SSOAR

Open Access Repository
www.ssoar.info

Die Modellierung komplexer Netzwerke: zum Nutzen agentenbasierter Modelle in der neuen Netzwerkforschung

Flache, Andreas; Snijders, Tom A.B.

Veröffentlichungsversion / Published Version
Sammelwerksbeitrag / collection article

Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:
Flache, A., & Snijders, T. A. (2008). Die Modellierung komplexer Netzwerke: zum Nutzen agentenbasierter Modelle in der neuen Netzwerkforschung. In K.-S. Rehberg (Hrsg.), *Die Natur der Gesellschaft: Verhandlungen des 33. Kongresses der Deutschen Gesellschaft für Soziologie in Kassel 2006. Teilbd. 1 u. 2* (S. 781-797). Frankfurt am Main: Campus Verl. https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-153088

Nutzungsbedingungen:
Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.
Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use:
This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.
By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

gesis
Leibniz-Institut
für Sozialwissenschaften

Mitglied der
Leibniz-Gemeinschaft

Die Modellierung komplexer Netzwerke – Zum Nutzen agentenbasierter Modelle in der neuen Netzwerkforschung

Andreas Flache und Tom A. B. Snijders

Einleitung

Seit etwa den 1990er Jahren spielt sich soziale Interaktion zunehmend in Form computerunterstützter Kommunikation über das Internet ab. E-Mail und das World Wide Web (WWW) erweitern nicht nur die Schnelligkeit des Informationsaustausches, sondern auch den Umfang und die geographische Ausdehnung der dabei geknüpften sozialen Netzwerke. Diese Entwicklung ist eine Herausforderung für deren Erforschung (für eine kurze Einführung in die Erforschung sozialer Netzwerke vgl. Stokman 2001). Dank elektronisch gespeicherter Netzwerkdaten sind Netzwerke bisher ungekannten Umfanges für Analysen ihrer Struktur und Dynamik zugängig geworden. Während ein Netzwerk, das mit den in der Netzwerkforschung traditionellen Fragebogen- oder Interviewmethoden erhoben wurde, typischerweise nicht mehr als bis zu 100 Netzwerkmitglieder umfasst, haben sich rezente Studien elektronisch erfasster Kommunikationsnetzwerke etwa auf die Struktur der Links zwischen den im Jahr 2000 mehr als 300 Millionen Webseiten des WWW gerichtet (Broder u.a. 2000). Weitere Beispiele sind Analysen der Netzwerkstruktur der mehr als 50 Millionen täglichen Ferngespräche in den USA (Aiello/Chung/Lu 2000) oder des E-Mail-Verkehrs zwischen den über 5.000 Studenten einer deutschen Universität (Ebel/Mielsch/Bornholdt 2002).

Die Möglichkeit der Erforschung extrem großer Netzwerke hat eine »neue« Netzwerkforschung hervorgebracht, die das Ziel hat, universelle makroskopische Struktureigenschaften sogenannter »komplexer Netzwerke« (Albert/Barabási 2002) empirisch nachweisen und mit mathematischen, an physikalische Theorien angelehnten, Modellen erklären zu können. In den richtungsweisenden Arbeiten von Duncan Watts und Steven Strogatz (1998; Watts 1999) und Albert-László Barabási und Réka Albert (1999) sowie zahlreichen Nachfolgearbeiten werden dabei vor allem zwei Thesen vertreten, die für die Soziologie von großer Relevanz sein können. Es wird die empirische Behauptung aufgestellt, dass komplexe soziale Netzwerke in unterschiedlichsten Bereichen sehr ähnliche Struktureigenschaften aufweisen, die sie zudem zu außerordentlich effizienten und robusten Strukturen für die Verbreitung von zum Beispiel Informationen, Krankheiten, Normen oder Inno-

vationen selbst in extrem großen Populationen machen. Die bekanntesten komplexen Netzwerkstrukturen sind dabei die »small-world«- (Watts/Strogatz 1998) und die »scale-free«[1]- (Barabási/Albert 1999) Struktur. Beide Strukturtypen sind aus soziologischer Sicht interessant, weil sie Effizienz und Robustheit eines Netzwerkes auf der globalen Ebene mit typischen, aus der traditionellen Netzwerkforschung bekannten Eigenschaften persönlicher Netzwerke auf der lokalen Ebene verbinden. Die meisten Netzwerkmitglieder in diesen Strukturen haben nur relativ wenige Kontakte, die zudem noch stark mit den Netzwerken ihrer Kontaktpartner überlappen, so dass hohe Clusterung und Transitivität von Netzwerkbeziehungen die Folge ist. In der globalen Struktur findet man hingegen die bekannte »small-world«-Eigenschaft. Nur wenige Schritte über Kontaktpartner von Kontaktpartnern sind erforderlich, um eine Nachricht, eine ansteckende Krankheit oder den Inhalt einer Norm von jedem beliebigen Mitglied einer großen Population zu jedem beliebigen anderen Mitglied zu übermitteln.

Die zweite zentrale These der neuen Netzwerkforschung richtet sich auf die Entstehungsmechanismen komplexer Netzwerke. Komplexe Netzwerke werden als das Resultat einfachster individueller Verhaltensmechanismen modelliert, durch die die makroskopische Struktur als unbeabsichtigtes Nebenprodukt individueller Beziehungswahlentscheidungen entsteht. Watts und Strogatz (1998) haben hierfür den Mechanismus der zufälligen Beziehungsänderung vorgeschlagen (»random rewiring«). Barabási und Albert (1999) führten das Modell eines ständigen Netzwerkwachstums mit der bevorzugten Wahl stark vernetzter Kontaktpartner durch die neu hinzukommenden Netzwerkmitglieder ein (»preferential-attachment«). Beide Modelle können die Entstehung komplexer Netzwerke mit der »small-world«-Eigenschaft erklären, machen aber auch unterschiedliche weitere Vorhersagen. Die Modelle sind seither in zahlreichen Arbeiten auf empirische Netzwerke angewendet und erweitert worden. Ausführliche Übersichtsarbeiten zu dieser Forschung finden sich zum Beispiel bei Mark Newman (2003) und Albert und Barabási (2002).

Wir argumentieren in diesem Beitrag, dass die bisherige neue Netzwerkforschung trotz ihres Innovationspotentials zurzeit aus Sicht der Soziologie zwei wichtige Defizite aufweist. Erstens werden typischerweise mechanistische – oftmals an physikalischen Modellen orientierte – individuelle Verhaltensregeln angenommen. Damit sind die Modelle soziologisch nicht plausibel. Sie beruhen auf teilweise unrealistischen Voraussetzungen, wie etwa der Verfügbarkeit globaler Information über die Netzwerkstruktur. Darüber hinaus werden die zugrundeliegenden Motive individueller Beziehungswahlen nicht explizit modelliert, wodurch die Modelle we-

1 Der Begriff »scale-free« verweist auf eine mathematische Eigenschaft der Verteilung der Beziehungsgrade in »power-law«-Netzwerken, hat aber inhaltlich keine klare soziologische Interpretation (vgl. Newman 2003).

nig Einsicht in die Bedingungen der behaupteten Strukturresultate bieten. Das zweite Defizit betrifft die empirische Methodologie. Empirische Arbeiten beschränken sich üblicherweise auf die Frage, ob globale Netzwerkmerkmale in dem Bereich liegen, der durch die theoretischen Modelle vorhergesagt wird. Diese Untersuchungen lassen kaum Rückschlüsse darauf zu, welche Mechanismen auf der individuellen Ebene die globale Struktur erzeugt haben könnten. Die Netzwerkdaten werden insbesondere nicht dazu genutzt, statistische Tests konkurrierender Verhaltenshypothesen durchzuführen. Dadurch ist es aber schwierig, zu fundierten Hypothesen über die zukünftige Dynamik beobachteter Netzwerke zu gelangen oder Vorhersagen über Effekte der Veränderung von Randbedingungen auf die Netzwerkdynamik zu machen.

Zur Behebung dieser Defizite schlagen wir vor, dass soziologisch basierte Erforschung komplexer Netzwerke das Instrument agentenbasierter Modellierung nutzt (für eine deutschsprachige Einführung vgl. Flache/Macy 2006). Agentenbasierte Modelle gehen explizit von einer Beschreibung individueller Verhaltenziele und Verhaltensregeln aus und nehmen grundsätzlich an, dass individuelle Akteure interdependent sind, aber bestenfalls beschränkt rational und nur über unvollständige lokale Information verfügend. Wir führen ein Beispiel dafür an, dass eine agentenbasierte theoretische Modellierung der Dynamik großer Netzwerke mit soziologisch plausiblen Verhaltensannahmen nicht nur die Entstehung von »small-world«- und »scale-free«-Strukturen erklären kann, sondern darüber hinaus auch Hypothesen über die Bedingungen generiert, unter denen die zugrundeliegenden Verhaltensregeln zu verschiedenen Strukturen führen. Wir gehen dann auf statistische Modellierungsansätze ein, die auf den empirischen Test theoretisch postulierter Mechanismen der Netzwerkbildung gerichtet sind. Wir besprechen in diesem Zusammenhang »exponential random graph models« als Modelle einmalig observierter Netzwerke und stochastische akteursorientierte Modelle (»stochastic actor oriented models«, Snijders 1996, 2001) als Modelle longitudinaler Netzwerkdaten. Diese Modelle verwenden einen Modellierungsansatz, der es möglich macht, konkurrierende Verhaltenshypothesen an Netzwerkdaten zu testen und zu untersuchen, welche Makrostrukturen die empirisch gefundenen Verhaltensmechanismen unter unterschiedlichen Bedingungen erzeugen.

Im folgenden Abschnitt stellen wir die bekanntesten Modelle komplexer Netzwerke vor und unterziehen sie einer Kritik aus soziologischer Sicht. Der dritte Abschnitt unseres Beitrages stellt ein agentenbasiertes theoretisches Modell der Entstehung komplexer Netzwerke vor. Im vierten Abschnitt besprechen wir agentenbasierte statistische Modellierungen der Struktur und Dynamik komplexer Netzwerke. Der Beitrag endet mit einer Zusammenfassung.

Modelle der Selbstorganisation komplexer Netzwerke

Das Modell der zufälligen Beziehungsänderung (Watts/Strogatz 1998) verwendet als Ausgangspunkt eine reguläre, vollkommen lokale Netzwerkstruktur. Ein typisches Beispiel ist die Anordnung der Netzwerkmitglieder auf einem Kreis, so dass jedes Netzwerkmitglied anfänglich nur mit zum Beispiel drei unmittelbaren Nachbarn zur Linken und zur Rechten jeweils einen Netzwerkkontakt hat. Diese Ausgangssituation könnte etwa als Modell eines Netzwerkes gesehen werden, in dem jeder Bewohner eines bestimmten geographischen Gebietes nur mit seinen sechs geographisch nächsten Nachbarn soziale Kontakte unterhält. Das Ausgangsnetzwerk ist durch einen hohen Grad der Clusterung gekennzeichnet. Alle Netzwerkmitglieder sind mit Kontaktpartnern vernetzt, die ihrerseits größtenteils miteinander vernetzt sind. Ein wichtiges quantitatives Maß der Clusterung ist der durchschnittliche Anteil der tatsächlichen an den möglichen Beziehungen zwischen den Kontakten in den Ego-Netzwerken aller Netzwerkmitglieder (vgl. Watts 1999). Ein weiteres wichtiges Netzwerkmaß ist die durchschnittliche Länge des kürzesten Netzwerkpfades zwischen zwei Netzwerkmitgliedern. Dieses Maß ist ein Indikator für die Schnelligkeit von Diffusionsprozessen im Netzwerk. Es gibt an, wie viel Schritte über direkte und indirekte Kontaktpartner gemittelt mindestens erforderlich sind, um zwei beliebige Netzwerkmitglieder miteinander zu verbinden.

Die stark lokalisierte Struktur des Ausgangsnetzwerkes im Verfahren von Watts und Strogatz ist sowohl durch hohe Clusterung als auch durch große mittlere Längen der kürzesten Pfade gekennzeichnet. Watts und Strogatz haben gezeigt, dass die zufällige Beziehungsänderung bereits eines geringen Anteils der Beziehungen im Netzwerk genügt, diese makroskopischen Eigenschaften radikal zu verändern. Wenn jede Beziehung im Ausgangsnetzwerk mit einer geringen Wahrscheinlichkeit aufgebrochen wird und einer der beiden Kontaktpartner zufällig durch ein anderes Netzwerkmitglied ersetzt wird, kann dies schon zur Entstehung der typischen »small-world«-Struktur führen. Die durchschnittliche Länge des kürzesten Netzwerkpfades nimmt dann dramatisch ab, ohne dass dabei auch die Clusterung merklich geringer wird. Ein bekanntes empirisches Beispiel für diese Strukturmerkmale ist das aus einer Filmdatenbank rekonstruierte Netzwerk von etwa 500.000 Filmschauspielern, bei dem eine gemeinsame Beziehung durch eine Rolle im gleichen Film konstituiert wird. Watts und Strogatz (1998) berechneten für dieses Netzwerk eine gemittelte Länge der kürzesten Wege von nur 3,65 bei einem Clusterungsgrad, der nahe dem einer vollständig lokalisierten Struktur liegt (0,78). Abbildung 1 zeigt ein empirisches Beispiel einer Netzwerkstruktur, die die Eigenschaften starker lokaler Clusterung mit denen relativ kurzer Abstände im Netzwerk verbindet.

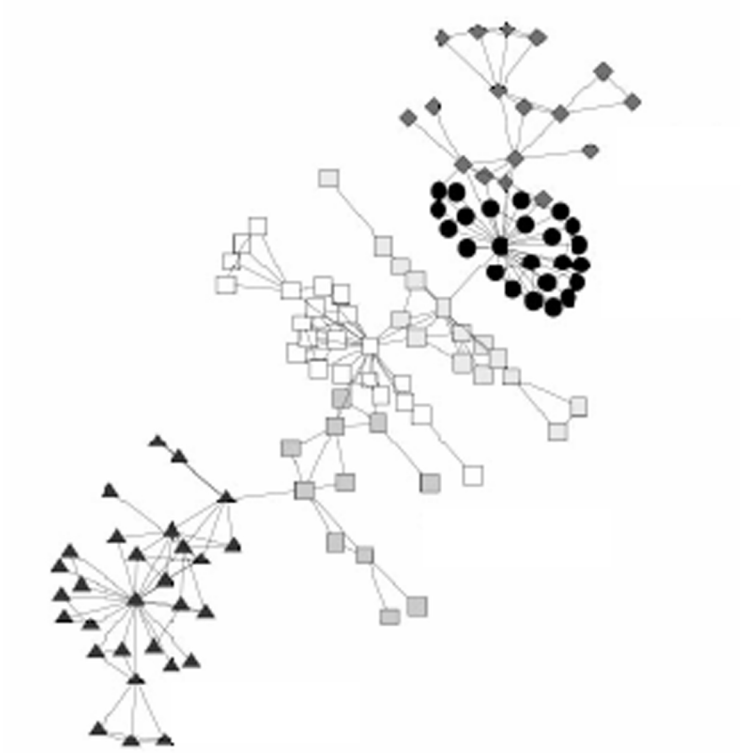

Abbildung 1: »Small-world«-Struktur eines Koautorschaftsnetzwerkes in einer Forschungsorganisation

(*Quelle: Girvan/Newman 2002: 7825*)

Das Modell von Barabási und Albert (1999) nimmt ständiges Wachstum der vernetzten Population an. Ausgehend von einem anfänglich leeren Netzwerk wird schrittweise je ein weiteres Netzwerkmitglied hinzugefügt. Jedes neue Netzwerkmitglied etabliert eine Beziehung zu einem der bereits vorhandenen Netzwerkknoten. Dabei wird das Prinzip der bevorzugten Beziehungswahl bereits stark vernetzter Mitglieder zugrunde gelegt. Je mehr Beziehungen ein Knoten bereits hat, umso größer ist im Modell von Barabási und Albert die Wahrscheinlichkeit, dass neu hinzukommende Netzwerkmitglieder diesen Knoten als Kontaktpartner wählen. Das paradigmatische Beispiel für diese Form des Netzwerkwachstums ist die Struktur der Links im WWW, in der Links neu hinzukommender Internetseiten meist zu bereits stark vernetzten, populären Seiten gelegt werden. Das Verfahren von Barabási

und Albert erzeugt gleich dem von Watts und Strogatz ein Netzwerk, in dem im Verhältnis zum Umfang des Netzwerkes nur sehr wenige Zwischenschritte erforderlich sind, um zwei beliebige Netzwerkmitglieder miteinander zu verbinden. Der Clusterungsgrad ist typischerweise aber viel geringer als bei Watts und Strogatz. Andererseits generiert die Methode eine charakteristische »power-law«-Verteilung der Beziehungsgrade, die die »small-world«-Strukturen nicht aufweisen. Die Häufigkeit, mit der eine bestimmte Anzahl von Beziehungen pro Akteur (Beziehungsgrad) im Netzwerk vorkommt, nimmt als Potenzfunktion des Beziehungsgrades ab. Einige wenige Netzwerkmitglieder, sogenannte »hubs«, sind extrem stark vernetzt, während die meisten anderen nur relativ wenig Kontakte haben. Newman (2003) präsentiert als typisches Beispiel dieser Struktur ein Netzwerk von Sexualkontakten, das John Potterat u.a. (2002) in einer Studie der Verbreitung von HIV erhoben haben (Abb. 2).

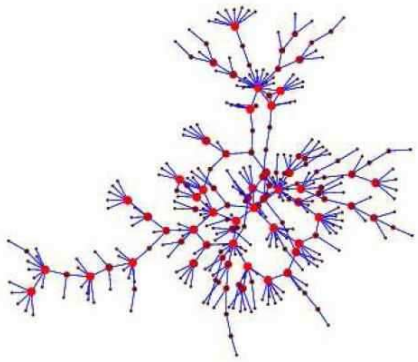

Abbildung 2: »Power-law«-Struktur eines Netzwerkes von Sexualkontakten

(*Quelle: Newman 2003, Bearbeitung einer Abbildung aus Potterat u.a. 2002)*

Die »small-world«- und »power-law«-Netzwerkmodelle sind ohne Zweifel für die Erforschung komplexer Netzwerke von großer Bedeutung. Ihre Verwendung ist für komplexe *soziale* Netzwerke aber sowohl theoretisch als auch methodologisch problematisch. Die angenommenen Mechanismen der Netzwerkdynamik sind an physikalische Modellierungen angelehnt, die kaum als plausible Beschreibung des Entscheidungsverhaltens sozialer Akteure gelten können. Wir meinen, dass eine soziologisch plausible Modellierung komplexer Netzwerke die individuellen Entscheidungen der Wahl von Netzwerkpartnern als Produkt beschränkt rationaler, individueller Zielverfolgung auffassen sollte, wobei die Bedingung begrenzter Infor-

mation und Entscheidungsressourcen zu berücksichtigen ist. Diese Sichtweise macht deutlich, dass soziale Interaktionen keinesfalls immer zu »small-world«- oder »power-law«-Strukturen führen müssen. Es ist stattdessen eine fruchtbare theoretische und empirische Forschungsfrage, unter welchen sozialen Randbedingungen welche Netzwerkstruktur entsteht. So mag es unter bestimmten Umständen aus Sicht sozialer Netzwerkakteure zielführend sein, Kontakten mit den am meisten vernetzten oder populärsten Mitgliedern einer Gruppe nachzustreben, wie im »preferential-attachment«-Modell angenommen. Ob dies auch zur Entstehung einer »power-law«-Struktur führt, hängt aber unter anderem davon ab, welchen Beschränkungen der Kapazität zum Unterhalten simultaner Beziehungen die Netzwerkakteure unterliegen. Die Kapazität wird wiederum stark durch die Art der Netzwerkbeziehungen bestimmt. Für Netzwerke diplomatischer Beziehungen zwischen Staaten ist es vielleicht plausibel anzunehmen, dass jeder Staat die Kapazität hat, beliebig viele diplomatische Vertretungen in anderen Staaten zu unterhalten und auf seinem Boden zuzulassen. Für Netzwerke von Freundschaften oder intimen Beziehungen zwischen den Mitgliedern einer großen Population ist unbegrenzte Kapazität dagegen offensichtlich unrealistisch.

Ebenso wenig ist es für viele Arten von Netzwerken annehmbar, dass Netzwerkmitglieder vollständige und genaue Informationen über ihre eigene Netzwerkposition und die anderer verfügen. Vielmehr lernen Akteure durch zahlreiche Interaktionen mit anderen Mitgliedern der Population allmählich und nur ungenau die Struktur ihres Netzwerkes kennen. Dies stellt die Plausibilität des Modells bevorzugter Beziehungswahl in Frage. Das Modell der zufälligen Beziehungsänderung ist ebenfalls soziologisch fragwürdig, weil es einzelne Netzwerkveränderungen als voneinander unabhängige Geschehnisse beschreibt. Empirische Studien der Dynamik sozialer Netzwerke zeigen aber oftmals gerade, dass neue Beziehungen zwischen Akteuren entstehen, weil die Akteure bereits gemeinsame Netzwerkpartner haben (Transitivitätseffekt, vgl. z.B. van de Bunt/van Duijn/Snijders 1999). Seit der Einführung der Modelle von Watts und Strogatz (1998) und Barabási und Albert (1999) hat es zahlreiche Weiterentwicklungen gegeben, auf die wir in diesem Beitrag nicht eingehen können. Wir meinen aber, dass die hier formulierte theoretische Kritik auch auf die uns bekannten Weiterentwicklungen zutrifft (für eine ausführlichere Darstellung dieser Argumentation vgl. Pujol u.a. 2005).

Die bisher vorherrschende Praxis der neuen Netzwerkforschung ist nicht nur theoretisch problematisch, sie bleibt auch methodisch unbefriedigend. Modelle der Art, wie sie Watts und Strogatz (1998) und Barabási und Albert (1999) vorgeschlagen haben, sind für eine Erweiterung mit Annahmen über andere Prozesse der Netzwerkformation zu unflexibel. Auch erlauben die Modelle es nicht, den *fit* mit empirischen Daten statistisch zu testen. Empirische Forschungen zur Dynamik von Netzwerken zeigen aber, dass oft andere Mechanismen eine Rolle spielen. So neigen

Akteure dazu, eher Beziehungen zu Netzwerkpartnern einzugehen, die ihnen in relevanten Merkmalen ähnlich sind (*homophily*, vgl. McPherson/Smith-Lovin/Cook 2001), oder es haben auch die Kosten der Bildung von Beziehungen einen Einfluss. Dies macht es erforderlich, in statistische Modelle der Netzwerkdynamik erklärende Variablen auf dem Akteursniveau und dem dyadischen Niveau aufzunehmen. Ein weiterer Punkt ist, dass das Barabási-Albert-Modell nur in Bezug auf die Anzahlen von Beziehungen eine soziale Hierarchie zulässt, aber keine anderen netzwerkendogenen Hierarchien, etwa nach sozialem Status, berücksichtigt. Für die empirische, modelltestende Netzwerkanalyse werden also statistische Modelle gebraucht, die sowohl eine Reihe verschiedener netzwerkendogener Effekte enthalten (inklusive »small-world«- und »preferential-attachment«-Tendenzen), als auch Effekte erklärender Akteurs- und Dyadenmerkmale. Wenn die Stärke dieser Effekte durch Modellparameter ausgedrückt wird, können Verfahren der Inferenzstatistik zur Modellschätzung und zum Hypothesentest eingesetzt werden.

Das Studium großer, komplexer Netzwerke ist zweifellos auch für die soziale Netzwerkanalyse eine potentiell sehr fruchtbare Forschungsrichtung. Wir meinen aber, dass für die Zwecke der Soziologie bessere theoretische und statistische Instrumente erforderlich sind als die bisher üblicherweise verwendeten Modelle. Im folgenden Abschnitt zeigen wir an einem Beispiel, wie die Entstehung komplexer Netzwerke mit Hilfe soziologisch plausibler, agentenbasierter Modellierung theoretisch erklärt werden kann.

Agentenbasierte theoretische Modellierung komplexer Netzwerke

Agentenbasierte Computermodellierung ist eine Methode der Theorieentwicklung, mit deren Hilfe die Modellierung der komplexen Dynamik großer Netzwerke interdependenter Akteure mit der Verwendung soziologisch plausibler Verhaltensannahmen kombiniert werden kann (vgl. Macy/Willer 2002; Flache/Macy 2006). Agentenbasierte Computermodellierung wurde durch die Entwicklung sogenannter Multiagentensysteme (MAS) in der Künstlichen Intelligenz (KI) inspiriert (vgl. Troitzsch 2000). Das Hauptinteresse soziologischer Anwender agentenbasierter Modellierung richtet sich meist auf die Erklärung der Entstehung von Makrophänomenen aus dem interdependenten Verhalten autonomer Agenten, die einfachen Verhaltensregeln folgen. Insoweit unterscheiden sich agentenbasierte Modelle nicht von den von uns kritisierten mechanistischen Modellen komplexer Netzwerke. Agentenbasierte Computermodelle benötigen aber weit weniger restriktive mathematische Annahmen, weil sie auf die Anforderung der analytischen Lösbarkeit verzichten. Agentenbasierte Computermodellierung ist dennoch eine formale Methode

der Theorieentwicklung, mit der Makroimplikationen individueller Verhaltensannahmen auf systematische Weise strikt deduziert werden können, indem Computerprogramme Schritt für Schritt die Dynamiken errechnen, die sich aus der Interaktion von Individuen nach den vom Modellierer festgelegten Verhaltensregeln ergeben.

Es ist offensichtlich, dass die mathematisch-analytische Lösbarkeit eine große Stärke der mechanistischen Netzwerkmodelle ist, auf die nicht leichtfertig verzichtet werden sollte. Unsere Kritik zeigt aber, dass die aus diesen Modellen gewonnenen Einsichten nur sehr bedingt auf soziale Netzwerke anwendbar sind. In jedem Fall ist es notwendig zu erforschen, ob und in welchem Maße theoretische Ergebnisse dieser Forschung robust bleiben, wenn soziologisch plausiblere Annahmen verwendet werden.

Die Arbeiten von Pujol, Flache, Delgado und Sangüesa (2004, 2005) stellen ein Beispiel für eine soziologisch motivierte agentenbasierte Modellierung komplexer Netzwerke dar. Die Leitfrage der Autoren war, ob und gegebenenfalls unter welchen Bedingungen unterschiedliche Strukturen komplexer Netzwerke entstehen können, wenn davon ausgegangen wird, dass Beziehungsentscheidungen durch beschränkt rationale Individuen mit unvollständiger Information und begrenzter Kapazität für Netzwerkbeziehungen getroffen werden. In Anlehnung an ein von Rainer Hegselmann (1996) vorgeschlagenes Modell der Dynamik von Solidaritätswerken modellierten die Autoren die Entstehung eines Tauschnetzwerkes, in dem die Agenten aus Sicht anderer unterschiedlich attraktive Tauschpartner sind. Paradigmatische Beispiele für die modellierte Situation sind etwa Austausch von kollegialem Rat, Hilfe am Arbeitsplatz oder die Bildung eines Netzwerkes von Technologiekooperationen zwischen den Firmen eines Industriesektors.

Die eigene Attraktivität und die Attraktivität Anderer müssen die Agenten in diesem Modell erst durch Erfahrung in Tauschinteraktionen erlernen. Anfänglich wählt jeder Agent zufällig einen potentiellen Tauschpartner, um eine Tauschinteraktion vorzuschlagen. Später, wenn der Agent Erfahrung mit der Attraktivität Anderer gesammelt hat, werden bevorzugt bekannte attraktive Partner gewählt. Wird der Vorschlag einer Interaktion akzeptiert, findet die Interaktion statt. Nach der Interaktion tauschen Agenten Information über die Attraktivität Dritter aus und aktualisieren ihr Gedächtnis. Sie merken sich den Nettonutzen, den sie durch die Tauschaktion mit dem entsprechenden Partner erzielt haben und was sie über die Attraktivität Dritter erfahren haben. Wird ein Interaktionsvorschlag abgelehnt, dann ordnet der Agent dem Verweigerer einen Nettonutzen von Null zu. Ein Vorschlag wird nur akzeptiert, wenn ein Agent noch freie Kapazität hat und wenn er noch keine schlechten Erfahrungen (negativer Nettonutzen) mit dem Vorschlagenden gemacht hat.

Schlechte Erfahrungen sind im Modell möglich, weil angenommen wird, dass Interaktionen die Struktur sozialer Dilemma-Situationen haben. Agenten sind im Prinzip benevolent. Sie kooperieren, solange ihr Partner gerade so attraktiv ist, dass der erwartete Nutzen des Austauschs die Kosten überwiegt. Wenn Agenten aber mit einem Netzwerkmitglied interagieren, das ihnen noch unbekannt ist oder dessen Attraktivität sie bereits wieder vergessen haben, kann es geschehen, dass beide Seiten die Interaktion akzeptieren, aber eine Seite erst danach entdeckt, dass der Tauschpartner so wenig zu bieten hat, dass der Nettonutzen beidseitiger Kooperation negativ wäre. In dem Fall defektiert der attraktivere Partner, zum Schaden des weniger attraktiven Agenten, der seinerseits eine negative Auszahlung erzielt und seinen Interaktionspartner als unattraktiv im Gedächtnis behält.

Die Autoren betrachten in Simulationsstudien vor allem zwei inhaltlich interessante Randbedingungen: die »Härte« des Austauschmarktes und die Zuverlässigkeit der Informationen über die Attraktivität Dritter, die Agenten von ihren Tauschpartnern erhalten. Härte wird über das Verhältnis von Kosten zu Nutzen in Tauschinteraktionen modelliert. Je ungünstiger dies Verhältnis, um so kleiner ist für einen Agenten der Teil der Population, mit dem er Tauschgeschäfte machen kann, die beiderseitig vorteilhaft sind. Die theoretischen Experimente der Autoren ergeben vor allem zwei Hauptresultate. Trotz beschränkter Rationalität und Unsicherheit kann das kollektive Ergebnis individueller Suchprozesse ein komplexes Netzwerk mit einer »small-world«- oder »power-law«-Struktur sein. Welche Struktur sich ergibt, hängt aber von den Randbedingungen ab. Je härter der Austauschmarkt ist und je unzuverlässiger Information über Dritte ist, um so eher beenden Agenten die Partnersuche frühzeitig und bilden Beziehungen mit suboptimalen Partnern, weil sie zu viele schlechte Erfahrungen mit neuen Tauschpartnern gemacht haben. Die Autoren finden, dass bei einem harten Austauschmarkt das Ergebnis eine »small-world«-Struktur ist. Bei einem etwas milderen Markt entsteht ein »power-law«-Netzwerk, und wenn Austauschinteraktionen gänzlich risikofrei sind, bildet sich eine Sternstruktur heraus, in der fast alle Agenten Beziehungen mit den attraktivsten Mitgliedern des Netzwerkes bilden. Unzuverlässige Informationen verstärken dabei die Lokalisierung der Netzwerke noch. Abbildung 3 illustriert typische Gleichgewichtsnetzwerke aus dieser Studie, die unter unterschiedlichen Annahmen über die Härte des Austauschmarktes bei durchgängig zuverlässiger Information entstanden.

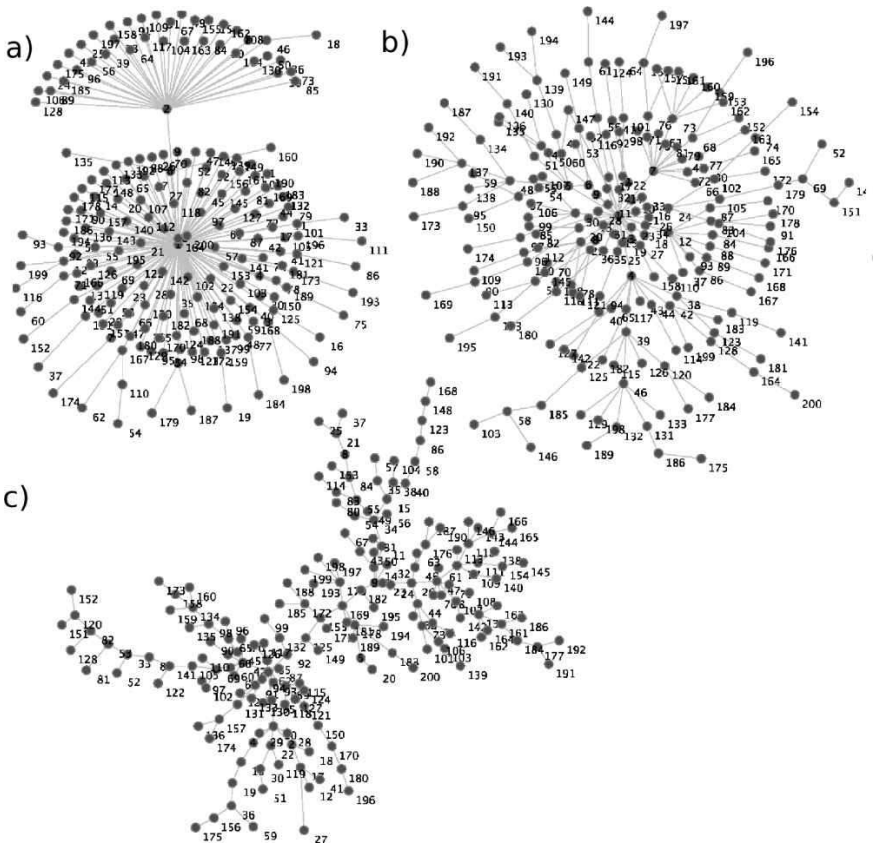

Abbildung 3: Unterschiedliche Netzwerkstrukturen abhängig von der Härte des Austauschmarktes: a) Sternstruktur bei mildem Kosten-Nutzen-Verhältnis (0/4), b) »Power-law«-Struktur bei moderat hartem Kosten-Nutzen-Verhältnis (1/4), c) »Small-world«-Struktur bei hartem Kosten-Nutzen-Verhältnis (2/4).

(*Quelle: Pujol u.a. 2005*)

Stochastische empirische Modellierung komplexer Netzwerke

Im Unterschied zu theoretisch orientierten agentenbasierten Modellen ermöglichen stochastische empirische Modelle die explizite statistische Modellierung empirischer

Daten. Für die Modellierung einmalig observierter Netzwerke hat sich hierfür die Modellklasse der »exponential-random-graph-models« als hilfreiches Instrument erwiesen. Longitudinale Netzwerkdaten können mit Hilfe stochastischer akteursorientierter Modelle (»stochastic actor oriented models«, Snijders 1996, 2001) analysiert werden. Beide Modellklassen sind mit den Grundideen der agentenbasierten Modellierung kompatibel, weil sie es ermöglichen, Annahmen über individuelle Entscheidungsmechanismen in der Modellierung der Netzwerke zu verwenden und zu testen. Dazu müssen die Modelle einfacher und flexibler sein als theoretische Modelle wie das im vorhergehenden Abschnitt vorgestellte. Der offensichtliche Vorteil dieser Herangehensweise ist die Möglichkeit, Modellmechanismen empirisch zu testen. Dem steht gegenüber, dass theoretisch postulierte Mechanismen und Randbedingungen nicht immer genau auf die statistische modellierbaren Modelleffekte abgebildet werden können. Theoretische und empirische agentenbasierte Modelle können also als einander ergänzende Forschungsinstrumente aufgefasst werden. Wir besprechen in diesem Abschnitt zunächst »Exponential Random Graph (ERG)«-Modelle und wenden uns dann den stochastischen akteursorientierten Modellen zu.

»Exponential Random Graph«-Modelle statischer komplexer Netzwerke

Bei der Suche nach geeigneten Modellen komplexer Netzwerke haben Garry Robins, Philippa Pattison und Ann Woolcock (2005) zunächst gezeigt, dass sogenannte homogene Markov-Graphen bei geeigneter Parametrisierung »small-world«-Strukturen generieren können. Das von Frank und Strauss (1986) vorgeschlagene Modell homogener Markov-Graphen spezifiziert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über Graphen, bei der die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Graphen als Exponentialfunktion der Anzahl der Beziehungen und der Anzahlen transitiver Triaden und *k*-Sterne dargestellt wird. Ein *k*-Stern ist eine Konfiguration, bei der ein Akteur mit *k*-spezifischen anderen Akteuren verbunden ist. Technisch wird die Wahrscheinlichkeit einer Netzwerkstruktur gegeben als

$$P\{G = g\} = \exp(\beta_1 L(g) + \beta_2 S_2(g) + \beta_3 S_3(g) + \beta_4 T(g) - c(\beta)\},$$

wobei G der Zufallsgraph ist, g ein tatsächlich realisierter Graph und $L(g)$ die Anzahl der Beziehungen in g. $S_2(g)$ und $S_3(g)$ sind die Anzahlen der 2-Sterne und 3-Sterne und $T(g)$ ist die Anzahl transitiver Triaden in g. Die Parameter des Modells sind (β_1, β_2, β_3, β_4), und $c(\beta)$ eine Funktion. die sicherstellt, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten Eins ist. Bei geeigneter Wahl der Parameter kann dies Modell Graphen

mit einer »small-world«-Struktur erzeugen, aber andere Parameterwahlen generieren auch ganz andere Strukturen. Dies lässt zunächst vermuten, dass Markov-Graphen eine flexible Familie von Zufallsverteilungen sind, die eine Reihe unterschiedlicher empirischer Netzwerke repräsentieren können und darum ein gutes Wahrscheinlichkeitsmodell empirisch beobachteter Netzwerke sind.

Anwendungen von Markov-Graphen als statistische Netzwerkmodelle führten allerdings oftmals zu enttäuschenden Resultaten. Snijders (2002) und Snijders u.a. (2006) haben gezeigt, dass dies an einer zu starken Abhängigkeit zwischen den Beziehungen im Markov-Graphen liegt. Das Modell ist ungeeignet, Netzwerke mit den typischerweise empirisch beobachteten Clusterungsgraden zwischen 0.1 und 0.5 zu generieren. Die größere Familie der *p**-Modelle (vgl. Wasserman/Pattison 1996) erlaubt aber eine bessere Repräsentation empirischer Netzwerke. Diese Modelle werden auch als »Exponential Random Graph (ERG)«-Modelle bezeichnet. Sie modellieren die Wahrscheinlichkeit eines beobachteten Graphen als Exponentialfunktion einer Linearkombination beliebiger Graphstatistiken. Snijders u.a. (2006) verbesserten die Leistungsfähigkeit dieser Modelle insbesondere durch die Einführung komplizierterer Netzwerkstatistiken, die Tendenzen zur Bildung transitiver Beziehungen abbilden. ERG-Modelle stellen also eine Familie von Wahrscheinlichkeitsverteilungen dar, die eine breite Palette unterschiedlicher Netzwerkstrukturen generieren kann und dabei exogene erklärende Variablen einbezieht. Allgemeine Verfahren statistischer Inferenz, des Parametertests und der Ermittlung des Modellfits können auch auf ERG-Modelle angewendet werden (eine rezente Sonderausgabe der Zeitschrift *Social Networks* gibt eine umfassende Einführung, vgl. hierzu Robins/Morris 2007).

ERG-Modelle werden üblicherweise nicht als agentenbasierte Modelle eingeführt. Robins, Pattison und Woolcock (2005) haben aber gezeigt, dass sie als stochastische Gleichgewichtsmodelle aufgefasst werden können, die beschreiben, wie Paare von Akteuren ihre Beziehung gemäß spezifizierter Wahrscheinlichkeitsregeln und auf Basis lokaler Information aufs Neue bestimmen. Dies wird mit sogenannten Änderungsstatistiken (Wasserman/Pattison 1996) modelliert. Für gerichtete Graphen findet die Neubestimmung in Bezug auf die nach außen gerichteten Beziehungen eines Akteurs statt. Damit entsprechen die Modelle den Grundprinzipien agentenbasierter Modellierung.

Stochastische akteursorientierte Modelle dynamischer komplexer Netzwerke

Agentenbasierte Modelle sind dynamische Modelle. Darum überrascht es auch nicht, dass statistische Modelle zur Analyse longitudinaler Netzwerkdaten agentenbasierten Modellen sehr ähnlich sind. Snijders (1996, 2001, 2005) hat hierfür soge-

nannte stochastische akteursorientierte Modelle entwickelt. In stochastischen akteursorientierten Modellen geschieht die Modellierung individueller Verhaltensmechanismen mit Hilfe stochastischer Simulationsmodelle, die einfach und flexibel sind. Die Modelle enthalten Parameter, die anhand der Daten mit eigens zu diesem Zwecke entwickelten statistischen Verfahren geschätzt und getestet werden können.

Die Modelle gehen von der Annahme aus, dass sich das Netzwerk in kleinen Schritten ändert. Zu jedem Zeitpunkt kann sich nur eine Beziehungsvariable Y_{ij} ändern. Die Variable Y_{ij} ist binär. Der Wert 1 gibt an, dass eine Beziehung zwischen den Akteuren *i* und *j* existiert und der Wert 0, dass *i* und *j* keine Beziehung haben. Jeder Akteur *i* erhält zu zufälligen Zeitpunkten die Möglichkeit, eine Beziehungsvariable zu ändern. Der Akteur wählt die bestmögliche Änderung mittels eines myopischen stochastischen Optimierungsverfahrens. Wie zufrieden ein Akteur mit einem bestimmten Zustand des Netzwerkes ist, wird über die sogenannte Zielfunktion bestimmt. Formal ist die Zielfunktion $\sum_k \beta_k s_{ki}(y)$, wobei die $s_{ki}(y)$ die Netzwerkstatistiken sind und die β_k statistische Parameter, die die Stärke der jeweiligen »Effekte« $s_{ki}(y)$ wiedergeben. Beispiele für Effekte sind der Grad der ausgehenden Beziehungen *(outdegree)* des Akteurs *i*, die Anzahl seiner reziproken Beziehungen, die Anzahl transitiver Triaden zu denen *i* gehört, die Anzahl der Beziehungen zu Netzwerkpartnern mit einer bestimmten Eigenschaft usw. Welche Effekte $s_{ki}(y)$ in das Modell aufgenommen werden, hängt von der jeweiligen Theorie ab. Auf diese Weise kann eine Vielzahl verschiedener Tendenzen ausgedrückt werden. Ein Akteur wählt diejenige Beziehungsvariable Y_{ij} für eine Veränderung, bei der der Wert der Zielfunktion plus einer Zufallskomponente nach der Änderung maximiert wird. Das Verfahren ist in dem Sinne myopisch, dass ausschließlich die Zufriedenheit unmittelbar nach der Veränderung berücksichtigt wird. Wenn die Zufallskomponente einer Gumbel-Verteilung folgt, generiert dieses Verfahren multinominale Wahrscheinlichkeiten (vgl. Snijders 2001), die auch ohne die Optimierungsinterpretation postuliert werden können.

In der angegebenen Literatur werden auch Generalisierungen des Modells beschrieben, bei denen Akteure unterschiedliche erwartete Änderungshäufigkeiten haben können (z.B. abhängig von der Netzwerkzentralität eines Akteurs). Die Generalisierungen erlauben auch, dass die Zunahme der Zielfunktion bei der Entstehung einer neuen Beziehung asymmetrisch ist gegenüber der Abnahme bei Beendigung der Beziehung *(ceteris paribus)*.

Die beschriebenen Verfahren sind im Freeware-Programmpaket *SIENA (Simulation Investigation for Empirical Network Analysis)* verfügbar (Snijders u.a. 2007b). Bei Anwendungen der SIENA-Modelle wurden immer wieder deutliche Hinweise auf eine Tendenz zur Transitivität in vielen sozialen Beziehungen gefunden (z.B. van de Bunt/van Duijn/Snijders 1999). So haben Gerhard van de Bunt, Rafael Wittek und Maurits de Klepper (2005) bei der Analyse der Vertrauensbeziehungen

in einer Arbeitsgruppe festgestellt, dass der vorherrschende Mechanismus eine Tendenz zur Bildung von »structural holes« (Burt 1992) war. Eine neuere Entwicklung sind Arbeiten an Modellen einer gemeinsamen Entwicklung von Netzwerken und individuellem Verhalten (Attitüden, Verhaltenstendenzen, Status usw.) (vgl. hierzu Snijders/Steglich/Schweinberger 2007a).

Zusammenfassung

Wir haben in diesem Beitrag aufgezeigt, dass die mechanistischen Modelle, die bisher in der »neuen Netzwerkforschung« entwickelt wurden, aus soziologischer Sicht sowohl theoretisch als auch methodologisch unbefriedigend sind. Wir schlagen agentenbasierte Modellierung als eine Methode vor, mit deren Hilfe soziologische Theorien der Dynamiken komplexer Netzwerke ausgearbeitet werden können. Neuere Entwicklungen in der statistischen Modellierung, insbesondere »Exponential Random Graph«-Modelle und stochastische akteursorientierte Modelle, erlauben es darüber hinaus, theoretische Annahmen über die Mechanismen, die der empirisch beobachteten Struktur und Dynamik von Netzwerken zugrunde liegen, mit der Schätzung von Modellparametern zu testen. Wenngleich die statistischen Modelle üblicherweise nicht explizit der agentenbasierten Modellierung zugeordnet werden, so gehen sie doch vom gleichen Grundgedanken aus: Netzwerke werden als Produkt des zielgerichteten Handelns individueller Akteure modelliert. Diese Sicht erlaubt es agentenbasierten Modellen, über die bisher vorherrschende Praxis der neuen Netzwerkforschung hinauszugehen. Mit Hilfe dieser Modelle ist es möglich, explizit die sozialen Bedingungen zu untersuchen, unter denen die Entstehung komplexer Netzwerke zu erwarten ist und die sozialen Mechanismen empirisch zu testen, die observierte komplexe Netzwerke hervorgebracht haben könnten.

Literatur

Aiello, William/Chung, Fan/Lu, Linyuan (2000), »A Random Graph Model for Massive Graphs«, *Proceedings of the 32nd Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, New York, S. 171–180.

Albert, Réka/Barabási, Albert-László (2002), »Statistical Mechanics of Complex Networks«, *Review of Modern Physics*, Jg. 74, S. 47–97.

Barabasi, Albert-Lásló/Albert, Réka (1999), »Emergence of Scaling in Random Networks«, *Science*, Jg. 286, S. 509–512.

Broder, Andrei/Kumar, Ravi/Maghoul, Farzin u.a.(2000), »Graph Structure in the Web«, *Computer Networks*, Jg. 33, S. 309–320.

Burt, Ron S. (1992), *Structural Holes: The Social Structure of Competition*, Cambridge, MA.

Ebel, Holger/Mielsch, Lutz-Ingo/Bornholdt, Stefan (2002), »Scale-free Topology of Email Networks«, Phys. Rev. E 66, 035103.

Flache, Andreas/Macy, Michael W. (2004), »Bottom-up‹ Modelle sozialer Dynamiken. Agentenbasierte Computermodellierung und methodologischer Individualismus«, in: Diekmann, Andreas (Hg.), *Methoden der Sozialforschung* (=Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, Sonderheft 44), Wiesbaden, S. 536–559.

Frank, Ove/Strauss, David (1986), »Markov Graphs«, *Journal of the American Statistical Association*, Jg. 81, S. 832-842.

Girvan, Michelle/Newman, Mark E. J. (2002), »Community Structure in Social and Biological Networks«, *Proceedings National Academy of Science U.S.A.*, Jg. 99, S. 7821–7826.

Hegselmann, Rainer (1996), »Solidarität unter Ungleichen«, in: Hegselmann, Rainer/Peitgen, Hans O. (Hg.), *Modelle sozialer Dynamiken – Ordnung, Chaos und Komplexität*, Wien, S.105–128.

Macy, Michael W./Willer, Robb (2002), »From Factors to Actors: Computational Sociology and Agent-based Modelling«, *Annual Review of Sociology*, Jg. 28, S. 143–166.

McPherson, Miller/Smith-Lovin, Lynn/Cook, James M. (2001), »Birds of a Feather: Homophily in Social Networks«, *Annual Review of Sociology*, Jg. 27, S. 415–444.

Newman, Mark E. J. (2003), »The Structure and Function of Complex Networks«, *SIAM Review*, Jg. 45, S. 167–256.

Potterat, John J./Phillips-Plummer, Lyanne/Muth, Stephen Q. u.a. (2002), »Risk Network Structure in the Early Epidemic Phase of HIV Transmission in Colorado Springs«, *Sexually Transmitted Infections*, Jg. 78, S. il59–il63.

Pujol, Josep M./Flache, Andreas/Sangüesa, Ramon u.a. (2004), »Emergence of Complex Networks through Local Optimization«, *Proceedings of the 16th European Conference on Artificial Intelligence. ECAI–04*, Valencia, Spain.

Pujol, Josep M./Flache, Andreas/Delgado, Jordi u.a. (2005), »How Can Social Networks Ever Become Complex? Modelling the Emergence of Complex Networks from Local Social Exchanges«, *Journal of Artificial Societies and Social Simulation (JASSS)*, Jg. 8, H. 4 (http://jasss.soc.surrey.ac.uk/8/4/12.html).

Robins, Garry/Pattison, Philippa E./Woolcock, Ann J. (2005), »Small and Other Worlds: Global Network Structures from Local Processes«, *American Journal of Sociology*, Jg. 96, S. 626–654.

Robins, Garry/Snijders, Tom A. B./Wang, P. u.a. (2007), »Recent Developments in Exponential Random Graph (p*) Models for Social Networks«, *Social Networks*, Jg. 29, H. 2, S. 192–215.

Robins, Garry/Morris, Martina (2007), »Advances in Exponential Random Graph (p*) Models«, *Social Networks*, Jg. 29, H. 2, S. 169–348.

Snijders, Tom A. B. (1996), »Stochastic Actor-oriented Models for Network Change«, *Journal of Mathematical Sociology*, Jg. 21, S. 149–172.

Snijders, Tom A. B. (2001), »The Statistical Evaluation of Social Networks Dynamics«, *Sociological Methodology*, Jg. 31, H. 1, hg. von Michael E. Sobel und Mark P. Becker, S. 361–395.

Snijders, Tom A. B. (2002), »Markov Chain Monte Carlo Estimation of Exponential Random Graph Models«, *Journal of Social Structure*, Jg. 3, H. 2, (http://www.cmu.edu/joss/volume3/Snijders.pdf).

Snijders, Tom A. B. (2005), »Models for Longitudinal Network Data«, in: Carrington, Peter/Scott, John/Wasserman, Stanley (Hg.), *Models and Methods in Social Network Analysis*, New York, S. 215–247.

Snijders, Tom A. B./Pattison, Philippa E./Robins, Garry L. u.a. (2006), »New Specifications for Exponential Random Graph Models«, *Sociological Methodology*, Jg. 36, H. 1, S. 99–153.

Snijders, Tom A. B./Steglich, Christian E. G./Schweinberger, Michael (2007a), »Modeling the Co-evolution of Networks and Behavior«, in: van Montfort, Kees/Oud, Han/Satorra, Albert (Hg.), *Longitudinal Models in the Behavioral and Related Sciences*, Mahwah, USA, S. 41–71.

Snijders, Tom A. B./Steglich, Christian E. G./Schweinberger, Michael u.a. (2007b), *Manual for SIENA Version 3.1*, Groningen (ICS/Department of Sociology, University of Groningen).

Stokman, Frans N. (2001), »Social Network«, in: Smelser, Neil J./Baltes, Paul B. (Hg.), *International Encyclopedia for the Social & Behavioral Sciences*, St. Louis, USA, S. 10509–10514.

Troitzsch, Klaus G. (2000), »Computersimulationen in den Sozialwissenschaften«, in: Herz, Dietmar/Blätte, Andreas (Hg.), *Simulation und Planspiel in den Sozialwissenschaften. Eine Bestandsaufnahme der internationalen Diskussion*, Münster, S.181–203.

van de Bunt, Gerhard G./van Duijn, Marijtje A. J./Snijders, Tom A. B. (1999), »Friendship Networks through Time: An Actor-oriented Dynamic Statistical Network Model«, *Computational and Mathematical Organization Theory*, Jg. 5, S. 167–192.

van de Bunt, Gerhard G./Wittek, Rafael P. M./de Klepper, Maurits C. (2005), »The Evolution of Intra-Organizational Trust Networks: The Case of a German Paper Factory: An Empirical Test of Six Trust Mechanisms«, *International Sociology*, Jg. 20, H. 9, S. 339–369.

Wasserman, Stanley/Pattison, Philippa E. (1996), »Logit Models and Logistic Regression for Social Networks: I. An Introduction to Markov-graphs and p*«, *Psychometrika*, Jg. 61, S. 401–425.

Watts, Duncan J./Strogatz, Steven (1998), »Collective Dynamics of ›Small-world‹ Networks«, *Nature*, Jg. 393, S. 440–442.

Watts, Duncan J. (1999), »Network Dynamics and the Small-world Phenomenon«, *American Journal of Sociology*, Jg. 105, H. 2, S. 493–527.