über den Umfang der landwirtschaftlichen Nutzung im Wohngebäude)
8. Klasse des Hauses
9. Familienzahl
10. Stand

72 Vgl. hierzu u.a. Kaufhold, K.H., Umfang und Gliederung des deutschen Handwerks um 1800, in: Abel, W. u.a., Handwerks-geschichte in neuerer Sicht, Göttingen 1970, S.26-64 (= Göttinger handwerkswirtschaftliche Studien Bd. 16)

- 73 Rogers, Statistical Analysis, S. 31-52 sowie Dacey, Modified Poisson und Dacey, Probability Law.
- 74 Das Programm für die Autokorrelationstests sowie die Quadratanalyse wurden von Herrn Jürgen Pingbeck erstellt, die Berechnungen wurden im Rechenzentrum der Uni Münster durchgeführt  
P > 0,50: Anpassung gut  
0,50 ≥ P ≥ 0,20: Anpassung mäßig  
0,20 > P ≥ 0,05: Anpassung schwach  
P < 0,05: Anpassung fehlend  
Sind die Testvoraussetzungen für die Durchführung des Chi-Quadrat-Test nicht gegeben, werden die Chi-Quadrat-Werte stets in Klammern angegeben.
- 75 In dieser Gruppe sind folgende Gewerbe zusammengefaßt:  
Schmiede, Bäcker, Metzger, Brenner, Brauer, sonstige Ernährungsberufe, Krämer, Kaufleute, Gastwirte.
- 76 Rogers, Statistical Analysis, S. 116 ff.