

Zur Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Meßdifferenz zwischen zwei Meßzeitpunkten einer Panel-Befragung

Kirschner, Hans-Peter

Veröffentlichungsversion / Published Version

Zeitschriftenartikel / journal article

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:

GESIS - Leibniz-Institut für Sozialwissenschaften

Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Kirschner, H.-P. (1986). Zur Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Meßdifferenz zwischen zwei Meßzeitpunkten einer Panel-Befragung. *ZUMA Nachrichten*, 10(18), 21-37. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-210297>

Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

Zur Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Meßdifferenz zwischen zwei Meßzeitpunkten einer Panel-Befragung

1. Einleitung

In ihrem Buch 'Linear Panel Analysis' schlagen Kessler und Greenberg (1981) eine sehr spezifische Art der Beurteilung von Veränderungen, die bei einer Panel-Befragung gemessen werden, vor. Es wird dazu die Varianz der Differenz zwischen zwei Meßzeitpunkten additiv in zwei positive Komponenten zerlegt, die in intuitiv naheliegender Weise eine Interpretation als Maß für strukturellen bzw. individuellen Wandel nahelegen.

In den folgenden Abschnitten wird sowohl eine kritische Würdigung der Kessler-Greenberg-Zerlegung versucht als auch dargestellt, daß eine Weiterführung ihrer Gedankengänge zu einem normierten Maß führt, das sich gut zur vergleichenden Beurteilung von Komponenten der Veränderung eignet und auch Hinweise auf die Qualität von Fragetexten geben kann.

2. Grundlegende Eigenschaften der Kessler-Greenberg-Zerlegung

Geht man aus von einer Stichprobe von Personen (oder abstrakter: Merkmals-trägern) aus einer hypothetischen Population, denen an zwei aufeinanderfolgenden Meßzeitpunkten dieselben Fragen gestellt werden, mißt man die Veränderung von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 bei Vorliegen einer Intervallskala naheliegenderweise durch Differenzenbildung. Hat also Person i zum Zeitpunkt 1 die Antwort x_{1i} und zum Zeitpunkt 2 die Antwort x_{2i} gegeben, würde man sagen, daß keine Veränderung eingetreten ist, wenn $\Delta x_i = x_{2i} - x_{1i}$ gleich Null ist. In Variablenschreibweise wird also Veränderung durch $\Delta X = X_2 - X_1$ repräsentiert.

An Populationsparametern - von denen vorausgesetzt sei, daß sie konsistent schätzbar sind - interessieren vor allem

$s(i)^2$ = Varianz von X_i , $i=1,2$,

$s(1,2)$ = Kovarianz von (X_1, X_2) ,

$r(1,2)$ = Korrelation von (X_1, X_2) ,

$b(2,1)$ = $s(2,1)/s(1)^2$ = Regressionskoeffizient, X_1 unabhängige Variable,

ZUMA

$s(\Delta X)^2 = \text{Varianz von } X_2 - X_1,$

$b(\Delta X, 1) = s(\Delta X, 1) / s(1)^2 = \text{Regressionskoeffizient, } X_1 \text{ unabhängige Variable.}$

Nach den Rechenregeln über Kovarianzen ergibt sich im übrigen unmittelbar die nützliche Äquivalenz $b(\Delta X, 1) = b(2, 1) - 1$.

In den Anwendungen der Theorie in den Abschnitten 3 und 4 werden ohne weiteren Kommentar folgende Schätzungen dieser Populationsparameter verwendet:

$$s(i)^2 = \sum_j (x_{ij} - \bar{x}_i.)^2 / n - 1, \quad s(1, 2) = (\sum_j (x_{1j} - \bar{x}_{1.})(x_{2j} - \bar{x}_{2.})) / n - 1$$
$$r(1, 2) = s(1, 2) / s(1)s(2).$$

Von zentraler Bedeutung bei der Beurteilung des Ausmaßes der Veränderungen von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 ist offensichtlich die Varianz der Veränderung von ΔX , $s(\Delta X)^2$. Sie wird fast verschwinden, wenn sich alle Messungen sehr eng um die 'Winkelhalbierende' gruppieren, wenn also kaum Veränderungen von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 stattfinden, oder, anders gesagt, wenn $b(2, 1)$ - die Steigung der Regressionsgeraden - nahe bei Eins liegt, was wiederum nach obiger Äquivalenz bedeutet, daß $b(\Delta X, 1)$ nahe bei Null liegt.

Andererseits wird $s(\Delta X)^2$ groß werden, wenn, anschaulich gesprochen,

- die 'Punktwolke', die sich durch Auftragen von erstem gegen zweiten Zeitpunkt ergibt, aus der Richtung der Winkelhalbierenden 'herausgedreht' ist, oder/und
- die 'Punktwolke' einen breiten 'Streifen' entlang der Regressionsgeraden beschreibt.

Letzteres wird man eher einem 'Rauschen' zuordnen, was durch - unkoordinierte - individuelle Änderungen hervorgerufen wird, ersteres jedoch eher auf 'funktionale' oder 'strukturelle' Änderungen zurückführen wollen. Als Beispiel hierzu denke man sich ein Scheichtum, das seinen Einwohnern exorbitant hohe soziale Leistungen von Staats wegen gewährte, bevor der Ölmarkt sich für die Produzenten drastisch verschlechterte, und das nach diesem Ereignis die Leistungen strich, so daß Arm und Reich der absoluten Höhe nach gleiche Kürzungen in Kauf nehmen mußten. Hätte man vor der Marktverschlechterung und nach der Marktverschlechterung jeweils einen Meßzeitpunkt gehabt

ZUMA

und dabei die Befragten um eine Einstufung ihrer wirtschaftlichen Situation auf einer 10-Punkte-Skala gebeten, erscheint es sehr plausibel, daß die ganz Reichen in ihrer Lage-Einschätzung bei den Skalenpunkten 9 bzw. 10 bleiben würden, wohingegen bereits Personen mit mittleren Skalenpunkten abrutschen würden zum unteren Ende der Skala, also gegen Eins. Die strukturelle Änderung bewirkt also hier ganz offenbar eine 'Aufsteilung' der Regressionsgeraden (X_2 =abhängige Variable), mithin einen funktionalen Zusammenhang zwischen den Messungen zu beiden Zeitpunkten, der zu dem individuellen 'Rauschen' hinzutritt bzw. sich mit ihm überlagert.

Kessler und Greenberg (1981:51) geben nun eine formale Darstellung von $s(\Delta X)^2$ an, die den Gedanken der Zerlegung von Veränderung in einen strukturellen und einen individuellen Einflußfaktor in konkretes numerisches Geschehen umsetzen soll:

$$\underline{s(\Delta X)^2 = s(1)^2 b(\Delta X, 1)^2 + s(2)^2 (1 - r(1, 2))^2}, \quad (1)$$

wobei der erste Summand für strukturelle, der zweite für individuelle Änderung steht.

Eine kritische Würdigung der Zerlegung von $s(\Delta X)^2$ hat zu diskutieren:

- Werden wenigstens Extremfälle von Veränderung 'richtig' wiedergegeben?
- Werden darüber hinaus strukturelle bzw. individuelle Veränderungen angemessen von der Zerlegung 'bemerkt', wenn man sie von vorneherein in ein Modell einbaut? Wie steht es mit der Trennschärfe der Zerlegung?
- In welchem relativen Größenverhältnis stehen beide Summanden zueinander (s. Abschnitt 3)?
- Wie brauchbar ist die Zerlegung in der Forschungspraxis (s. Abschnitt 4)?

Als einen ersten Extremfall betrachte man die Situation, daß die beim Auftrag von X_1 gegen X_2 entstehende Punktwolke sich als Schlauch darstellt, der symmetrisch die Winkelhalbierende umfaßt. $b(\Delta X, 1) = b(2, 1) - 1$ ist dann nahe Null und - wegen des individuellen Rauschens um die Regressionsgerade herum - wird $r(1, 2)$ klein, der zweite Summand also groß sein. Die erste Komponente - struktureller Wandel - verschwindet demnach fast vollständig

ZUMA

und die zweite liegt ungefähr in der Größenordnung von $s(2)^2$. Die Zerlegung von $s(\Delta X)^2$ entspricht demnach gut dem anschaulichen Befund.

Umgekehrt wird bei einer Steigung der Regressionsgeraden, die entweder wesentlich unter Eins (der Steigungswinkel ist kleiner als 45° , $b(2,1)$ kleiner als Eins) oder aber wesentlich über Eins liegt, der erste Summand u.U. erheblich größer als Null werden - was er ja auch soll - und der zweite Summand wird davon beeinflusst, ob individuelle Änderungen in nennenswertem Umfang vorliegen ($r(1,2)^2$ wird kleiner) oder nicht.

Etwas schärfer fassen läßt sich das Verhalten von (1), wenn man ein spezifiziertes Modell vorgibt und überprüft, ob die Zerlegung von (1) dem Modell entsprechend reagiert. Dies sei an einem einfachen Beispiel erläutert:

Wir wollen annehmen, daß die Messung zum Zeitpunkt 2 linear davon abhängt, welcher Wert dem Befragten zum Zeitpunkt 1 zugeschrieben wurde, und daß eine Komponente Y individueller zufälliger Veränderung hinzutritt,

$X_2 = (aX_1+c)+Y$ mit Konstanten a und c, sowie der Variablen Y mit $s(Y)^2 = \epsilon^2$ und $s(Y, X_1)$ nicht notwendig Null. Letztere Annahme ist gerechtfertigt durch den Umstand, daß individuelle Veränderungen in den Randbereichen einer Skala sehr häufig von geringerer Größenordnung sind als solche im Mittelbereich. Nach sehr einfachen algebraischen Manipulationen erhält man für dieses Modell

$$s(\Delta X)^2 = \left\{ (a-1)s(1) + \left[\frac{s(Y, X_1)}{s(1)} \right] \right\}^2 + \left\{ \epsilon^2 - \left[\frac{s(Y, X_1)}{s(1)} \right]^2 \right\}. \quad (2)$$

Man sieht zunächst, daß für den Fall völlig fehlenden strukturellen Wandels $a=1$ - bis auf individuelle Veränderungen und einer Parallelverschiebung der Winkelhalbierenden um den Betrag c bleibt alles beim alten - in (2) in der Tat zwar ein Teil des ersten Summanden verschwindet, die Koppelung von Y und X_1 über $s(Y, X_1)$ jedoch zu einem Überströmen von Varianz vom zweiten Summanden in den ersten Summanden führt, was strukturellen Wandel indiziert, obwohl keiner vorhanden ist. Allgemein bedeutet (2), daß unter diesem Modell die Zerlegung in dem Maße an Trennschärfe einbüßt, je ausgeprägter die Wechselwirkung zwischen individueller Änderung und Skaleneigenschaften ist. Man wird diesen auch intuitiv naheliegenden Befund ohne weiteres auf verwickeltere Modelle verallgemeinern können, indem man sagt, daß

ZUMA

eine Kovarianz zwischen individueller Veränderung und den Ergebnissen aus der ersten Messung tendenziell in (1) den individuellen Anteil vermindert und den strukturellen vergrößert.

Fragt man nach der Trennschärfe der Zerlegung (1), ist damit notwendig die Frage verbunden, ob denn diese Varianzaufspaltung unter ungünstigen Umständen unbrauchbare Artefakte liefert. Die Antwort ist leider 'ja', und im folgenden wird dies mit Hilfe eines Beispiels erläutert, in dem die Variablen (typischerweise) sehr wenige, d.h. drei Kategorien besitzen.

Im Falle von Skalen mit sehr wenigen Punkten äußern sich die Übergänge von Zeitpunkt 1 zu Zeitpunkt 2 bei einer Veränderung in 'Quantensprüngen', wohingegen das der Formel (1) zugrundeliegende Konzept von stetigen Übergängen ausgeht, die sich auf einer 'langen' Skala abspielen. Individuelle Veränderungen von einem Ende einer solchen Skala zum anderen würden die klassische Wirkung von 'Ausreißen' haben und den prozentualen Anteil des 'individuellen Wechsels' erheblich beeinflussen. Liegt hingegen etwa eine Skala mit drei Punkten, 1,2 und 3, vor, muß man damit rechnen, daß inhaltlich u.U. bedeutsame Wechsel von der Kategorie 1 zur Kategorie 3 mitnichten zur deutlichen Anhebung dieses Varianzanteils führen. Ein - nicht pathologisches - Beispiel möge dies verdeutlichen:

Gegeben sei eine Skala mit den Werten 1,2 und 3; die Messungen zu den Zeitpunkten 1 und 2 haben zu der folgenden Oberströmmatrix geführt:

Oberströmmatrix 1:

		Zeit 2			
		1	2	3	
Zeit 1	1	90 18.8%	10 2.1	0 0.0	100
	2	10 2.1	90 18.8	100 20.8	200
	3	0 0.0	120 25.0	60 12.5	180
		100	220	160	480

ZUMA

$s(1) = 0.746$, $s(2) = 0.726$, $r(1,2) = 0.540$; man erhält also für den prozentualen Anteil individuellen Wechsels den Wert 74.9%. Man könnte dies so interpretieren, daß bei fast gleichen Varianzen selbst die hohe Zahl von 120 Übergängen $3 \rightarrow 2$ diesen Anteil eher gering ausfallen läßt (vgl. Tabelle 2!), zumal auch Übergänge in den Extremkategorien nicht stattfinden, also alle Masse der zweidimensionalen Verteilung auf Haupt- und Nebendiagonalen konzentriert ist.

Es liegt nun die Frage sehr nahe, ob es bei gleichen Randverteilungen, also insbesondere gleichen Werten für $s(1)$ und $s(2)$ und gleichem $r(1,2)$ eine Oberströmmatrix gibt, die gänzlich anders strukturiert ist als die Oberströmmatrix 1. Dies ist in der Tat der Fall:

Oberströmmatrix 2:

		Zeit 2			
		1	2	3	
Zeit 1	1	75 15.6%	5 1.0	20 4.2	100
	2	0 0.0	180 37.5	20 4.2	200
	3	25 5.2	35 7.3	120 25.0	180
		100	220	160	480

Man rechnet sofort aus, daß auch für diese Oberströmmatrix gilt $s(1) = 0.746$, $s(2) = 0.726$, $r(1,2) = 0.540$. Beide Matrizen unterscheiden sich jedoch beträchtlich in ihrer Struktur; bei der ersten liegen 50% der Fälle auf der Hauptdiagonalen (keine Veränderung) und 50% der Fälle auf beiden Nebendiagonalen, Übergänge von einer Extremkategorie zur anderen kommen nicht vor. Bei der zweiten Matrix liegen 78.1% der Fälle auf der Hauptdiagonalen, 12.5% auf der Nebendiagonalen und in 9.4% aller Fälle findet ein Übergang $1 \rightarrow 3$ bzw. $3 \rightarrow 1$ statt. Eine höhere Stabilität - mehr Fälle auf der Hauptdiagonalen - verbindet sich also mit erheblicher, eher als 'individuell' einzustufender Veränderung - eben dem Wandern von einer Extremkategorie zur anderen. Je nach inhaltlicher Wichtung der Wechsel von 1 nach 3 bzw. 3 nach 1 wird man also die zweite Oberströmmatrix in bezug

auf den Anteil individueller Veränderung anders als die erste bewerten, wohingegen der prozentuale Anteil individueller Veränderung für beide gleich ist. Man ist also bei der Verwendung von Skalen mit nur wenigen Punkten gehalten, die Interpretation der Zerlegung (1) stets abzustützen durch inhaltlich bedeutsame Struktureigenschaften der Überströmmatrix, mithin durch Diskussion der sonstigen Randbedingungen.

3. Ein normiertes Maß für individuellen Wandel

Ein Wert für den prozentualen Anteil individuellen Wandels in der Kessler-Greenberg-Zerlegung (1) von z.B. 70% mag zwar auf den ersten Blick sehr hoch erscheinen; man wird jedoch einer solchen Zahl keine große Bedeutung beimessen wollen, wenn man etwa weiß, daß unter den gegebenen Randbedingungen ein viel kleinerer Prozentwert gar nicht möglich ist. M.a.W. über die Varianzzerlegung von Kessler und Greenberg hinaus wird ein normiertes Maß benötigt, das es erlaubt zu sagen, daß für die eine Variable der Anteil individueller Veränderung hoch und für die andere Variable niedriger ist, ein Maß also, das komparative Analysen erlaubt. Dieser Abschnitt ist der Herleitung einer solchen Kenngröße gewidmet.

Es bezeichne 'struk' den ersten Summanden in (1), also

$\text{struk} = s(1)^2(1-b(2,1))^2$, und 'indiv' den zweiten Summanden, also $\text{indiv} = s(2)^2(1-r(1,2))^2$; $\text{indiv}(\%)$ sei der prozentuale Anteil von indiv an $s(\Delta)^2 = \text{struk} + \text{indiv}$, also

$$\begin{aligned}\text{indiv}(\%) &= \frac{\text{indiv}}{\text{indiv} + \text{struk}} \cdot 100 \\ &= \left(1 + \frac{\text{struk}}{\text{indiv}} \right)^{-1} \cdot 100.\end{aligned}$$

Man zeigt leicht, daß der in $\text{indiv}(\%)$ bestimmende Quotient $\text{struk}/\text{indiv}$ sich schreiben läßt als

$$\frac{\text{struk}}{\text{indiv}} = \frac{1-r(1,2)}{1+r(1,2)} \cdot \left(1 - \frac{1-s(1)/s(2)}{1-r(1,2)} \right)^2 \quad (3)$$

ZUMA

Formel (3) besagt, daß $\text{indiv}(\%)$ eine Funktion von $r(1,2)$ und dem Quotienten $s(1)/s(2)$ ist, m.a.W. entscheidend für den Wert von $\text{indiv}(\%)$ ist die Korrelation zwischen beiden Meßreihen - sie wird in aller Regel positiv sein - und das Verhältnis beider Standardabweichungen zueinander. $\text{indiv}(\%)$ läßt sich also bereits mit Hilfe der zweidimensionalen Größe $(r(1,2), s(1)/s(2))$ darstellen. Bemerkenswert ist ferner, daß bei positivem $r(1,2)$ der erste Faktor auf der rechten Seite in (3) tendenziell sehr viel kleiner als Eins ist, was nur durch einen 'großen' Quotienten $s(1)/s(2)$ wieder wettgemacht werden kann, wenn also die Varianz bei der zweiten Meßreihe deutlich kleiner ist. Ein unter Eins fallender Varianzquotient führt also tendenziell zu hohen Anteilen individueller Änderungen. Wie wichtig die Größe $s(1)/s(2)$ ist, kann man der folgenden Tabelle 1 entnehmen, die $\text{indiv}(\%)$ in Abhängigkeit von $s(1)/s(2)$ und $r(1,2)$ wiedergibt.

Die letzte bzw. vorletzte Zeile von Tabelle 1 enthalten den maximalen Wert, den $\text{indiv}(\%)$ bei festgehaltenem Quotienten $s(1)/s(2)$ erreichen kann ($\%_{\text{max}}$), sowie das zugehörige $r(1,2)=r_{\text{max}}$. Einen Sonderfall stellt $s(1)/s(2)=1$ dar, da $\text{indiv}(\%)$ mit wachsendem $r(1,2)$ ebenfalls (monoton) wächst, einen maximalen Wert für $r(1,2) < 1$ jedoch nicht erreicht.

Man entnimmt Tabelle 1 unmittelbar, daß in einem forschungspraktisch wichtigen Bereich (dick umrandet) der individuelle Anteil an Veränderung in der Zerlegung (1) teilweise sehr stark überwiegt und daß eine Vergrößerung der Varianz beim zweiten Meßzeitpunkt relativ unabhängig vom Wert für $r(1,2)$ zu einem hohen individuellen Anteil in (1) führt. Dieser Sachverhalt kann leider zu krassen Fehlinterpretationen führen, da natürlich auch eine strukturelle Änderung bei ansonsten 'normalem' individuellen Rauschen zu einer Punktwolke führen kann, die 'steiler' als 45° ist, und so bei 'üblichem' Wert von $r(1,2)$ der Wert von $s(2)$ größer ist als der von $s(1)$.

Charakteristisch für alle Spalten von Tabelle 1 ist es, daß mit steigender Korrelation $\text{indiv}(\%)$ entweder monoton mitwächst wie für $s(1)/s(2)=1$, oder aber bis zu einem Maximum ansteigt, um danach wieder zu fallen. Letzteres sieht man sehr deutlich z.B. für $s(1)/s(2)=1.15$, wo ein Anstieg von 43.1% ($r(1,2)=0$) auf 75.6% ($r(1,2)=0.87$) und danach ein Abfall auf 70.9% ($r(1,2)=0.95$) zu verzeichnen ist. Es wurde im übrigen bewußt darauf verzichtet, $\text{indiv}(\%)$ für größere Werte als 0.95 für $r(1,2)$ auszuweisen, da

Tabelle 1: indiv (%) in Abhängigkeit von $s(1)/s(2)$ und $r(1,2)$

$r(1,2)$	$s(1)/s(2)$											
	0.70	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.30	1.40
0	67.1	61.0	58.1	55.2	52.6	50.0	47.6	45.2	43.1	41.0	37.2	33.8
0.40	90.3	84.0	80.6	77.1	73.5	70.0	66.5	63.2	59.9	56.8	50.9	45.7
0.50	94.9	89.3	86.0	82.4	78.7	75.0	71.3	67.6	64.0	60.5	54.0	48.1
0.60	98.5	94.1	91.1	87.7	83.9	80.0	76.0	71.9	67.9	64.0	56.6	50.0
0.70	100	98.1	95.8	92.7	89.1	85.0	80.6	76.1	71.6	67.1	58.6	51.0
0.80	97.3	100	99.3	97.3	94.1	90.0	85.2	80.0	74.6	69.2	59.0	50.0
0.90	82.6	95.0	98.7	100	98.7	95.0	89.4	82.6	75.2	67.9	54.3	43.2
0.95	60.9	81.3	90.7	97.5	100	97.5	90.7	81.3	70.9	60.9	44.3	32.5
r_{max}	0.70	0.80	0.85	0.90	0.95	/	0.95	0.91	0.87	0.83	0.77	0.71
%max	100	100	100	100	100	/	90.7	82.6	75.6	69.4	59.2	51.0

ZUMA

diese praktisch sehr selten vorkommen und man in solchen Fällen ohnehin nicht mehr von nennenswerter Veränderung, egal welcher Art, ausgehen würde.

Die Spalten von Tabelle 1 geben insgesamt einen groben Überblick über den 'Wertebereich' von $\text{indiv}(\%)$ bei gegebenem $s(1)/s(2)$. Sie zeigen, daß der Term für strukturellen Wandel in (1) gänzlich unabhängig von $r(1,2)$ erst zum Tragen kommt, wenn $s(2)$ deutlich kleiner wird als $s(1)$. Für $r(1,2) \geq 0.6$ und $r(1,2) \leq 0.9$ wird $\text{indiv}(\%)$ immerhin erst für Werte $s(1)/s(2) > 1.4$ kleiner als 43%!

Die Zerlegung (1) führt also erst dann zu einem höheren Wert des Anteils für strukturelle Veränderung, wenn die Situation insofern schon sehr 'eindeutig' ist, als eine zum zweiten Meßzeitpunkt deutlich verringerte Varianz eine 'nach unten' gedrehte Punktwolke signalisiert.

Für ein normiertes Maß, das den Anteil individuellen Wandels in der Kessler-Greenberg-Zerlegung repräsentieren soll, bietet sich offenbar als Bezugsgröße dasjenige Intervall an, das $\text{indiv}(\%)$ bei festgehaltenem $s(1)/s(2)$ - also festgehaltenen Randverteilungen - durchläuft, wenn $r(1,2)$ von 0 bis 0.95 steigt. Bezeichnen $\%_{\max}$ bzw. $\%_{\min}$ den größten bzw. kleinsten Wert des Bezugsbereichs, wird also berechnet - und in Tabelle 2 ausgewiesen -

$$\text{indiv relativ} = \frac{\text{indiv}(\%) - \%_{\min}}{\%_{\max} - \%_{\min}}.$$

Erhält man z.B. für eine Variable die Konstellation $s(1)/s(2)=1.15$ und $r(1,2)=0.70$, ist nach Tabelle 1

$$\text{indiv relativ} = \frac{71.6 - 43.1}{75.6 - 43.1} = \underline{0.877}.$$

Die Werte für $\%_{\max}$ und $\%_{\min}$ ($= (1+(s(1)/s(2))^2)^{-1} \cdot 100$) sind im übrigen wegen nicht-linearen Verhaltens von $\text{indiv}(\%)$ nicht aus Tabelle 1 interpretierbar, sondern müssen für beide Werte von $s(1)/s(2)$ und $r(1,2)$, die nicht von Tabelle 2 abgedeckt werden, gesondert berechnet werden. Die Formel zur Berechnung von $\%_{\max}$ erhält man in üblicher Weise durch Differenzieren des Ausdrucks für $\text{indiv}(\%)$ nach r .

ZUMA

Der Diskussion von 'indiv relativ' dient der gesamte folgende Abschnitt 4.

4. Anwendungen für Variablen aus der ALLBUS-Test-Retest-Studie

Die beiden vorigen Abschnitte haben gezeigt, daß einerseits die Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Differenz der Messungen zu jeweils zwei Zeitpunkten theoretisch gesehen zwar eine hohe Plausibilität aufweist, daß andererseits jedoch die Gefahr, auf Artefakte hereinzufallen, durchaus gegeben ist. In diesem Abschnitt wird daher untersucht, wie es mit der Praxis-Fähigkeit dieser Varianzzerlegung steht, d.h. es wird für Variablen aus völlig unterschiedlichen Bereichen diskutiert, ob die Aufspaltung in strukturelle und inhaltliche Veränderung zu schwer verständlichen numerischen Ausprägungen führt, oder ob klare und im vorhinein zu vermutende Muster resultieren.

Datenbasis ist die Test-Retest-Studie, die im Anschluß an den ALLBUS 1984 in zwei Wellen (mit Hauptstudie drei Wellen) durchgeführt wurde, und zwar vom 15.4.1984 bis zum 8.8.1984. Die zweite Welle der Befragung lief in der dritten bis fünften Woche nach der Hauptstudie, die dritte Welle in der siebten bis neunten Woche. Das Ausgangsbrutto der zweiten Welle war n=210, und es konnten 181 Interviews realisiert werden, wobei dieses Ausgangsbrutto der dritten Welle sich schließlich auf 154 erfolgreiche Befragungen während der dritten Welle verringerte. Der Fragebogen wurde gegenüber der Haupterhebung um etwa 1/3 der Befragungszeit gekürzt.

Aus dem Fragenprogramm wurden die folgenden vier Variablen einer eingehenden Analyse unterzogen:

F3 Eigene wirtschaftliche Lage

3	Wie beurteilen Sie heute Ihre <u>eigene</u> wirtschaftliche Lage: <i>INT.: Antwortvorgaben vorlesen</i>	sehr gut	1
		gut	2
		teils gut/teils schlecht . . .	3
		schlecht, oder	4
		<u>sehr schlecht</u>	5
		weiß nicht	8 9

ZUMA

Hier und bei den anderen drei Variablen ist der Fragetext aus dem Fragebogen wiedergegeben; F3 war die dritte Frage in der Fragensukzession der Haupterhebung.

F35c Offene Gesellschaft

C	Die Bundesrepublik ist eine offene Gesellschaft. Was man im Leben erreicht, hängt nicht mehr vom Elternhaus ab, aus dem man kommt, sondern von den Fähigkeiten, die man hat, und der Bildung, die man erwirbt	1	2	3	4	8
---	---	---	---	---	---	---

S20 Konfession / S21 Kirchgang

S20	Welcher Religionsgemeinschaft gehören Sie an?	der evangelischen Kirche (ohne Freikirchen)	1	S21
		einer evangelischen Freikirche	2	
		der römisch-katholischen Kirche	3	
		einer anderen christlichen Religionsgemeinschaft	4	
		einer anderen, nicht christlichen Religionsgemeinschaft	5	
		keiner Religionsgemeinschaft	6	
		9		S22
S21	Wie oft gehen Sie im allgemeinen zur Kirche: <i>IMP.: Antwortvorgaben vorlesen</i>	mehr als einmal in der Woche	1	
		einmal in der Woche	2	
		ein- bis dreimal im Monat	3	
		mehrmals im Jahr	4	
		seltener	5	
		nie	6	
		9		

S20 ist die zwanzigste Frage im Statistikteil = Demographieteil in der Sukzession der Fragen im Fragebogen für die Haupterhebung.

In Tabelle 1 wurde dargestellt, welchen prozentualen Anteil der Zerlegungsterm für individuelle Veränderungen an der Gesamtvarianz der Veränderung =

ZUMA

Differenz besitzt, und zwar für praktisch relevante Werte von $s(1)/s(2)$ und $r(1,2)$. Die deutlich zu identifizierenden Wertebereiche des Anteils prozentualer Veränderung, $\text{indiv}(\%)$, führten über einen unsymmetrischen Ansatz - Variation von $\text{indiv}(\%)$ bei festem Varianzquotienten und frei laufender Korrelation $r(1,2)$ - zu einem Bezugsintervall für $\text{indiv}(\%)$ und damit zum normierten Maß "indiv relativ". Die folgende Tabelle 2 gibt für alle vier Variablen in erster Linie diese Kenngröße wieder, zusammen mit weiteren wichtigen Zerlegungskomponenten.

Die Nomenklatur in Tabelle 2 ist so zu verstehen, daß Quotient $\text{Std}'s=s(1)/s(2)$ oder $s(2)/s(3)$ oder $s(1)/s(3)$, je nachdem ob $W1 \rightarrow W2$ (Übergang von Welle 1 zu Welle 2) oder $W2 \rightarrow W3$ oder $W1 \rightarrow W3$ vorliegt. "indiv relativ" in Spalte 1 wurde zu Beginn dieses Abschnitts definiert, die Bedeutung von $\text{struk}(\%) + \text{indiv}(\%)$ bzw. r ist klar (Spalten 3 und 4).

Generell muß zur Interpretation der vier Variablen vorweggeschickt werden, daß bei der Kürze der Abstände zwischen den Wellen deutliche Effekte struktureller Änderung überraschend wären, selbst von Welle 1 zu Welle 3. Selbstverständlich sind Lerneffekte immer als eine Art struktureller Veränderung vorhanden, es fiel jedoch schwer, Mechanismen anzugeben, die in einer so kurzen Zeit von 8 Wochen im ersten Halbjahr 1984 zu einem Übergewicht an struktureller Änderung hätten führen können, also den Wert von "indiv relativ" weit unter 0.5 gedrückt hätten. Die Ergebnisse in Spalte 1 von Tabelle 2 bestätigen offensichtlich diesen Gedankengang, allerdings nur mit Einschränkungen für die Variable "F35C Offene Gesellschaft", auf die später noch im einzelnen eingegangen wird.

Der Analyse aller vier Variablen ist gemeinsam, daß die Berücksichtigung bzw. Nicht-Berücksichtigung von Werten, die als "fehlend" kodiert sind, abgesehen von inhaltlichen Implikationen, zu jeweils verschiedenen Fallzahlen, die in die Berechnungen eingingen, führten. Systematisch wurden - pro Variable - diejenigen Fälle gestrichen, die für wenigstens eine Welle eine 0 oder eine 9 aufwiesen. Zusätzlich wurden bei den Variablen "F3 Eigene wirtschaftliche Lage" und "F35C Offene Gesellschaft" alle Fälle gestrichen, die in wenigstens einer Welle mit 8 verkodet waren, also "weiß nicht" geantwortet hatten. Dies bot sich an, weil es unangemessen erschien, eine eher explorative Phase der Klärung der Interpretationskraft von Zerlegung

Tabelle 2: Analysedaten zur Varianzzerlegung der gemessenen Differenzen für alle drei Wellen

		Indiv relativ	struk (%) + Indiv (%)	r	Quotient Std's
F 3 eigene wirtschaftliche Lage	W1 → W2	0.846	21.1 + 78.9	0.721	1.085
	W2 → W3	0.867	6.4 + 93.6	0.804	0.965
	W1 → W3	0.744	20.3 + 79.7	0.691	1.046
F35 offene Gesellschaft	W1 → W2	0.494	34.3 + 65.7	0.466	1.105
	W2 → W3	0.531	27.2 + 72.8	0.501	1.030
	W1 → W3	0.512	39.2 + 60.8	0.403	1.138
S20 Konfession	W1 → W2	0.903	5.4 + 94.6	0.899	1.003
	W2 → W3	0.941	4.5 + 95.5	0.927	1.008
	W1 → W3	0.911	6.5 + 93.5	0.892	1.011
S21 Kirchengang	W1 → W2	0.955	15.6 + 84.4	0.851	1.077
	W2 → W3	0.940	7.6 + 92.4	0.901	1.025
	W1 → W3	0.986	18.5 + 81.5	0.865	1.104

ZUMA

(1) auch noch zu befrachten mit dem für Panel-Analysen unter inhaltlichen Aspekten sicher bedeutsamen Problem des Überströmens von geäußelter Meinungslosigkeit zu einer geäußerten Meinung und zurück.

Tabellarisch stellt sich die Behandlung "fehlender Werte" wie folgt dar:

	<u>Fälle</u>	<u>MData</u>
F 3 Eigene wirtschaftliche Lage	154	ohne Codes 8,9 8=weiß nicht
F35C Offene Gesellschaft	143	ohne Codes 8,9 8=weiß nicht
S20 Konfession	154	ohne Code 9
S21 Kirchgang	130	ohne Codes 0,9

Sucht man nach Mustern des numerischen Verhaltens von "indiv relativ", fällt sofort auf, daß mit Ausnahme der Variablen "S21 Kirchgang" stets der Wert für $W_2 \rightarrow W_3$ der größte ist. Dies ist insofern plausibel, als man annehmen darf, daß der Lerneffekt von Welle 2 zu Welle 3 nicht mehr so stark wirkt, wie beim Übergang von Welle 1 zu Welle 2 (Welle 3) und somit insbesondere bei Abwesenheit sonstiger strukturell wirkender Effekte geschlossen werden kann: "weniger Lerneffekt = mehr Anteil individueller Veränderung".

Die numerischen Relationen bei der Variablen "S21 Kirchgang" sind wohl eher als Ausprägungen überragender Stabilität zu interpretieren, wobei restliches "Rauschen" rein individueller Natur ist und sich in entsprechend hohen Werten für "indiv relativ" niederschlägt, deren Größenunterschiede sinnvollerweise nicht mehr interpretiert werden sollten.

Zu diskutieren sind weiter die drei recht niedrigen Werte von "indiv relativ" für die Variable "F35C Offene Gesellschaft". Sie zeigen zwar auch die Betonung von Welle 2 \rightarrow Welle 3, jedoch ist unter der Annahme, daß kein Artefakt vorliegt, zu unterstellen, daß ein stärkerer struktureller Effekt bei allen drei Übergängen gleichermaßen wirksam ist. Es bieten sich wiederum ein Lerneffekt oder aber der Metallarbeiterstreik zu Beginn der Gesamt-

ZUMA

feldzeit an. Beide Einflußgrößen erscheinen allerdings bei dieser Frage nicht bedeutsam zu sein. Zum einen ist bei einer so komplexen Frageformulierung wie bei F35C nicht mit ausgeprägten Lerneffekten zu rechnen - eher im Gegenteil, s.u. Zum anderen ist ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen Inhalt der Frage und Metallarbeiterstreik nicht einsehbar. Es bleibt somit nur die Artefaktvermutung, und diese wird in der Tat durch eine einfache Überlegung gestützt: Sind bei der Zerlegung (1) die gemessenen beiden Variablen unabhängig, also $r=0$, produzieren die Befragten demnach zu beiden Meßzeitpunkten lediglich Zufallszahlen, so erhält man

$$s(\Delta X)^2 = s(1)^2 + s(2)^2$$

für gleiche Varianzen also gerade Struktureffekt = Effekt individueller Veränderung. M.a.W. produzieren die Befragten zu jeweils einem Meßzeitpunkt letztendlich nur Zufallszahlen, wird die Zerlegung (1) zwangsläufig für "indiv relativ" zu einem Wert um 0.5 herum führen. Und gerade dieses Resultat ergibt sich bei F35C für "indiv relativ", nachdem man also für die faktisch ungleichen Varianzen korrigiert hat. Dieser Befund stützt folglich die durchaus verbreitete Meinung, daß in der Tat so komplexe Fragen wie F35C nur zur Erzeugung von Zufallszahlen führen können und vermieden werden sollten.

Zusammenfassung

Es wurde ein erster Versuch unternommen, die Kessler-Greenberg-Zerlegung der Varianz der Veränderung zwischen zwei Meßzeitpunkten einer systematischen Prüfung zu unterziehen. Es zeigte sich, daß die Zerlegung in eine Komponente für strukturellen und eine für individuellen Wandel in ihrer Trennschärfe insofern beeinträchtigt wird, als die jeweils entscheidenden Einflußgrößen für beide Komponenten nicht notwendig unkorreliert sind. Für den Fall kategorialer Variablen mit wenigen Skalenpunkten stellte sich heraus, daß die Kessler-Greenberg-Zerlegung für höchst unterschiedliche Überströmmatrizen zu demselben Resultat führen kann und somit nicht alleinige Interpretationsgrundlage sein sollte.

In Fortführung der Gedankengänge von Kessler und Greenberg (1981:51f.) wurde nachgewiesen, daß die prozentualen Anteile der Summanden ihrer Varianzzerlegung ausgeprägten Gesetzmäßigkeiten gehorchen und sich in übersichtli-

ZUMA

cher Weise als Funktion von Korrelation und Quotient der betreffenden Standardabweichungen darstellen lassen: Letztere Größe ist die entscheidende für etwa den möglichen Wertebereich des prozentualen Anteils des Varianzteils für die individuelle Veränderung. Die Angebbbarkeit eines solchen Wertebereichs ist von großer Bedeutung, als so ein Maß für den prozentualen Anteil individuellen Wandels definiert werden kann, das zum Vergleich der Verhältnisse bei verschiedenen Variablen von Nutzen ist.

Die Berechnung des standardisierten Maßes für den Anteil individuellen Wandels für vier Variablen aus dem Datensatz eines dreiwelligen Panels aus dem Jahre 1984 ergab - pro Variable waren also drei Werte zu berechnen für jeweils drei Übergänge - deutliche Hinweise darauf, daß die Kessler-Greenberg-Zerlegung sowohl Lerneffekte als eine Art strukturellen Wandels sichtbar macht, als auch Hinweise geben kann, ob eine Fragestellung so unglücklich ist, daß sie bei den befragten Personen letztlich zur Nennung von eher zufälligen Antworten führt.

Diese Arbeit wurde von Hans-Peter Kirschner verfaßt, der bei ZUMA bis Ende 1985 für die Bearbeitung von Fragestellungen zu Panel-Untersuchungen mitverantwortlich war.

Literatur

Kessler, R.C./D.F. Greenberg, 1981: Linear Panel Analysis. New York: Academic Press.