

### Indikatoren der Wirtschaftsleistung, Umweltbelastung und sozialen Spannungen als Komponenten der gesellschaftlichen Wohlfahrt in einem Markoff-Zeitverlaufsmodell

Gerß, Wolfgang

Veröffentlichungsversion / Published Version

Forschungsbericht / research report

Zur Verfügung gestellt in Kooperation mit / provided in cooperation with:

SSG Sozialwissenschaften, USB Köln

#### Empfohlene Zitierung / Suggested Citation:

Gerß, W. (2007). *Indikatoren der Wirtschaftsleistung, Umweltbelastung und sozialen Spannungen als Komponenten der gesellschaftlichen Wohlfahrt in einem Markoff-Zeitverlaufsmodell*. (Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung, 3/2007). Duisburg: Universität Duisburg-Essen Campus Duisburg, Fak. für Gesellschaftswissenschaften, Institut für Soziologie. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssoar-110642>

#### Nutzungsbedingungen:

Dieser Text wird unter einer Deposit-Lizenz (Keine Weiterverbreitung - keine Bearbeitung) zur Verfügung gestellt. Gewährt wird ein nicht exklusives, nicht übertragbares, persönliches und beschränktes Recht auf Nutzung dieses Dokuments. Dieses Dokument ist ausschließlich für den persönlichen, nicht-kommerziellen Gebrauch bestimmt. Auf sämtlichen Kopien dieses Dokuments müssen alle Urheberrechtshinweise und sonstigen Hinweise auf gesetzlichen Schutz beibehalten werden. Sie dürfen dieses Dokument nicht in irgendeiner Weise abändern, noch dürfen Sie dieses Dokument für öffentliche oder kommerzielle Zwecke vervielfältigen, öffentlich ausstellen, aufführen, vertreiben oder anderweitig nutzen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

#### Terms of use:

This document is made available under Deposit Licence (No Redistribution - no modifications). We grant a non-exclusive, non-transferable, individual and limited right to using this document. This document is solely intended for your personal, non-commercial use. All of the copies of this documents must retain all copyright information and other information regarding legal protection. You are not allowed to alter this document in any way, to copy it for public or commercial purposes, to exhibit the document in public, to perform, distribute or otherwise use the document in public.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.

**DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN  
FORSCHUNG**



**No. 3/2007**

**Indikatoren der Wirtschaftsleistung,  
Umweltbelastung und sozialen Spannungen  
als Komponenten der gesellschaftlichen Wohlfahrt  
in einem Markoff-Zeitverlaufsmodell**

von

*Wolfgang Gerß*

---

Herausgeber der „Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung“  
ist das Institut für Soziologie.

**Kontaktadresse:**

Universität Duisburg-Essen  
Fachbereich für Gesellschaftswissenschaften  
Institut für Soziologie  
E-mail: sigurd.matz@uni-due.de  
Lotharstraße 63  
D – 47057 Duisburg

Ein Verzeichnis aller bisher erschienenen Beiträge befindet sich im Anhang.  
ISSN 0949-8516 (Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung)



*Inhaltsverzeichnis*

Vorwort und Einführung .....	2
1. Sozialwissenschaftliche Fragestellung .....	4
1.1 Dimensionen der Nachhaltigkeit .....	4
1.2 Einzel- versus Gesamtindikatoren .....	7
1.3 Standardisierung von Maßeinheiten .....	13
1.4 Stochastik in der empirischen Sozialforschung .....	16
2. Mathematische Instrumente .....	19
2.1 Markoffsche Prozesse .....	19
2.2 Modellkonstruktion .....	22
2.3 Modellspezifikation .....	26
2.4 Modellkontrolle .....	30
3. Daten für Deutschland .....	33
3.1 Empirische Datenbasis .....	33
3.2 Schätzung der Modellparameter .....	37
3.3 Rückschluss auf die Übergangsraten .....	42
3.4 Interpretation der Ergebnisse .....	45
Literaturverzeichnis .....	49
Anhang .....	54
• Langfristige Entwicklung der Erwartungswerte des fiktiven Viervariablenmodells (Tabelle)	
• Kurzfristige Entwicklung der Erwartungswerte des fiktiven Viervariablenmodells (Graphik)	
• Erwartungswerte von Indikatoren der Umweltbelastung und gesellschaftlichen Wohlfahrt im empirischen Viervariablenmodell (Graphik)	

## Vorwort und Einführung

Durch die „Konferenz der Vereinten Nationen für Umwelt und Entwicklung“ im Jahr 1992 in Rio de Janeiro wurde der weltweit gemeinsamen Erkenntnis zum Durchbruch verholfen, dass die Lebensqualität der Menschen auf der Erde von der Befriedigung von drei Dimensionen gesellschaftlicher Bedürfnisse abhängt. Die erste Dimension ist ökonomischer Art, das heißt die materielle Versorgung muss sichergestellt sein. Die zweite Dimension betrifft die Gerechtigkeit, das heißt der Nutzen der gesellschaftlichen Wohlfahrt soll auf alle Menschen angemessen verteilt sein. Die dritte Dimension ist ökologischer Art, das heißt die intakte natürliche Umwelt ist als notwendig für die Gesundheit und das Wohlbefinden der Menschen anzusehen und entsprechend zu erhalten. Diese Dreidimensionalität war aber schon Jahrzehnte vor Rio mehr oder weniger deutlich Bestandteil der Leitlinien politischer Programme. Allerdings wurden die drei Ziele in verschiedenen Epochen mit sehr unterschiedlicher Priorität verfolgt. Im 19. und beginnenden 20. Jahrhundert wurde fast ausschließlich starkes Wirtschaftswachstum geradezu euphorisch gefeiert. Im Verlauf des 20. Jahrhunderts wurde der Stellenwert der Sozialpolitik immer größer. Im 21. Jahrhundert scheint der Umweltschutz als alles andere dominierende dramatische Notwendigkeit erkannt zu werden (z.B. Erklärung der Umweltministerkonferenz des Bundes und der Länder am 22. März 2007 zu „Klimawandel und Konsequenzen“). Nachrichten über aktuelle Forschungsergebnisse wie der „Weltklimabericht der Vereinten Nationen“ (siehe hierzu Intergovernmental Panel on Climate Change 2007) alarmieren selbst Regierungen, die den Umweltschutz bisher sehr stiefmütterlich behandelt haben. In einem im Auftrag der britischen Regierung erstellten Forschungsbericht wird betont, dass der prognostizierten katastrophalen Lage globales Handeln entgegengesetzt werden muss: „Der Klimawandel ist eine ernsthafte globale Bedrohung und verlangt eine dringende globale Antwort ... Der Klimawandel ... ist das größte und weittragendste Versagen des Marktes, das es je gegeben hat“ (Stern 2007, S. 1). Dabei wird insbesondere an den bisher eingetretenen und weiter zu erwartenden Kohlendioxidemissionen der dringende Handlungsbedarf für die Umweltpolitik aufgezeigt und angeprangert, dass die umweltpolitischen Ziele nicht erreicht wurden (z.B. Meyer 2002, Rahmstorf 2006).

Die Veränderung der Rangfolge der drei Dimensionen gesellschaftlicher Bedürfnisbefriedigung spiegelt sich in der Entwicklung der zugehörigen – aus Makrodaten zusammengesetzten – statistischen Berichtssysteme wider. Das älteste und am weitesten ausgebaute Berichtssystem ist die Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung (Sozialproduktberechnung) mit der darauf basierenden (Wirtschafts-) Strukturberichterstattung. Jünger – aber ebenfalls seit langer Zeit etabliert – ist die Sozialberichterstattung mit dem Sozialbudget. Zuletzt kam die Umweltökonomische Gesamtrechnung mit den Nachhaltigkeitsindikatoren dazu. Die drei Berichtssysteme dienen zum Teil unterschiedlichen Zwecken, es gab aber immer Bemühungen um ihre Integration. Dabei steht in herkömmlicher Sicht die Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung im Mittelpunkt; daran sind die Umweltökonomische und die Sozioökonomische Gesamtrechnung als Satellitenrechnung angegliedert, aber voneinander unabhängig. Um auch die soziale und die ökologische Dimension miteinander zu verzahnen, wurde im Auftrag des Umweltbundesamtes federführend vom „Wuppertal Institut für Klima, Umwelt, Energie“ das Forschungsprojekt „Weiterentwicklung der konzeptionellen Überlegungen zur Ökologischen Gerechtigkeit als Teil der Sozialberichterstattung“ durchgeführt (Scherhorn und Wehrspau 2006). Hier wird der ökologische Aspekt im Wesentlichen ergänzend aus der Sicht der Sozialpolitik herangezogen. Nach meiner Überzeugung sollte aber weder die ökonomische oder die soziale, sondern die ökologische Dimension im Mittelpunkt des Interesses stehen und die Basis des integrierten ökologisch/ökonomisch/sozialen Gesamtsystems bilden. Die Vorstellung, man könne

gleichzeitig die Erreichung der drei Ziele optimieren, also maximalen materiellen Wohlstand und totale soziale Absicherung mit nachhaltiger Schonung der natürlichen Ressourcen kombinieren, ist utopisch. Die ökologischen Grenzen bilden den entscheidenden Engpass und erzwingen, dass für den Umweltschutz zur Not auch Abstriche an der ökonomischen und der sozialen Zielsetzung hingenommen werden müssen. Die jüngsten – wissenschaftlich nicht mehr ernsthaft bestrittenen – Horrorszenarien über das Klima der kommenden Jahrzehnte sprechen für sich. Früher konnte noch gefragt werden: „Wie viel Umweltschutz können wir uns (höchstens) leisten, ohne unseren materiellen Lebensstandard einschränken zu müssen?“ Heute muss die Frage lauten: „Wie viel Umweltschutz müssen wir (mindestens) betreiben, um dauerhaft überleben zu können?“

Die vorliegende Abhandlung berichtet über den Versuch, auf der Grundlage von Makrodaten die Beziehungen zwischen Wirtschaftswachstum, sozialer Gerechtigkeit und Umweltschutz im Zeitablauf durch ein einfaches mathematisches Modell darzustellen und dabei die besondere Bedeutung des ökologischen Aspekts für die gesellschaftliche Wohlfahrt – die Lebensqualität – zu berücksichtigen. Formal wurde dabei auf ein Mikrodatenmodell zurückgegriffen, mit dem die verschiedenen psychischen Zustände von einzelnen Personen aufgezeigt wurden, die diese als Arbeitskräfte von ihrem Eintritt bis zu ihrem Ausscheiden in einer hierarchischen Organisation durchlaufen. Der Übergang von einem in einen anderen Zustand kann als stochastischer Prozess aufgefasst werden, wobei jede Zustandsänderung zufällig mit bestimmter Wahrscheinlichkeit erfolgt und von dem jeweils zuletzt erreichten Zustand abhängt. Je nach der Intensität des Übergangs wird der neue Zustand schneller oder langsamer erreicht. Damit ist die Situation eines Markoffschen Prozesses gegeben. Zur Veranschaulichung kann man sich einen aus mehreren in verschiedener Höhe miteinander durch Leitungen verbundenen Becken bestehenden Brunnen vorstellen. Das von oben nach unten von Becken zu Becken fließende Wasser läuft zufällig schneller oder langsamer, wenn die Leitungen mit zufällig arbeitenden Ventilen versehen sind. Die mögliche bewegte Wassermenge wird von dem Bestand des jeweils zuletzt durchflossenen Beckens begrenzt. Wenn man dieses Bild auf das Makromodell überträgt, enthält das erste (oberste) Becken den verfügbaren Bestand an natürlichen Ressourcen, also den Umweltkapitalstock. Die Naturgüter sind die Grundlage für die Herstellung von Wirtschaftsgütern (zweites Becken). Die Belastung der Natur durch den Abbau ihrer Ressourcen kann die Menschen unterschiedlich treffen und hat somit soziale Auswirkungen (drittes Becken). Auch von der Wirtschaftstätigkeit geht ein Einfluss auf die soziale Lage aus. Schließlich setzt sich die gesellschaftliche Wohlfahrt im umfassendsten Sinn (viertes und unterstes Becken) aus den „Zuflüssen“ materieller Wohlstand (zweites Becken), soziale Gerechtigkeit (drittes Becken) und Umweltqualität (erstes Becken) zusammen. In diesem Modell hat der Umweltkapitalstock – wie beabsichtigt – als einzige exogene Größe eine herausragende Stellung, von der direkt oder indirekt alle anderen Aggregate abhängen. Die gesellschaftliche Wohlfahrt ist die einzige endogene Zielgröße, deren dauerhafte Optimierung angestrebt wird. Wirtschaftsleistung und Gerechtigkeit haben demgegenüber die Bedeutung von Zwischenzielen auf dem Weg zu einem übergeordneten Zweck.

Mit mathematischen Modellen dieser oder anderer Art habe ich mich in jahrzehntelanger Tätigkeit als Hochschullehrer häufig befasst. Sie sind m. E. ein unentbehrlicher – wenn auch von den Studierenden nicht immer bevorzugter – Bestandteil des Lehrgebiets der empirischen Sozialforschung. Für die vorliegende Abhandlung danke ich meinem Sohn Dr. Joachim Gerß, der die EDV-Arbeiten erledigt hat, und meiner Frau Jutta Gerß, die mich bei der Daten- und Literaturbeschaffung unterstützt hat.

## 1. Sozialwissenschaftliche Fragestellung

### 1.1 Dimensionen der Nachhaltigkeit

Der materielle Wohlstand der Nationen wurde mit Beginn der Industrialisierung das zentrale Thema der makroökonomischen Theorie (Quesnay 1758, Smith 1776) und der dem Begriff „Statistik“ zugrundeliegendem praktischen Staatsbeschreibung (Achenwall 1748). Zur Wohlstandsmessung wurde die volkswirtschaftliche Buchhaltung mit dem Sozialprodukt – dem Geldwert aller in der Volkswirtschaft jährlich gewerbsmäßig hergestellten Güter und in Anspruch genommenen Dienste – als umfassendstem Aggregat entwickelt. Ziel der Politik wurde es, das Wachstum des Sozialprodukts zu fördern. Diese Sichtweise hatte ca. 200 Jahre lang ohne Einschränkung Bestand. Erst der „Club of Rome“ wies öffentlichkeitswirksam auf die Grenzen der traditionellen Wirtschaftspolitik hin, indem er eindringlich vor der Vernichtung der natürlichen Lebensgrundlagen durch ungehemmtes Wachstum warnte (Meadows et al. 1972). Von Sozialwissenschaftlern – ausgehend von den USA bereits in den 60er Jahren („Social Indicators Movement“) – wurde das herkömmlich vorherrschende eindimensionale Wachstumsdenken kritisiert und stattdessen ein mehrdimensionaler **Wohlfahrtsbegriff** – wobei der wirtschaftliche **Wohlstand** nur eine von mehreren zu berücksichtigenden Dimensionen ist – propagiert (Zapf 1973). Die Wohlfahrtsmessung sollte neben Gesamtrechnungen wie der Sozialproduktsberechnung auch sog. „Kollektivgüter“ wie städtischer Lebensstil und Zukunftserwartungen sowie soziale Einzelindikatoren und Umfragen zur subjektiven Zufriedenheit umfassen. Aus der amerikanischen Literatur wurde in diesem Zusammenhang auch der Begriff „Lebensqualität“ (Quality of Life) übernommen (Samuelson 1970, S.776 – 777). Der amtlich-wissenschaftlichen Sozialberichterstattung wurde demgemäß die Aufgabe der Messung der Lebensqualität zugewiesen (Zapf 1974, Glatzer und Zapf 1984). Die traditionelle Sozialproduktsberechnung kann aber nur wirtschaftliche Aspekte der Lebensqualität und selbst diese nur unvollkommen – beschränkt auf Markttransaktionen – messen, so unter anderem den privaten Verbrauch und das verfügbare Einkommen der privaten Haushalte je Einwohner. Nicht berücksichtigt werden dabei „soziale Kosten“, die nicht vom Verursacher getragen werden, sondern zu Lasten der Wohlfahrt anderer gehen; natürliche Ressourcen werden als kostenlose „freie Güter“ behandelt (Hamer 1974). Um ein Wohlfahrtsmaß zu erhalten, müssen die von der wirtschaftlichen Produktion verursachten nicht gemessenen Kosten wie z.B. die Umweltverschmutzung als Vorleistungen vom Sozialprodukt abgezogen werden. Solche Abzugsposten sind auch Abschreibungen für den Abbau natürlicher Rohstoffe sowie Aufwendungen zur Behebung eingetretener Schäden z.B. bei der Trinkwasseraufbereitung und bei der Behandlung von Verkehrsopfern. Die gesellschaftliche Wohlfahrt wird ferner durch die in der Sozialproduktsberechnung nicht ausgewiesenen Einkommensdisparitäten beeinträchtigt. Andererseits gehören zur Wohlfahrt mehrere bei rein wirtschaftlicher Betrachtung nicht erfasste immaterielle Bestandteile wie Entscheidungsbefugnisse und Verfügbarkeit von Freizeit bzw. neben direkt beobachtbaren und messbaren „objektiven Lebensbedingungen“ auch „subjektives Wohlbefinden“ wie Meinungen und Wertvorstellungen (Cassel und Müller 1975). Ein Wohlfahrtsmaß erfordert demnach die Ergänzung der traditionellen Sozialproduktsberechnung durch eine umweltökonomische Gesamtrechnung und ein System „sozialer Indikatoren“ (Haslinger 1978). Als Vorläufer eines solchen Systems – dessen englische Bezeichnung „social indicators“ treffender mit „gesellschaftliche Indikatoren“ übersetzt worden wäre – wurde vom Presse- und Informationsamt der Bundesregierung erstmalig die Datensammlung „Gesellschaftliche Daten 1973“ veröffentlicht und danach mehrfach aktualisiert. Mit der umweltökonomischen Gesamtrechnung wird die volkswirtschaftliche Gesamtrechnung zu einer in sich abgestimmten ökonomischen und ökologischen Berichterstattung erweitert, in der der Wert

der Produktion um deren umweltbezogene Folgekosten bereinigt erscheint. Das Sozialprodukt ist demgegenüber aufgebläht; krasse Fälle der Überbewertung sind zum Beispiel die gleichermaßen als positive Komponenten in die Berechnung eingehende Produktion der Kraftwerke und die kompensatorische Kalkdüngung von durch die Kraftwerksproduktion geschädigten Waldflächen oder die Betrachtung der Umweltschutzausgaben der privaten Haushalte – z.B. Mehrausgaben für ein katalysatorbestücktes Auto – als Teil des privaten Verbrauchs und damit des Sozialprodukts (Simonis 1987). Das Statistische Bundesamt legte im Jahr 1989 die Konzeption einer Umweltökonomischen Gesamtrechnung als von der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung unabhängiges, aber mit ihr an bestimmten Stellen verknüpft eigenständiges Rechenwerk zur umfassenden quantitativen Beschreibung der Umweltsituation vor (unveröffentlichtes Papier des Statistischen Bundesamtes vom August 1989).

Nach gründlicher Vorbereitung des Themas „Our Common Future“ durch die sog. Brundtland-Kommission (Hauff 1987) fand im Juni 1992 in Rio de Janeiro die „Konferenz der Vereinten Nationen für Umwelt und Entwicklung“ (UNCED) statt. Als Ergebnis wurde das Leitbild einer „nachhaltig zukunftsverträglichen Entwicklung“ (Sustainable Development) propagiert (Sachs 1997). Dazu gehört, dass gleichzeitig die natürlichen Lebensgrundlagen erhalten werden, der wirtschaftliche Wohlstand ermöglicht wird und für soziale Gerechtigkeit gesorgt wird. Damit stehen die drei Dimensionen der Nachhaltigkeit – Ökonomie, Ökologie, Soziales – gleichgewichtig nebeneinander. Mit dem Begriff Nachhaltigkeit wurde in der deutschen Fassung der Konferenzergebnisse an die Terminologie der deutschen Forstwirtschaft des 18. Jahrhunderts angeknüpft, die den Substanzerhalt als Ziel verfolgte (Kehr 1993). Sustainable Development bzw. Nachhaltigkeit wird mit einer Entwicklung erreicht, die den Bedürfnissen der gegenwärtig lebenden Menschen entspricht, ohne die Möglichkeiten zukünftiger Generationen zur Befriedigung ihrer Bedürfnisse zu gefährden. Der Begriff Nachhaltigkeit ist noch deutlicher als der Begriff Wohlfahrt auf Dauerhaftigkeit ausgerichtet. Die nach der ökologisch-ökonomischen wissenschaftlichen Terminologie (Daly 1990) bezeichnete Nachhaltigkeit erfordert die Ökosuffizienz als Selbstbegrenzung zugunsten einer Reduzierung von Ressourcenverbrauch und Umweltbelastung. Die nach der soziologischen Terminologie bezeichnete Wohlfahrt erfordert zur Dauerhaftigkeit unter anderem die Reform der Sozialsysteme durch Wandel vom Leistungs- zum Gewährleistungsstaat. Nachhaltigkeitspolitik und Wohlfahrtspolitik sind stark miteinander verflochten. Zur Umsetzung der Beschlüsse von Rio auf der Grundlage des Zieldreiecks der ökologischen, ökonomischen und sozialen Dimension (Drei-Säulen-Modell) setzte der 12. Deutsche Bundestag eine Enquete-Kommission „Schutz des Menschen und der Umwelt“ ein, die sich schwerpunktmäßig mit umweltverträglichen Stoffkreisläufen befasste (Enquete-Kommission 1994). Das Drei-Säulen-Modell wurde von einer unter demselben Namen eingesetzten weiteren Enquete Kommission des 13. Deutschen Bundestages unter dem Schwerpunktthema „Bauen und Wohnen“ ausgebaut, wobei die drei Dimensionen der Nachhaltigkeit als eigenständige Subsysteme des Gesamtsystems Wohlfahrt angesehen wurden (Enquete-Kommission 1998). Gegen die unzureichende Integration der drei Subsysteme wurde Kritik geäußert (Kopfmüller et al. 2001). Die Forderung nach einem integrativen Ansatz wurde von der Bundesregierung mit der Formulierung einer „nationalen Nachhaltigkeitsstrategie“ als Handlungsanleitung für eine ökonomisch, ökologisch und sozial tragfähige Entwicklung aufgegriffen (Bundesregierung 2002). Darin werden die Themen „Lebensqualität“ und „sozialer Zusammenhalt“ betont. Mit 21 Schlüsselindikatoren der Nachhaltigkeit soll aufgezeigt werden, wie sich die „gesamtgesellschaftliche Wertschöpfung“ im weitesten Sinn zusammensetzt. Da keine Aggregation der Einzelindikatoren vorgesehen ist, besteht die Gefahr der Verzettelung. Die ursprüngliche Idee des ökologischen Verständnisses von nachhaltiger Entwicklung mit Berücksichtigung ökonomischer und



sozialer Belange ist nicht mehr deutlich. Teilweise deckungsgleich mit dem vom „Rat für Nachhaltige Entwicklung“ (RNE 2005) weiter bearbeiteten Nachhaltigkeitskonzept haben sich neue umfassend multidimensionale Wohlfahrtskonzepte der Lebensqualität – insbesondere der sog. „Verwirklichungschancen-Ansatz“ von Sen (1999) – als Synthese individueller und gesamtgesellschaftlicher Aspekte entwickelt, die sowohl materielle als auch immaterielle, individuelle wie kollektive und objektive wie subjektive Komponenten umfassen (Noll 2000). Der Verwirklichungschancen-Ansatz ist in den neuesten Armuts- und Reichtumsbericht der Bundesregierung eingegangen (Bundesregierung 2005).

Diskussionen zum Thema Nachhaltigkeit sind oft langwierig, aber selten kontrovers. Das kann daran liegen, dass niemand gegen Nachhaltigkeit ist, aber jeder etwas anderes darunter versteht. Die verschiedenen Konzepte der Nachhaltigkeit erschweren den Überblick (Jörissen 2005). Einige unterschiedliche Sichtweisen sind (nach Wilke, Schlüs und Kopatz 2006, S.38-40):

- Grundlegende Basis der Nachhaltigkeit ist der Umweltschutz; d.h. die Nachhaltigkeit beschränkt sich im Wesentlichen auf den Umweltschutz (Position der Umweltverbände).
- Nachhaltigkeit ist „gutes Wirtschaften mit realistischer Ausgewogenheit zwischen Gewinnerzielung und Sicherung der Zukunftsfähigkeit“ (Unternehmersicht).
- Nachhaltigkeit ist die Sicherung der Finanzierung der sozialen Sicherungssysteme (Sozialverbände)
- Nachhaltigkeit umfasst die drei Säulen „Frieden, Gerechtigkeit und Bewahrung der Schöpfung“ (Kirchen).

Unterschiedlich wird auch gesehen, ob „starke“ oder „schwache“ Nachhaltigkeit notwendig ist (Neumayer 1999). Bei schwacher Nachhaltigkeit können natürliche Funktionen durch Technologie und Kapital – d.h. Naturkapital durch künstliches Kapital – ersetzt werden, bei starker Nachhaltigkeit kommt dies nicht infrage. Einvernehmlich gilt dagegen, dass eine nachhaltig zukunftsfähige Entwicklung Innovationen erfordert. Innovationen sind Prozesse – oder Ergebnisse dieser Prozesse – die zu mehr Effizienz (Herstellung von Produkten mit weniger Energie und Material), mehr Suffizienz (ökologisch orientierte Veränderung des Konsumverhaltens) und mehr Konsistenz (bessere Einordnung von Produktion und Konsum in den Naturkreislauf) führen.

Die Bedeutung der Ökonomie als ursprünglich einziger Dimension der Wohlstands- bzw. Wohlfahrtsmessung ist in den letzten Jahrzehnten kontinuierlich vor allem zu Gunsten der Ökologie zurückgegangen. Der noch dominierenden volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (Sozialproduktsberechnung) wurde zunächst die umweltökonomische Gesamtrechnung als Satellitenrechnung zugeordnet (Stahmer 1987). Als Folge der Konferenz von Rio hat sich dann die Auffassung von der Gleichrangigkeit der Dimensionen Ökonomie, Ökologie und Soziales als Komponenten der übergeordneten nachhaltigen gesellschaftlichen Wohlfahrt etabliert. Diese Gleichrangigkeit wird jedoch infrage gestellt. Wenn ökonomische oder soziale Interessen zuerst bedient werden, werden nach bisheriger Erfahrung ökologische Interessen nicht automatisch mitberücksichtigt. Wenn dagegen von den ökologischen Interessen wie Erhaltung des „ökologischen Kapitalstocks“ ausgegangen wird, bedeutet dies gleichzeitig Erhaltung der Lebens- und Wirtschaftsgrundlagen und damit auch Berücksichtigung der ökonomischen und sozialen Ziele. Umweltschäden können für Menschen in benachteiligten Lebenslagen besonders gravierend sein und so direkt die soziale Ungleichheit und daraus resultierende Spannungen verschärfen; sie können auch indirekt das soziale Wohlbefinden schwächen (Kasser 2002), indem sie als Verbrauch des Umweltkapitals temporär durch Verbilligung und Expansion der Marktgüter den wirtschaftlichen Wohlstand erhöhen (Schwartz 2004), wodurch gleichzeitig das Bemühen um marktfreie Güter (soziale Harmonie,

menschliche Zuwendung, Solidarität u. a.) zurückgedrängt wird. Die sich aufgrund eines ökologischen Engpasses mit der zeitweisen Förderung des Wirtschaftswachstums ergebenden höheren Preise der betroffenen bzw. ersatzweise hergestellten Güter belasten einkommensschwache Haushalte mehr als andere Haushalte und führen damit zu sozialer Unverträglichkeit. Mit der fortschreitenden Abnutzung des Umweltkapitals wird dieses immer mehr zum Engpass nicht nur für die Erhaltung der Lebensqualität, sondern auch für die wirtschaftliche Entwicklung. Aus dieser Erkenntnis hat sich die Enquete-Kommission des 13. Deutschen Bundestages für den „ökologischen Zugang“ zur Nachhaltigkeit entschieden und vorrangig der Entwicklung von Umweltzielen gewidmet. Mit den Umweltzielen steht die ökologische Dimension im Vordergrund; erst danach ist aufzuzeigen, wie die Analyse um die ökonomische und soziale Dimension erweitert werden muss, um eine umfassende Aussage über die nachhaltige gesellschaftliche Wohlfahrt zu erreichen. „Die Enquete-Kommission hat sich darauf verständigt, die Integration der ökologischen, ökonomischen und sozialen Dimension durch den Einstieg über die ökologische Dimension vorzunehmen. Es soll an konkreten Problemfeldern erprobt werden, wie Rahmenbedingungen zu gestalten sind, die den ökologischen Erfordernissen Rechnung tragen und gleichzeitig ökonomische und soziale Probleme nicht verschärfen“ (Enquete-Kommission 1997 S.85). Die Weichen für die Sonderstellung der ökologischen Dimension waren bereits von der Enquete-Kommission des 12. Deutschen Bundestages gestellt worden, indem diese mehrere Grundregeln über den Umgang mit natürlichen Ressourcen formuliert und damit ökologische Ziele konkretisiert, aber auf vergleichbare Grundregeln für ökonomische und soziale Ziele verzichtet hat (Enquete-Kommission 1994). Der Vorrang der ökologischen Dimension wird noch stärker von den Umweltverbänden betont, wonach die Nachhaltigkeit nur auf der Ökologie als einziger tragender Säule beruht, nach der sich Ökonomie und Soziales zu orientieren haben. Da für die Umwelt als einzige der drei Dimensionen quantifizierbare Belastbarkeitsgrenzen bestehen, muss sich die wirtschaftliche und soziale Entwicklung diesen Grenzen unterwerfen (Zahrnt 2002). Die Nachrangigkeit der Ökonomie wird besonders begründet; diese sei „keine eigenständige Säule, da sie kein Selbstzweck, sondern Mittel zum Zweck der gesellschaftlichen Wohlfahrt“ ist (Diefenbacher 2002). Die Kennzeichnung als („nur“) Mittel zum Zweck der Wohlfahrt kann allerdings auch für die ökologische und die soziale Dimension vertreten werden.

In den folgenden Kapiteln wird angenommen, dass die drei Dimensionen der Nachhaltigkeit direkt, aber nicht gleichrangig die gesellschaftliche Wohlfahrt bestimmen. Die Komponente Ökologie (als Indikator des Umweltkapitalstocks bzw. der Umweltbelastung) beeinflusst die Komponente Ökonomie (als Indikator der Wirtschaftsleistung) und die Komponente Soziales (als Indikator der sozialen Spannungen). Von der Komponente Ökonomie geht ein Einfluss auf die Komponente Soziales aus. Damit ist die Ökologie die letztlich entscheidende exogene Größe, von der die gesellschaftliche Wohlfahrt abhängt.

## **1.2 Einzel- versus Gesamtindikatoren**

Die von Soziologen in den 60er und 70er Jahren des 20. Jahrhunderts gegen die Fehlinterpretation des Sozialprodukts als Wohlfahrtsmaß entwickelten Systeme sozialer Indikatoren sind geordnete Sammlungen ausgewählter statistischer Daten zu manchmal sehr vielen einzelnen Aspekten der Lebensqualität. Die Konstruktion einer einzigen Aggregatgröße Lebensqualität als eines sämtliche Aspekte umfassenden ökonomisch-ökologisch-sozialen Wohlfahrtsmaßes, das alle Punkte der Kritik am Sozialprodukt einbezieht, erschien utopisch (Haslinger 1978). Aggregate (Gesamtindikatoren) spielten bereits in den frühen 70er Jahren in der soziologischen Diskussion keine allzu große Rolle

mehr; die Entwicklung sozialer Indikatoren konzentrierte sich mehr auf statistische Einzelindikatoren (Zapf 1974). Dies ist bis in die Gegenwart auch die offizielle Praxis der Europäischen Union, für die zur einheitlichen Anwendung in allen Mitgliedstaaten aufgrund eines Beschlusses des Europäischen Rates im Jahr 2000 in Lissabon ein System von sozialen Einzelindikatoren entwickelt wurde (Stanton 2004). Das Bedürfnis nach Gesamtindikatoren besteht jedoch nach wie vor und regt zur Konstruktion solcher Indikatoren an. So wurden ökonomische und ökologische Einzelindikatoren sehr anschaulich zusammengefasst, indem die Ansprüche der Menschen in Einheiten der Bodenfläche umgerechnet wurden. Die einer Person zugerechnete Fläche ist ihr ökologischer Fußabdruck. Nachhaltigkeit ist nur dann gewährleistet, wenn die Summe der Fußabdrücke aller Menschen die verfügbare und nutzbare Bodenfläche der Erde nicht übersteigt (Chambers, Simmons und Wackernagel 2000). Der Gesamtindikator Fußabdruck ist einleuchtend, aber wegen fehlender – insbesondere regionale Unterschiede realistischer berücksichtigender – Basisinformationen in der Praxis kaum nachvollziehbar. Der Wunschtraum von Gesamtindikatoren zeigt sich auch darin, dass der Verzicht auf Aggregation der 21 im Rahmen der „nationalen Nachhaltigkeitsstrategie“ der Bundesregierung vorgesehenen Schlüsselindikatoren (Bundesregierung 2002) bedauert wird. „Fortschrittsmessung darf sich bei den 21 Indikatoren der Nachhaltigkeit nicht nur auf einzelne Aspekte beziehen, sondern es müssen auch die Zusammenhänge zwischen den Indikatorenbereichen beachtet werden“ (Wilke et al. 2006, S.43). Das Problem der „methodischen Integration unterschiedlicher Maßeinheiten“ der Einzelindikatoren soll dann durch Monetarisierung gelöst werden (a.a.O. S.46). Unklar ist, wie etwa die Entwicklung der Bestände ausgewählter wildlebender Tierarten – einer der 21 Indikatoren – monetarisiert werden kann. Problematisch ist die Monetarisierung auch wegen der damit bewirkten ökonomischen Dominanz im Indikatorensystem.

Wenn man sich auf die Messung der Wirtschaftsleistung beschränkt, ist die Aggregation der Einzelindikatoren im allgemeinen unproblematisch, weil diese meistens zu Marktpreisen bewertet und damit von vornherein monetarisiert sind. Mit der einheitlichen Bewertung in Geldeinheiten sind die Einzelindikatoren nicht nur auf einfache Weise addierbar, sondern können bei ihrer Zusammenfassung auch nach ihren Werten objektiv gewichtet werden. Das Sozialprodukt ist per se ein wirtschaftlicher Gesamtindikator. Die aufwändigen Berechnungsabläufe der zahlreichen Komponenten des Sozialprodukts und die neben der Monetarisierung verbliebenen Schätzprobleme – also die Plausibilität des Rechengangs von den Einzelindikatoren zum Gesamtindikator – wurden vom Statistischen Bundesamt nicht immer ausreichend dokumentiert (v.d. Lippe 1985, S.102). Dagegen zeichnen sich einige diesbezügliche Veröffentlichungen der statistischen Landesämter durch die vollständig nachvollziehbare Beschreibung und kritische Beurteilung der Materialgrundlagen und Berechnungsverfahren aus (Gerß 1978). Während das Sozialprodukt (die wirtschaftliche Leistung der im Inland ansässigen Wirtschaftssubjekte unabhängig vom Ort der Leistungserstellung) für das Bundesgebiet insgesamt direkt berechnet wird, geschieht dies auf der Ebene der Bundesländer indirekt über das Inlandsprodukt (die im Inland entstandene wirtschaftliche Leistung unabhängig vom Sitz der beteiligten Wirtschaftssubjekte). Der Weg über die Entstehung des Inlandsprodukts – die „Entstehungsrechnung“ – wird durch die Datenlage auf Länderebene erzwungen, zeigt aber besonders deutlich den additiven Zusammenhang zwischen dem Gesamtindikator Inlandsprodukt und den Einzelindikatoren Wertschöpfung der verschiedenen Wirtschaftszweige.

Das Inlandsprodukt ist auch der Ansatzpunkt für Überlegungen, die Auswirkungen der Wirtschaft auf die natürliche Umwelt und die Abhängigkeit der Wirtschaft von der Umwelt in den monetären Gesamtindikator einzubeziehen. Als Satellitenrechnung der volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen wurde die umweltökonomische Gesamtrechnung zur teils

monetären, aber überwiegend physischen Darstellung der Wechselbeziehungen zwischen Wirtschaft und Umwelt – Inanspruchnahme von Rohstoffen, Energie, Bodenfläche und Umweltdienstleistungen aus der Umwelt für die Wirtschaft; Abgabe von Reststoffen wie Abfall, Abwasser und Luftemissionen an die Umwelt aus der Wirtschaft – entwickelt. Während sich die volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen auf monetär erfassbare Marktvorgänge und z.B. auf das produzierte Vermögen beschränken, stellt die umweltökonomische Gesamtrechnung wegen des Fehlens eines Marktwertes unentgeltliche und daher nur physisch erfassbare Vorgänge dar wie z.B. das nicht produzierte Natur- bzw. Umweltvermögen. Im Jahr 1990 wurde vom damaligen Bundesumweltminister Töpfer der Begriff des „Ökosozialprodukts“ propagiert, das dann von Politikern der amtlichen Statistik als Aufgabe gestellt wurde, sich aber bald als Illusion erwies. Stattdessen wurde in der amtlichen umweltökonomischen Gesamtrechnung zunächst versucht, primär in physischen Einheiten gemessene umweltrelevante Tatbestände nachträglich monetär zu bewerten, um auf diese Weise die betroffenen monetären volkswirtschaftlichen Aggregate um Umwelteinflüsse – insbesondere Abschreibungen auf das Naturvermögen als Maß des Umweltverbrauchs – zu korrigieren. Das angestrebte Ergebnis war das „Ökoinlandsprodukt“. Später kam vor allem in den statistischen Ämtern Skepsis zur Machbarkeit der nachträglichen monetären Bewertung auf; man sah darin allenfalls eine Aufgabe der – mit auf Unterstellungen beruhenden Modellen arbeitenden – Wissenschaft als der – ausschließlich mit Fakten operierenden – amtlichen Statistik. Das Statistische Bundesamt „arbeitet nicht an der Ermittlung korrigierter gesamtwirtschaftlicher Aggregate wie dem Ökoinlandsprodukt, weil die theoretischen und praktischen Probleme bei der Berechnung dieser Größe, die vor allem bei der dazu erforderlichen monetären Bewertung auftreten, in absehbarer Zeit nicht lösbar sind. Noch vergleichsweise überschaubar sind die Erfassungs- und Bewertungsfragen bezüglich des Verbrauchs nicht erneuerbarer Rohstoffe. Als kaum lösbar haben sich aber die Probleme bei der Bewertung qualitativer Eingriffe in den Naturhaushalt erwiesen, wie sie beispielsweise bei der Nutzung der Natur als Senke für Rest- und Schadstoffe oder durch die intensive Nutzung von Fläche und Raum entstehen“ (Schoer 2001, S. 10). Ein Weg der Monetarisierung wäre die Schätzung gesamtwirtschaftlicher Vermeidungskosten, d.h. der hypothetischen Kosten, die entstehen würden, um bestimmte durch wirtschaftliche Aktivitäten ausgelöste Umweltbelastungen durch alternative Verfahren als Gegenmaßnahmen zu vermeiden. Außerhalb der amtlichen Statistik wird der Vermeidungskostenansatz von wirtschaftswissenschaftlichen Instituten bei makroökonomischen Simulationsmodellrechnungen angewendet (Meyer 2001). Die Zurückhaltung der amtlichen Statistik wird gelegentlich bedauert und gibt Anlass zu der Kritik, dass „die monetäre Bewertung in Modelle abgeschoben oder zum Teil völlig negiert wird. Die Folge ist eine neue Gewichtigkeit der physischen Ansätze“ (Bartelmus 2001, S. 17). Das geschlossene Idealsystem einer volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung mit dem integrierten Ökoinlandsprodukt als ökonomisch-ökologischem Gesamtindikator wird dadurch gesprengt.

Während beim Gesamtindikator Inlandsprodukt die zu ihm führenden Einzelindikatoren (Wertschöpfung der Wirtschaftszweige) auch allein sinnvoll interpretierbar sind, sind die Indices der Preise und der Löhne nur als Gesamtindikatoren aussagefähig; die zugehörigen Einzelindikatoren (Preisänderung eines Gutes bzw. Lohnänderung der Arbeitnehmer eines Berufes) sind kaum und allenfalls als Erläuterung zum Gesamtindikator relevant. Auch diese Indices sind – abgesehen von vielen anderen Problemen (v.d.Lippe 1985, S. 248ff.) – in dem Sinn unproblematisch, dass die Monetarisierung vorgegeben ist und bei der Zusammenfassung der Einzelindikatoren zum Gesamtindikator für die Gewichtung objektive Daten zur Verfügung stehen. Der Preisindex für die Lebenshaltung privater Haushalte ist ein gewichteter Durchschnitt der Preisänderung von ca. 900 Waren und Dienstleistungen des privaten Verbrauchs. Die Gewichte der Einzelindikatoren wurden bisher in einem mehrere

Jahre lang konstant gehaltenen sog. Warenkorb festgelegt, der die Ausgabenanteile – Multiplikation der verbrauchten Mengen und der Preise – für einen typischen Haushalt enthält. Die Informationen über die Struktur des Warenkorbs stammen aus den in mehrjährigen Abständen durchgeführten amtlichen Einkommens- und Verbrauchsstichproben, deren Ergebnisse teilweise nach der Statistik der laufenden Wirtschaftsrechnungen aktualisiert werden. Die konstanten Gewichte gewährleisten die Messung des reinen – von Mengenänderungen nicht gestörten – Preisvergleichs. Die Berechnung der Preisindices erfolgt nach der Formel von Laspeyres (Laspeyres 1901), die sich zu diesem Zweck im Vergleich mit vielen anderen möglichen Indexformeln als „very good“ (Fisher 1922), wenn auch nicht als sämtliche theoretischen Anforderungen erfüllend (Eichhorn und Voeller 1976) erwiesen hat.

In neuester Zeit hat das Statistische Bundesamt die Berechnung der Preisindices modifiziert, indem für die Messung der durchschnittlichen Preisänderung vom Vorjahr zum Berichtsjahr die Warenkorbstruktur des jeweiligen Vorjahres verwendet wird, die Gewichte also nur noch über zwei Jahre konstant gehalten werden. Diese Methode ist keineswegs neu, sondern wurde bereits vom Statistischen Reichsamt analog für den Effektivlohnindex der Industriearbeiter verwendet (Gerß 1977, S.49 ff.). Dabei wurden die Gewichte – beim Index der Stundenverdienste Anzahl der Arbeitsstunden und beim Index der Wochenverdienste Anzahl der Arbeiter (alle Gewichtszahlen aus den laufenden Verdiensterhebungen selbst gewonnen) – nur für zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Erhebungen konstant gehalten, und zwar wurden die Gewichte des früheren der beiden verglichenen Erhebungsmonate für die jeweils folgende Erhebung – und nur für diese – beibehalten. Als Begründung für diesen modifizierten Laspeyres-Index wurde angegeben: „Die Indexziffern passen sich so den Veränderungen der Wirtschaft in stetiger Weise an. Eine Überprüfung der rechnermäßigen Grundlagen, wie sie bei einem mit fester Gewichtung berechneten Index von Zeit zu Zeit unerlässlich wird, ist daher nicht erforderlich“ (Krause 1940, S. 1178). Das Statistische Bundesamt ging aber bei der Lohnindexberechnung auf den normalen Laspeyres-Index mit mehrjähriger Konstanz der Gewichte über. Diese wurden verhältnismäßig aufwändig ermittelt, indem die Arbeiterzahlen der jeweils letzten in mehrjährigen Abständen durchgeführten Gehalts- und Lohnstrukturerhebung in der gewerblichen Wirtschaft – zum Teil nach Fortschreibung mithilfe anderer Statistiken wie der Industrie- und Bauberichterstattung – mit den aus der laufenden Verdiensterhebung selbst angefallenen jahresdurchschnittlichen Stunden- bzw. Wochenverdiensten eines „Wägungsjahres“ multipliziert wurden (Gerß 1977, S.114 ff.). Ein entscheidender Vorteil aller Preis- und Lohnindices sowie des Sozial- und Inlandsprodukts ist, dass die dem Gesamtindikator zugrunde liegende Gewichtung auf nachvollziehbaren Ausgangsdaten und Berechnungsverfahren beruht.

Bei anderen ökonomischen Gesamtindikatoren ist die für wissenschaftliche Modelle normalerweise angestrebte Objektivität dann infrage gestellt, wenn Anzahl und Art sowie Gewichtung der einzubeziehenden Einzelindikatoren statt nach unbeeinflussbaren Fakten nach freien Entscheidungen von Personen vorgegeben werden. Diese Entscheidungen bleiben subjektiv, auch wenn sie mehrheitlich von Wissenschaftlern beschlossen oder von Politikern akzeptiert werden. Dies trifft oft bei den sog. Konjunkturbarometern zu. Ein historisches Beispiel, das damals große Aufmerksamkeit erregte, war das im frühen 20. Jahrhundert in der Harvard University in Cambridge (USA) entwickelte Konjunkturbarometer. Dieses „Harvard-Barometer“ beruhte auf drei Zeitreihen zur Messung der Börsenaktivität, der Warenmarktlage und der Geldmarktsituation. Die konjunkturellen Höhepunkte dieser Zeitreihen traten erfahrungsgemäß stets in der gleichen Reihenfolge auf. Diese Regelmäßigkeit war die Grundlage für Konjunkturprognosen. Das Harvard-Barometer versagte in den weltwirtschaftlichen Turbulenzen der ausgehenden 20er Jahre und wurde dann nicht

fortgeführt. In Deutschland wurde anscheinend erst im Jahr 1970 wieder ein Konjunkturbarometer berechnet, das mit der Dokumentation seiner Methode dem wissenschaftlichen Anspruch auf Nachvollziehbarkeit genügt. Der von der Bundesregierung eingesetzte „Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung“ führte in seinem Jahresgutachten 1970/71 – in überarbeiteter Form in seinem Jahresgutachten 1971/72 – einen monatlichen Konjunkturindikator ein, der auf zunächst zwölf und dann neun gezielt ausgewählten Zeitreihen als Einzelindikatoren mit unterschiedlichen Maßeinheiten (Indices, Geldeinheiten, Anzahl von Personen, Beurteilungsnoten ) basierte. Die Monatswerte der Einzelindikatoren wurden diversen Umrechnungen unterworfen: Veränderungsraten im Vorjahresvergleich; Glättung durch gleitende Durchschnitte; Berechnung von „Normwerten“ und oberen und unteren „Toleranzgrenzen“ , von denen ab eine konjunkturelle Fehlentwicklung nach oben oder unten zu diagnostizieren war; Umwandlung der quantitativen Werte in Rangwerte (bezogen auf die Norm- und Toleranzwerte). Aus den Rangwerten aller Einzelindikatoren wurde schließlich das ungewogene arithmetische Mittel als Wert des Gesamtindikators berechnet. Der Konjunkturindikator des Sachverständigenrats wurde einerseits als Neuerung stark beachtet, andererseits kritisiert. Die hauptsächlichen Kritikpunkte waren die subjektive Vorauswahl der Einzelindikatoren, die unzureichende Zeitreihenanalyse (Nichtberücksichtigung der Zerlegung in die Trend-, Konjunktur-, Saison- und Zufallskomponente und der für den Konjunkturindikator notwendigen Isolierung der Konjunkturkomponente), letztlich willkürliche (obwohl auf verschiedenen Proberechnungen beruhende) Festlegung der Toleranzgrenzen (dadurch subjektiv beeinflusste Beurteilung von Fehlentwicklungen), Nichtberücksichtigung der time-lags zwischen den Einzelindikatoren und damit des notwendigen Synchronverlaufs zum Gesamtindikator sowie Unterstellung gleicher Gewichte der Einzelindikatoren bei der Zusammenfassung zum Gesamtindikator.

Aufgrund der Kritik an den Mängeln und Schwächen des Konjunkturindikators des Sachverständigenrats wurde im Landesamt für Datenverarbeitung und Statistik des Landes Nordrhein-Westfalen (LDS) ein „Gesamtindikator der konjunkturellen Entwicklung“ konstruiert (und bis in die Gegenwart laufend berechnet), der neben der Anwendung moderner Verfahren der Zeitreihenanalyse insbesondere alle subjektiven Elemente vermeidet (Gerß 1983). Eine Vorauswahl von Einzelindikatoren wird dabei nicht vorgenommen. Vielmehr wird zunächst der gesamte verfügbare Bestand an monatlichen wirtschaftlichen Zeitreihen verwendet und erst durch das weitere Verfahren selbst auf seine wesentlichen Teile reduziert. Diese Reduktion erfolgt schrittweise nach einer verhältnismäßig rechenaufwändigen, aber mit dem Programmpaket SAS zu bewältigenden Methode. In einem automatischen Suchprozess wird ein Satz für den Zweck der Konjunkturdiagnose optimaler Einzelindikatoren ermittelt. Dazu wird für die aus jeder Teilmenge der Einzelindikatoren isolierten Konjunkturkomponenten eine Faktorenanalyse durchgeführt. Der wegen der zeitreihenanalytischen Vorbehandlung stets stark dominierende erste Faktor kann als vorläufiger Konjunkturindikator interpretiert werden. Optimierungskriterien sind der durch den ersten Faktor erklärte Anteil an der Varianz der Einzelindikatoren und die Korrelation zwischen den entsprechenden Faktorwerten und dem Bruttoinlandsprodukt (in konstanten Preisen). Die Quadrate dieser Korrelationskoeffizienten sind erklärte Varianzanteile und damit vergleichbar mit den durch den jeweils ersten Faktor erklärten Varianzanteilen. Der optimale Satz von Einzelindikatoren ist derjenige, bei dem das geometrische Mittel aus dem durch den Faktor erklärten Varianzanteil und dem quadrierten Korrelationskoeffizienten sein Maximum erreicht. Die monatlichen Faktorwerte des ersten Faktors dieser Einzelindikatoren sind der optimale Gesamtindikator.

Im (mehr oder weniger seriösen) wissenschaftlichen Journalismus wird gelegentlich versucht, die lokale Lebensqualität eindeutig und eindimensional „objektiv“ zu messen. So wurden

anlässlich der Bundestagswahl 1987 nach einem aus zehn ausgewählten Einzelindikatoren berechneten Gesamtindikator die Wahlkreise der Bundesrepublik Deutschland miteinander verglichen (Kopfleisch und Koch 1987). Die 248 Wahlkreise wurden gesondert für jeden Einzelindikator in sechs gleichgroße Bewertungsgruppen eingeteilt, die nach den Werten des jeweiligen Indikators in der Bedeutung der Schulnotenskala die Noten 1 bis 6 erhielten. Das arithmetische Mittel der so gewonnenen zehn Einzelnoten je Wahlkreis wurde als Gesamtindikator dieses Wahlkreises ausgewiesen. Gegen dieses Verfahren ist – abgesehen von mehreren anderen Kritikpunkten – einzuwenden, dass die Messung der Lebensqualität auf nur zehn gezielt ausgewählte Einzelindikatoren beschränkt wird, dass mit der Bildung eines ungewogenen arithmetischen Mittels jedem der zehn Indikatorwerte willkürlich gleiches Gewicht gegeben wird und dass durch die Zusammenfassung zu einem einzigen Gesamtindikator die generelle Aufrechenbarkeit günstiger und ungünstiger Werte der Einzelindikatoren unterstellt wird. Unter Berücksichtigung dieser Einwendungen wurde im Landesamt für Datenverarbeitung und Statistik des Landes Nordrhein-Westfalen ein Verfahren zur Messung der Lebensqualität in den Gemeinden entwickelt, das auf der Faktorenanalyse basiert (Gerß 1988). Dabei werden sämtliche Merkmale der Gemeinden als Einzelindikatoren einbezogen, die im weitesten Sinn etwas mit der Lebensqualität zu tun haben könnten. Die Faktoren mit den größten erklärten Anteilen an der Varianz der Einzelindikatoren werden nach den Faktorladungen der Einzelindikatoren interpretiert. In der Regel gibt es vier interpretationswürdige Faktoren. Der erste Faktor kann mit dem Stichwort „Grad der industriellen Agglomeration“, der zweite Faktor mit „Grad der Wohnattraktivität“, der dritte Faktor mit „Bedeutung des tertiären Sektors“ und der vierte Faktor mit „Grad der Annäherung an die Stagnation“ gekennzeichnet werden. Die Stagnation kann sich sowohl darauf beziehen, dass bisher keine stärkere gewerblich-industrielle Aufwärtsentwicklung stattgefunden hat, als auch darauf, dass diese Entwicklung zum Abschluss gekommen ist. Die Faktorwerte der vier Faktoren ergeben für jede Gemeinde vier aggregierte Indikatoren. Bei der Entscheidung für oder gegen einen bestimmten Wohnort können die Gemeinden nach ihren Faktorwerten miteinander verglichen werden, wobei die Gewichtung der vier Faktoren dem subjektiven Urteil überlassen bleiben muss.

Obwohl die Konstruktion eines objektiven eindimensionalen sozialen Gesamtindikators nach vorherrschender wissenschaftlicher Auffassung nicht realisierbar ist, können selbst behördliche statistische Institutionen der Versuchung, mit einem solchen Gesamtindikator an die Öffentlichkeit zu treten, nicht immer widerstehen, zumal vor allem von Politikern danach verlangt wird. Ein Beispiel ist der erstmalig im Jahr 1966 als UNRISD Report No. 4 in Genf veröffentlichte Gesamtindikator des Niveaus der Lebenshaltung (Level of Living Index) des United Nations Research Institute for Social Development (Horstmann 1976). Der Level of Living Index beruhte zunächst auf 19 gezielt ausgewählten Einzelindikatoren, die in Gruppen zusammengefasst waren. Für jeden Einzelindikator wurde zunächst freihändig gezielt ein „Minimum, das zum Leben benötigt wird“, und ein „Zustand vollkommener Bedürfnisbefriedigung“ festgelegt. Durch Standardisierung der Maßeinheiten wurde die Aggregationsfähigkeit der Einzelindikatoren erreicht. Die Einzelindikatoren wurden bei der Zusammenfassung zu Indikatorgruppen willkürlich variabel gewichtet; für die Indikatorgruppen wurden bei der Zusammenfassung zum Gesamtindikator gleiche Gewichte unterstellt (ein Zahlenbeispiel wird im Abschnitt „Standardisierung von Maßeinheiten“ behandelt). Der Level of Living Index wurde einige Jahre später nach neuen Methoden fortgeführt (MacGranahan 1972). Die Auswahl der Einzelindikatoren erfolgte nun nicht mehr nur willkürlich, sondern teilweise nach empirisch-statistischen Verfahren. Im ersten Auswahlschritt wurden aus der Korrelationsmatrix mit 73 Variablen (gemessen für 115 Staaten) die 43 Variablen mit den höchsten „Durchschnittswerten“ entnommen. Mit „Durchschnittswert“ war das arithmetische Mittel der Korrelationskoeffizienten je einer

Variablen mit jeweils allen anderen Variablen gemeint. Im zweiten Auswahlschritt wurden aus den 43 Variablen subjektiv neun wirtschaftliche und neun soziale Einzelindikatoren bestimmt, deren kritische Punkte (lebensnotwendiges Minimum bzw. vollkommene Bedürfnisbefriedigung) nun nach dem tatsächlich festgestellten Minimum und Maximum festgelegt wurden. Diese 18 Variablen bildeten die Grundlage des Gesamtindikators des Entwicklungsstandes. Dabei wurde bei den meisten Einzelindikatoren die logarithmische Skaleneinteilung verwendet, wodurch bereits eine mathematisch zwangsläufige, aber empirisch nicht begründete Gewichtung erfolgte. Im Übrigen wurden die Gewichte nicht mehr willkürlich, sondern nach „durchschnittlichen Korrelationsziffern“ ermittelt. Dass Rechenoperationen wie „Durchschnittswerte der Korrelation“ äußerst fragwürdig sind, muss hier nicht besonders betont werden.

### 1.3 Standardisierung von Maßeinheiten

Um in multivariaten Modellen unterschiedliche Variablen miteinander vergleichbar zu machen, werden diese oft standardisiert. Das übliche Standardisierungsverfahren besteht darin, von jedem einzelnen Wert der Variablen deren arithmetisches Mittel zu subtrahieren und die Differenz durch die Standardabweichung zu dividieren. Dazu kann (in der deskriptiven Statistik) die Standardabweichung als Quadratwurzel der „Varianz pro Beobachtungsfall“ („N“-Varianz) oder (in der schließenden Statistik) als Quadratwurzel der „Varianz pro Freiheitsgrad“ („n-1“-Varianz) berechnet werden. In beiden Fällen sind die standardisierten Variablenwerte teils positiv und teils negativ; ihr arithmetisches Mittel hat den Wert null und ihre Varianz und Standardabweichung hat den Wert 1. Der Wertebereich der standardisierten Variablen ist nicht festgelegt; die Beträge können in positiver oder negativer Richtung unbegrenzt groß werden. Der wichtigste Effekt der Standardisierung ist das Verschwinden unterschiedlicher Maßeinheiten verschiedener Variablen, das sich aus der Division der Maßeinheit des arithmetischen Mittels durch dieselbe Maßeinheit der Standardabweichung ergibt, so dass die standardisierten Variablen stets dimensionslos sind. Die Standardisierung kann auch zu Maßeinheiten führen, die auf einen bestimmten Wertebereich beschränkt sind. So liegt der Korrelationskoeffizient im Bereich  $\{-1 \leq +1\}$ . Der Variationskoeffizient – Quotient aus Standardabweichung und Betrag des arithmetischen Mittels – beträgt bei einer Menge aus N bzw. n Elementen mindestens null und höchstens  $\sqrt{N-1}$  (wenn die Standardabweichung über die „N“-Varianz berechnet wird) bzw. höchstens  $\sqrt{n}$  (wenn die Standardabweichung über die „n-1“-Varianz berechnet wird). Die relative Variation – Variationskoeffizient in Prozenten seines theoretischen Maximums – liegt dann zwischen null und 100 %. Die in der Biologie zur Messung der Artenvielfalt gebräuchliche Diversität beträgt bei k Arten mindestens null und höchstens  $\ln k$  (Gerß 1996). Die relative Diversität (in Prozenten ihres theoretischen Maximums) liegt dann zwischen null und 100 %. In ähnlicher Weise werden in den folgenden Kapiteln die beobachteten Variablen standardisiert, so dass dimensionslose Variablen mit nach unten und oben einheitlich begrenztem Wertebereich entstehen.

Die Messung der Lebensqualität steht immer vor dem Problem, unterschiedlich dimensionierte soziale Einzelindikatoren durch Standardisierung vergleichbar zu machen und ggf. zusammen zu verrechnen. Dazu werden oft speziell entwickelte Verfahren angewendet. Dies sei am Beispiel des Level of Living Index der Vereinten Nation demonstriert (Horstmann 1976). Zunächst werden drei „Komponentengruppen“ A (körperliche Grundbedürfnisse), B (kulturelle Grundbedürfnisse) und C (höhere Bedürfnisse) definiert. Zu A gehören die drei „Komponenten“ Ernährung, Behausung und Gesundheit; zu B gehören die drei „Komponenten“ Erziehung, Erholung/Unterhaltung und soziale Sicherheit; C enthält nur



die Komponente „Freies Einkommen“ ohne weitere Aufgliederung. In A und B umfasst jede Komponente drei (Einzel-) „Indikatoren“. Zum Beispiel gehören zu der Komponente „Ernährung“ die Indikatoren „täglicher Kalorienverzehr je Kopf in Prozenten des Bedarfs“, „täglicher Proteinverzehr je Kopf in Gramm“ und „Anteil (%) der Kalorien aus Kohlehydraten“. Der dimensionslose standardisierte Wert I des in spezifischer Maßeinheit gemessenen beobachteten Wertes i des jeweiligen Einzelindikators beträgt:

$$I = \frac{100(i - i_0)}{i_{100} - i_0} e$$

$i_0$  = „Minimum, das zum Leben benötigt wird“

$i_{100}$  = „Zustand vollkommener Bedürfnisbefriedigung“

$e = 1 - K$  = Koeffizient der gleichmäßigen Verteilung (equal distribution coefficient)

mit  $K$  = „Konzentrationsquotient der Lorenz-Kurve“

Für  $i > i_{100}$  („mehr“ als vollkommene Bedürfnisbefriedigung) wird  $i = i_{100}$  gesetzt; dies gilt analog auch für  $i < i_{100}$ , wenn ausnahmsweise (wie beim Anteil der Kalorien aus Kohlehydraten)  $i_{100} < i_0$  ist. Der standardisierte Indikatorwert liegt dann im Bereich null bis 100%. Das folgende – nicht fiktive, sondern auf empirischen Daten beruhende – Beispiel zeigt die Berechnung der Komponente Ernährung für die Länder Indien und Dänemark. Die Werte  $i_0$  und  $i_{100}$  sind fachlich begründet und entziehen sich der statistischen Beurteilung. Auch über die Herkunft der Werte  $i$  ist nichts Näheres bekannt. Die Gewichte, mit denen die Indikatorenindices zum Komponentenindex zusammengesetzt werden, sind offensichtlich willkürlich festgelegt worden. Die Werte  $e$  werden zur Vereinfachung gleich 1 gesetzt, d.h. die Konzentration wird nicht beachtet.

Level of Living Index der Vereinten Nationen (Komponente Ernährung)

			Indien		Indien		Dänemark	
	$i_0$	$i_{100}$	Gewicht	I	I	i	I	
Täglicher Kalorienverzehr je Kopf in % des Bedarfs	60	100	0,5	87,0	67,5	123,3	100	
Täglicher Proteinverzehr je Kopf in Gramm	40	90	0,25	51,4	22,8	93,3	100	
Anteil (%) der Kalorien aus Kohlehydraten	85	50	0,25	77,5	21,4	44,7	100	

Als Komponentenindex für Indien ergibt sich:

$$I = (67,5) (0,5) + (22,8) (0,25) + (21,4) (0,25) = 44,8 [\%]$$

Der Komponentenindex für Dänemark wird auf 100% gesetzt, da Dänemark nach den  $i$ -Werten in jeder Hinsicht übersorgt ist. Mit dem „Konzentrationsquotienten der Lorenz-Kurve“ ist offensichtlich die von Gini angegebene numerische Ergänzung (Servet 1971, S 103) der Lorenzschen graphischen Konzentrationsmessung (Lorenz 1904/05) gemeint. Die Berechnung von  $K$  setzt voraus, dass über die hier verwendeten Durchschnittswerte der Einzelindikatoren hinaus die Einzelwerte je Person (bzw. mindestens je Personengruppe) bekannt sind, was sehr oft nicht der Fall ist.

Um eine größere Anzahl von Variablen, die unterschiedliche Maßeinheiten und Wertebereiche haben können, simultan übersichtlich und anschaulich graphisch darzustellen, wurde das Verfahren der Gesichterdarstellung entwickelt (Chernoff 1973). Die Grafiken zeigen schematisierte menschliche Gesichter, deren Zügen symbolische Bedeutung gegeben werden, indem die darzustellenden Variablen bestimmten Gesichtparametern (z.B. Größe der Augen, Größe der Pupillen, Stellung der Pupillen, Schräge der Augen) zugeordnet werden und somit die Ausprägung jeder Variablen durch eine bestimmte Ausprägung des entsprechenden Gesichtsparameters wiedergegeben wird. Die besondere Eignung des menschlichen Gesichts zur Vermittlung eines multivariaten Gesamteindrucks beruht darauf, dass der Mensch die Fähigkeit hat, die Gesamtheit der Gesichtszüge eines anderen Menschen „auf einen Blick“ global zu erfassen, ohne sich dabei zum Zeitpunkt des Anblicks der Ausprägung jedes einzelnen Zuges ausdrücklich bewusst werden zu müssen. Bei der Verwendung der Gesichterdarstellung kann man zusätzlichen Nutzen daraus ziehen, dass sich beim Anblick eines menschlichen Gesichts Asymmetrien – in Form von Abweichungen zwischen der linken und der rechten Gesichtshälfte – unbewusst besonders stark einprägen. Die Gesichterdarstellung wurde zu verschiedenen Zwecken verwendet, unter anderem zum Vergleich der Verdienste von Männern und Frauen (Gerß 1996). Bei der Zuordnung der Variablen zu den Gesichtsparametern wird zweckmäßigerweise nach der Regel vorgegangen, dass inhaltlich besonders eng zusammengehörige Variablen – z.B. verschiedene Arten der Umweltbelastung – auf miteinander „verwandte“ Gesichtsteile – z.B. die verschiedenen Augenparameter – abgebildet werden. Die Darstellung gewinnt erheblich an Anschaulichkeit, wenn nur einheitlich „gerichtete“ Variablen verwendet werden, bei denen hohe Werte als „relativ gut“ und niedrige Werte als „relativ schlecht“ zu beurteilen sind und negative Werte nicht vorkommen können. Eine als „gut“ beurteilte Situation erscheint dann – in den jeweils relevanten Gesichtszügen – als vitales bzw. lachendes, eine als „schlecht“ beurteilte Situation dagegen als verhärmtes bzw. melancholisches Gesicht. Die einzelnen beobachteten Variablen können, müssen aber nicht einen theoretischen Minimalwert und/oder einen theoretischen Maximalwert haben. Die empirischen – tatsächlich vorkommenden – Extremwerte sind in der Regel bei jeder Variablen anders. Um den innerhalb eines Modells untersuchten Variablen ein vergleichbares Wertespektrum zu geben – und gleichzeitig zur Darstellung der Streuung der Werte jeweils einer Variablen die graphische Kapazität der Gesichter voll auszunutzen – werden für jede Variable die in unterschiedlichen Maßeinheiten gemessenen beobachteten Werte  $x$  wie folgt in dimensionslose standardisierte Werte  $z$  transformiert:

$$z = \frac{x - a}{b - a}$$

Dabei ist  $a$  das empirische Minimum und  $b$  das empirische Maximum der  $x$ -Werte. Dieses Verfahren ist formal mit dem hier beschriebenen vereinfachten Standardisierungsverfahren des Level of Living Index der Vereinten Nationen identisch. Die Umrechnung von  $x$  in  $z$  bewirkt generell, dass die transformierten Werte in dem Intervall  $\{0 \leq z \leq 1\}$  liegen, das heißt aus dem Minimum von  $x$  wird stets  $z = 0$  und aus dem Maximum von  $x$  wird stets  $z = 1$ . Anders als es bei der hier beschriebenen Version des Level of Living Index möglich wäre, hat innerhalb jedes Gesichts (mindestens) ein Parameter den maximal darstellbaren Wert und (mindestens) ein Parameter den minimal darstellbaren Wert. Die graphische Darstellung der  $z$ -Werte anstelle der ursprünglichen  $x$ -Werte bewirkt, dass sämtliche Variablen gleiche Werteintervalle erhalten, so dass die Beurteilung einzelner Variablenwerte in Bezug auf die Extremwerte über alle Variablen direkt vergleichbar wird. In den folgenden Kapiteln wird das Standardisierungsverfahren der Gesichterdarstellung angewendet, auf diese Darstellungsform selbst aber verzichtet.

### 1.4 Stochastik in der empirischen Sozialforschung

Mathematische Methoden sind in die Sozialwissenschaften später eingegangen und dort bis in die Gegenwart weniger verbreitet als in den Naturwissenschaften und auch in den Wirtschaftswissenschaften. Über Basiswissen hinausgehende anspruchsvollere Verfahren der Funktionalanalyse – insbesondere der Differential- und Integralrechnung – und der Matrizenrechnung gehören nicht zum Pflichtlehrstoff des sozialwissenschaftlichen Studiums. Sie spielen in den Standard-Lehrbüchern eine untergeordnete oder gar keine Rolle und werden zum Beispiel in der umfassenden Sammlung der Methoden der empirischen Sozialforschung von Bortz und Döring (1995) nicht erwähnt. Die Mathematik hat sich jedoch als reinste Form des logischen Denkens auf jedem Forschungsgebiet für die wissenschaftliche Arbeit als unentbehrlich erwiesen. „Mathematik ist die Sprache der absoluten Strenge, Klarheit und Genauigkeit. Strenge, Klarheit und Genauigkeit sind Kriterien, von denen jede Wissenschaft geleitet sein sollte“ (Rapoport 1980, S. 9-10). Während die Mathematik eindeutig als Wissenschaft von den Raum- und Zahlengrößen definiert ist, wird die Bezeichnung Statistik unterschiedlich verwendet. Im engeren Sinn ist die Statistik vollständig und ausschließlich ein Teilgebiet der Mathematik. Die Bezeichnung „mathematische“ Statistik ist dann unsinnig; denn es gibt keine nichtmathematische Statistik. Wenn dort trotzdem von mathematischer Statistik gesprochen wird, so sind damit statistische Methoden zum speziellen Gebrauch für Mathematiker – in der Regel auch für Naturwissenschaftler und Ingenieurwissenschaftler – gemeint. Im weiteren Sinn – insbesondere im Sprachgebrauch der damit befassten Behörden – umfasst die Statistik über die Mathematik hinaus auch Datenkunde, Datenermittlung, Datenaufbereitung und Datenpräsentation. Wenn dort von mathematischer Statistik die Rede ist, so meint man damit die gesamte statistische Methodenlehre ohne Bezugnahme auf bestimmte Nutzer. Für viele – aber nicht alle – Bereiche der Statistik (im engeren Sinn) und der mathematischen Statistik (im weiteren Sinn) sind zufällige Ereignisse relevant, so dass keine sicheren Aussagen, sondern nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich sind. Der auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung basierende Teil der Statistik wird vor allem in der Literatur für Mathematiker und Naturwissenschaftler „Stochastik“ genannt (Fisz 1989, Läuter und Pincus 1989); in der Literatur für Sozialwissenschaftler wird meistens die Bezeichnung „schließende Statistik“ oder „Inferenzstatistik“ bevorzugt (Bortz 1993, Tiede und Voß 2000). Die Stochastik umfasst sowohl die induktive schließende Statistik – d.h. den Schluss von der Stichprobe auf das für die Grundgesamtheit aufgestellte Modell – als auch die deduktive Wahrscheinlichkeitsrechnung im engsten Sinn, d.h. den Schluss von dem Modell auf die Stichprobe. Die Stochastik bzw. schließende Statistik hat gegenüber der danebenstehenden deskriptiven Statistik vor allem in den Naturwissenschaften und der Medizin eine dominierende Stellung, weil hier generell die mathematische Behandlung von Zufallserscheinungen im Vordergrund steht. Der Gebrauch des Wortes Stochastik (von griechisch *stocházesthai* = mutmaßen) in der Bedeutung „Mutmaßungskunst“ bzw. „Lehre von der Wahrscheinlichkeit“ geht anscheinend auf das erst nach dem Tod des Autors im Jahr 1713 erschienene Buch „Ars conjectandi“ („Wissenschaft des zu Vermutenden“) des Mathematikers Jakob Bernoulli (geboren 1654, gestorben 1705) zurück: „Irgend ein Ding vermuthen heisst soviel als seine Wahrscheinlichkeit messen. Deshalb bezeichnen wir als Vermuthungs- oder Muthmaassungskunst (*ars conjectandi sive stochastice*) die Kunst, so genau als möglich die Wahrscheinlichkeiten der Dinge zu messen...“ (S. 233).

Der Rückstand der Sozialwissenschaften gegenüber den Naturwissenschaften ist bei der Nutzung der Stochastik noch stärker ausgeprägt als allgemein bei der Nutzung der Mathematik. Dieses offensichtliche Defizit war ab den sechziger Jahren des 20. Jahrhunderts der Anlass zur Entwicklung spezieller praktikabler stochastischer Modelle für die empirische

Sozialforschung. Vor allem von Coleman (1964) wurde die Nützlichkeit stochastischer Näherungsverfahren auf vielen Gebieten der Soziologie herausgestellt. Die Verfechter dieser damals neuen Forschungsmethoden vertraten ihre Arbeitsergebnisse gelegentlich mit ironischen Bemerkungen über die Anhänger der „alten“ Schule, denen sie vorhielten, sie wollten nur wegen ihrer unzureichenden Mathematikkennnisse die neue wissenschaftliche Entwicklung aufhalten. „Progress has been much slower in the social sciences for a number of reasons. One of these is undoubtedly the lack of sufficient people with training and interest in both the theory of stochastic processes and the relevant parts of social science” (Bartholomew 1973, S. 1). Es gab aber auch mindestens drei wichtiger zu nehmende Einwendungen:

- Erster Vorwurf: In der Physik und der Biologie können stochastische Methoden anwendbar sein, weil dort Verhaltensweisen bzw. Reaktionen „nach blindem Zufall“ ablaufen. In den Sozialwissenschaften gibt es dagegen keine Gesetzmäßigkeiten, die den Naturgesetzen mit höchstens rein zufälligen Abweichungen entsprechen. Vielmehr gilt hier die Entscheidungsfreiheit der Menschen nach ihrem eigenen Willen und ihrer Vernunft, die sie gezielt zur Optimierung ihrer jeweiligen Situation gemäß ihrem subjektiven Erkenntnisstand einsetzen.

Antwort: Gerade weil der Mensch einen freien Willen hat, dessen Auswirkungen nicht deterministisch vorausgesagt werden können, sind Wahrscheinlichkeitsaussagen notwendig. Der **einzelne** Mensch entscheidet rational, aber die **Gruppe** verhält sich so, als ob ihre Individuen nach Zufall entscheiden würden. Diese beobachtete Variabilität wird durch das Zufallsmodell beschrieben; sie steht nicht in Widerspruch zu der individuellen rationalen Entscheidung. Die Form der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilung beruht auf Erfahrungen; die Möglichkeit der Wahrscheinlichkeitsaussage ist damit empirisch begründet. „It is a fact of experience that choice may mimic chance“ (Bartholomew 1973, S. 7).

- Zweiter Vorwurf: Die soziale Realität ist so komplex, dass sie auch nicht annähernd durch ein mathematisches Modell dargestellt werden kann; dieses muss immer auf vereinfachenden Annahmen beruhen.

Antwort: Gerade wegen der Komplexität ist die Reduktion des Modells auf seine für die jeweilige Fragestellung relevanten Eigenschaften notwendig, weil das Interpretationsvermögen der Menschen begrenzt ist. Der erste Schritt bei der Beantwortung soziologischer Fragen durch empirische Beobachtung muss daher die Abstraktion und Konzentration des zu untersuchenden Phänomens auf das Wesentliche sein. Diese Vereinfachung ist keine Schwäche, sondern geradezu die Voraussetzung für die soziologische Auswertung der beobachteten Daten (Joas 2001). Die Annäherung des vereinfachten Modells an die Realität kann durch die Verwendung mehrerer Modellvarianten erfolgen. Dabei werden nebeneinander mehrere Annahmenvarianten zur Darstellung möglicher Extremsituationen berücksichtigt, zwischen denen dann die unbekannte komplexe Realität liegen muss. Ein Beispiel sind hier die Bevölkerungsprognosen, bei denen außer der mittleren auch eine extrem optimistische und eine extrem pessimistische Variante durchgerechnet und auf diese Weise ein Vertrauensbereich abgegrenzt wird (Münz und Ulrich 2001).

- Dritter Vorwurf: Statt eines komplizierten mathematischen Modells mit zum Beispiel schwer lösbarer nichtlinearen Gleichungen können mit Hilfe moderner Computertechnik einfacher und schneller durch Simulation (Monte-Carlo-Methode) Lösungen gefunden werden.

Antwort: Dies ist zweifellos der gewichtigste Kritikpunkt. Aus dem zweiten Vorwurf ergibt sich zunächst, dass die kritisierte Vereinfachung unvermeidbar ist, weil die Modelle sonst nicht mit realisierbarem Aufwand numerisch lösbar wären. Umfangreichere und kompliziertere Modelle, die die Realität besser widerspiegeln

würden, haben danach höchstens theoretische, aber wegen ihrer numerischen „Unlösbarkeit“ keine für die Praxis der empirischen Forschung relevante Bedeutung. Dieser historische Einwand ist mit der Verfügbarkeit leistungsfähiger Computer und einfach handhabbarer Anwendersoftware als widerlegt anzusehen. Tatsächlich erlaubt die Computersimulation die Ermittlung von Lösungen durch beliebig oft wiederholtes zufälliges Ausprobieren, ohne dabei auf den Rechenaufwand Rücksicht nehmen zu müssen. Auch bei den in den folgenden Kapiteln durchgeführten Berechnungen wurde von der Simulation Gebrauch gemacht, um nichtlineare Gleichungssysteme zu lösen. In der Form der Monte-Carlo-Methode dient die Simulation unter anderem der Berechnung von Integralen, der Lösung von Differentialgleichungen und der Inversion von Matrizen. Die Monte-Carlo-Methode wurde unter dieser Bezeichnung – deren Herkunft aus dem Betrieb einer Spielbank mit ständiger Wiederholung von Glücksspielen als Zufallsexperimenten keiner weiteren Erläuterung bedarf – erstmalig im Jahr 1949 von Metropolis und Ulam beschrieben. Simulationslösungen vermeiden zwar den in vielen Fällen überaus komplizierten oder sogar gar nicht gangbaren Weg der analytischen Ermittlung des numerischen Ergebnisses. Sie haben aber den Nachteil, dass sie nur für den jeweils untersuchten speziellen Fall gelten. Derartige Lösungen sind nicht zu verallgemeinern und geben keinen Aufschluss über die innere Struktur des untersuchten Modells und den Ablauf der Prozesse. Diese Einsichten sind nur auf direktem Weg mit der klassischen mathematischen Analyse (oder gar nicht) zu gewinnen.

Die Unentbehrlichkeit stochastischer Modelle in der empirischen Sozialforschung wird seit langem nicht mehr ernsthaft bestritten. Dabei ist man sich nicht nur der Unterschiede zu den Naturwissenschaften bewusst, sondern erlangt gerade aus diesen Unterschieden die Rechtfertigung zur Anwendung der Stochastik. In den Naturwissenschaften (insbesondere in der Physik) sind stochastische Verfahren zwar fest etabliert, Hypothesen haben aber oft auch den Charakter von Gesetzen in dem Sinne, dass die Aussagen in jedem Fall gelten. Zur Widerlegung genügt hier ein einziges der Hypothese widersprechendes Ereignis. Solche Modelle sind deterministisch. In den Sozialwissenschaften gibt es dagegen statt streng gültiger Gesetze nur Regelmäßigkeiten, die grundsätzlich, aber nicht in jedem Einzelfall zutreffen müssen, sondern durchaus Ausnahmen zulassen (Bortz und Döring 1995). Hier sind nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich; die Modelle sind also stochastisch. Auch die Tatsache, dass die Probleme der Quantifizierung (insbesondere der Messung) in den Sozialwissenschaften viel größer sind als in den Naturwissenschaften, hat die Anwendung der Stochastik in der sozialwissenschaftlichen Praxis zwar verzögert, aber letztlich auch besonders dringlich gemacht. Sichere (deterministische) Aussagen (mit Wahrscheinlichkeit 1) sind in der empirischen Sozialforschung unmöglich, weil das mathematische Modell nicht in sämtlichen Details spezifiziert werden kann, wenn es noch überschaubar und handhabbar sein soll, und weil das menschliche Verhalten wegen des individuellen Entscheidungsspielraums nicht programmierbar ist. Sozialwissenschaftliche Modelle enthalten daher stets Zufallsgrößen und sind somit notwendigerweise stochastisch. Es kann allerdings sinnvoll sein, diese Modelle zur Vereinfachung unter Verzicht auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen bei der numerischen Lösung deterministisch zu approximieren. Insbesondere die Veränderung sozialwissenschaftlicher Systeme im Zeitablauf kann nur als stochastischer Prozess – d.h. als ein Prozess, dessen zukünftiges Verhalten unbekannt ist, aber mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit kleiner als 1 vermutet werden kann – dargestellt werden, weil hier die Variablen nicht streng funktional voneinander abhängen. Eine bestimmte Art der wirtschaftlichen Aktivität als Folge der Verknappung von Umweltgütern muss zum Beispiel nicht in jedem Fall, sondern kann auch nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit auftreten. Ein besonderer Vorteil der stochastischen Modelle besteht darin, dass nicht nur eine

Prognose in Form einer Wahrscheinlichkeitsaussage über die zukünftige Entwicklung aufgestellt werden, sondern auch der wahrscheinliche Prognosefehler geschätzt werden kann.

## 2. Mathematische Instrumente

### 2.1 Markoffsche Prozesse

Der kyrillisch geschriebene Personennamenname „МАРКОВ“ wird in lateinischer Schrift in der englischsprachigen Literatur generell mit Markov, in der deutschsprachigen Literatur dagegen uneinheitlich, aber meistens mit Markoff wiedergegeben. Entsprechendes gilt für die anderen Vertreter der russischen Schule der Wahrscheinlichkeitstheorie, die – wie bei den Axiomen von Kolmogoroff, der Ungleichung von Tschebyscheff und dem Satz vom Ljapunoff – ebenfalls für fundamentale wahrscheinlichkeitstheoretische Aussagen namengebend geworden sind. Hier wird die traditionell vorherrschende deutsche Schreibweise beibehalten, obwohl die englische Schreibweise der russischen Aussprache viel näher kommt.

Wenn ein stochastischer Prozess – die zufällige Veränderung einer gemessenen Größe im Zeitablauf – die sog. Markoffsche Eigenschaft hat, wird er Markoffscher Prozess genannt. Markoff (geboren 1856, gestorben 1922) hat seine diesbezüglichen Arbeiten anscheinend zunächst nur in russischer Sprache in den Jahren 1906 bis (posthum) 1924 veröffentlicht (Ondar 1981). Er ist zusammen mit Khintchine (1934), Feller (1937), Lévy (1939) und Doob (1953) einer der wichtigsten Väter und Fortführer der Theorie der stochastischen Prozesse. Die spezielle Theorie der Markoffschen Prozesse wurde von Chung (1960) weitergeführt. Die wohl früheste Verwendung von Markoffschen Prozessen in den Soziwissenschaften erfolgte bereits durch Anderson (1954), eine spezielle demographische Anwendung durch Hoem (1971). Die Markoffsche Eigenschaft besagt, dass die zukünftige Entwicklung des Prozesses eine Funktion seines gegenwärtigen Zustands ist; die früheren Zustände des Prozesses sind dabei völlig unerheblich. Die gelegentlich vertretene Auffassung, ein Markoffscher Prozess liege dann vor, wenn jede Beobachtung „nur von einer oder einer bestimmten Anzahl unmittelbar vorhergehender Beobachtungen abhängig“ (Sachs 1974, S. 42) ist, ist nicht ganz korrekt. Die mit der Markoffschen Eigenschaft gegebene Beschränkung, dass der stochastische Prozess „ohne Nachwirkung“ bzw. „ohne Gedächtnis“ (Müller 1970) verläuft, kann eine Abweichung von der Realität bedeuten, wird aber wegen der dadurch erreichten Vereinfachung der mathematischen Interpretation gerechtfertigt. Außerdem kann im Zeitablauf zu jedem Zeitpunkt das System neu definiert werden, um die Markoffsche Forderung „Unabhängigkeit der Zukunft von der Vergangenheit bei bekannter Gegenwart“ zu erfüllen. Generell beruht die elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung auf der Unabhängigkeit zufälliger Ereignisse bzw. Variablen. Wenn die Voraussetzung der Unabhängigkeit nicht erfüllt ist – zur Veranschaulichung wird hier auf das „Urnenmodell ohne Zurücklegen“ verwiesen, wo „jede Beobachtung von der vorhergehenden abhängig“ ist (Sachs 1974, S. 42) – , werden die mathematischen Modelle und Berechnungen viel komplizierter. Die besondere Bedeutung der Markoffschen Arbeiten und damit der Grundstein für die Theorie der stochastischen Markoffschen Prozesse besteht darin, dass Methoden entwickelt wurden, mit denen auf abhängigen Ereignissen beruhende Probleme ähnlich einfach gelöst werden können wie bei Vorliegen der Unabhängigkeit (Markoff 1907, zitiert nach Fisz 1989).

Bei einem stochastischen Prozess befinden sich die Glieder des Modells – d.h. die zu messenden Größen, zwischen denen bestimmte Beziehungen bestehen – zu jeweils einem Zeitpunkt in einem von vielen möglichen „Zuständen“ , das heißt sie nehmen zu jeweils

einem Zeitpunkt einen von vielen möglichen Werten an. Die „Zustände“ sind Ausprägungen von Zufallsvariablen, ihre arithmetischen Mittel sind ihre „Erwartungswerte“. Modellspezifikation bedeutet dann, zu jedem Zeitpunkt den Erwartungswert der Ausprägungen des untersuchten Merkmals zu ermitteln. Die Beschränkung auf die Ermittlung der Erwartungswerte ist eine Vereinfachung, die bei einer großen Anzahl der Bestandteile des Modells und bei großen Datenmengen am besten gerechtfertigt werden kann. Idealerweise wären auch die Varianzen und Kovarianzen oder sogar die vollständigen Verteilungen der Zufallsvariablen anzugeben. Außer auf die Varianzen und Kovarianzen wird in den folgenden Kapiteln auch auf statistische Tests verzichtet, weil die hier verwendeten Daten in der Regel nicht auf Stichproben beruhen. Die Zeit kann bei stochastischen Prozessen als diskrete oder als stetige Variable gemessen werden. Im diskreten Fall wird der Merkmalswert jeweils für feste Zeitintervalle wie Monate oder Jahre festgestellt. Im stetigen Fall können Änderungen des Merkmalwertes zu jedem beliebigen Zeitpunkt eintreten, z. B. auch innerhalb eines Monats bzw. unregelmäßig. Fisz (1989, S. 320) veranschaulicht diese Unterscheidung mit der Betrachtung der Anzahl der Telefongespräche in einer Stadt, die während des Zeitabschnitts von null bis  $t$  für festes  $t$  eine „Zufallsvariable“ und als Funktion von  $t$  (wobei  $t$  irgendein Intervall durchläuft) eine „Zufallsfunktion“ ist. Bei der ersten Betrachtung ist der diskrete Fall, bei der zweiten der stetige Fall gegeben. In der Praxis der stochastischen Prozesse ist  $t$  tatsächlich meistens die Zeit, kann aber auch eine andere physikalische Größe (z.B. der Raum) sein; d.h. es wird die Veränderung der Variablen im Zeitablauf oder eine andere bestimmte Reihenfolge ohne Bezug auf die Zeit untersucht. Wenn der stochastische Prozess die Markoffsche Eigenschaft hat und damit eindeutig im weiteren Sinn als „Markoffscher Prozess“ mit „Anfangsverteilung“ und „Übergangswahrscheinlichkeit“ festgelegt ist, wird zwischen diskreter „Markoffscher Kette“ und stetigem „Markoffschen Prozess“ (im engeren Sinn) unterschieden. Die stetige „Kette“ hat „Übergangswahrscheinlichkeiten“, der stetige „Prozess“ hat „infinitesimale Übergangswahrscheinlichkeiten“ (auch bezeichnet als „Übergangsrate“ oder „Übergangsintensität“). Die Übergangsraten können von der Zeit abhängen oder konstant sein. Wenn sie von **anderen** Variablen abhängen, liegt kein Markoffscher Prozess mehr vor. Die Bezeichnung „Markoffsche Kette“ wird nicht einheitlich verwendet (Müller 1970); entweder handelt es sich um ein Modell mit abzählbaren Zuständen oder um ein Modell mit diskreter Zeit, oder diese beiden Aspekte liegen gleichzeitig vor. Bei abzählbaren Zuständen können die Übergangswahrscheinlichkeiten in einer stochastischen Matrix zusammengestellt werden, deren Elemente nichtnegativ sind und deren Zeilensummen den Wert 1 haben. Die mathematische Theorie der diskreten Markoffschen Ketten (Kemeny und Snell 1960, Fisz 1989 S. 296 – 319) hat sich neben der der stetigen Markoffschen Prozesse (Bharucha-Reid 1960, Fisz 1989 S. 320-325) weiterentwickelt. Das in den folgenden Kapiteln verwendete Modell beruht eigentlich auf einer stetigen Zeitvariablen, die aber durch die verwendeten diskret gemessenen Daten approximiert wird. Generell können diskrete Modelle zur Approximation von stetigen Modellen wie auch umgekehrt stetige Modelle zur Approximation von diskreten Modellen verwendet werden. Für numerische Lösungen sind diskrete Modelle leichter handhabbar, für die mathematische Analyse stetige. In den folgenden Kapiteln wird von beiden Richtungen der Approximation Gebrauch gemacht. Die stetige Zeit wird wegen der überschaubaren Anzahl der berücksichtigten Zeitpunkte quasi-diskret betrachtet; die eigentlich diskret in physikalischen oder monetären Einheiten oder in Personenzahlen gemessenen Zustände werden wegen der großen Anzahl der Ausprägungen der Zustandsvariablen und ihrer großen Häufigkeiten als quasi-stetig behandelt.

Die folgende Kurzdarstellung der Theorie der diskreten Markoffschen Ketten beansprucht keine Vollständigkeit, sondern dient vor allem der Einführung von Bezeichnungen und Symbolen (nach Walter 1970 und Billeter und Vlach 1982). Auszugehen ist von der Definition der Markoffschen Kette als einer „Folge von Zufallsvariablen, bei der die

Verteilung der k-ten Zufallsvariablen nur von dem Ausfall der direkt vorhergehenden, aber nicht von einer weiter zurückliegenden abhängt“ (Walter 1970, S. 107). Mit  $p_{ij}$  wird die Übergangswahrscheinlichkeit bezeichnet; dies ist die Wahrscheinlichkeit, mit der das System von seinem gegenwärtigen Zustand i in einen anderen Zustand j übergeht. Dementsprechend ist  $p_{ii}$  die Wahrscheinlichkeit, dass das System in seinem gegenwärtigen Zustand i verbleibt.

Bei m möglichen Zuständen des Systems gilt  $\sum_{j=1}^m p_{ij} = 1$ , wobei der Fall  $j = i$  eingeschlossen

ist. Die Übergangswahrscheinlichkeit ist die bedingte Wahrscheinlichkeit  $P(A_j|A_i)$ , das heißt die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Ereignisses  $A_j$ , wenn direkt vorher das Ereignis  $A_i$  beobachtet wurde.  $P(A_j^{(1)})$  ist dabei die Wahrscheinlichkeit, dass  $A_j$  als Anfangszustand auftritt. Als Übergangswahrscheinlichkeit zweiter Ordnung  $p_{ij}^{(2)}$  wird die Wahrscheinlichkeit, dass man nach zwei Übergängen (i. a. Zeitspannen) vom Zustand i in den Zustand j gelangt, bezeichnet. Allgemein ist  $p_{ij}^{(n)}$  die Zustandswahrscheinlichkeit, dass sich das System, das sich im Zustand i befand, nach n Übergängen im Zustand j befinden wird. Wenn k bzw. r bzw. s der Zwischenzustand (mit den Ausprägungen k bzw. r bzw. s von 1 bis m) zwischen i und j ist, gilt:

$$p_{ij}^{(1)} = p_{ij} \quad p_{ij}^{(2)} = \sum_{k=1}^m p_{ik} p_{kj} \quad p_{ij}^{(3)} = \sum_{r=1}^m \sum_{k=1}^m p_{ik} p_{kr} p_{rj} = \sum_{r=1}^m p_{ir}^{(2)} p_{rj}$$

usw. bis  $p_{ij}^{(n)} = \sum_{s=1}^m p_{is}^{(n-1)} p_{sj}$

Wenn n unendlich groß wird, ergibt sich die folgende sog. Grenzwahrscheinlichkeit  $p_j$ :

$$p_j = \lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} = \sum_{s=1}^m p_s p_{sj} \quad \text{mit} \quad \sum_{j=1}^m p_j = 1$$

Die Grenzwahrscheinlichkeit ist also nicht mehr vom Ausgangszustand i abhängig.

An die Stelle der Wahrscheinlichkeiten p im diskreten Fall treten beim stetigen Markoffschen Prozess die Übergangsraten bzw. Übergangsintensitäten (als infinitesimale Übergangswahrscheinlichkeiten)  $r_{ij}$ , die als Wahrscheinlichkeit eines Übergangs vom Zustand  $S_i$  zum Zustand  $S_j$  (mit  $i \neq j$ ) in der Zeitspanne von t bis  $t + \Delta t$  definiert sind. Als Funktion der Zeit – d.h.  $r_{ij}$  in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t – betrachtet ist  $r_{ij}(t)$  die Übergangsintensität zwischen  $S_i$  und  $S_j$  zum Zeitpunkt t. Für jedes Zustandspaar gilt (P = Wahrscheinlichkeit):

$$P \{S_i \rightarrow S_j \text{ in } (t, t+\Delta t)\} = r_{ij}(t) (\Delta t) \quad (\text{mit } i \neq j)$$

Die Gesamtheit der infinitesimalen Übergangswahrscheinlichkeiten für alle Zustandspaare des Systems bestimmt die Zukunft des Prozesses. Die  $r_{ij}$  können manchmal direkt empirisch ermittelt werden. Aus den  $r_{ij}$  als Maß der Zeitdauer des Übergangs von einem Zustand zum anderen werden dann die Werte der Zustände vorhergesagt und mit den soweit wie möglich beobachteten Werten verglichen. Andererseits kann von den beobachteten oder angenommenen Zustandswerten auf die  $r_{ij}$  zurückgerechnet werden (Zahl 1955). In den folgenden Kapiteln wird ein stetiges Markoffsches Zeitverlaufsmodell angewendet, das formal einem von Herbst (1963) aufgestellten und von Bartholomew (1973, S. 191 -198) mathematisch bearbeiteten Modell der Fluktuation von Arbeitskräften ähnelt. Die Besonderheit dieses Arbeitskräftemodells besteht darin, dass nur der Endzustand und die Zeit bis zum Erreichen des Endzustands direkt durch Beobachtung gemessen werden können, die früheren Zustände dagegen nicht. Die Qualität des Modells wird durch Vergleich des aus dem Modell errechneten mit dem beobachteten Wert des Endzustands beurteilt. Die als konstant angenommenen  $r_{ij}$  werden nachträglich ausschließlich aus dem Endzustand ermittelt. Die



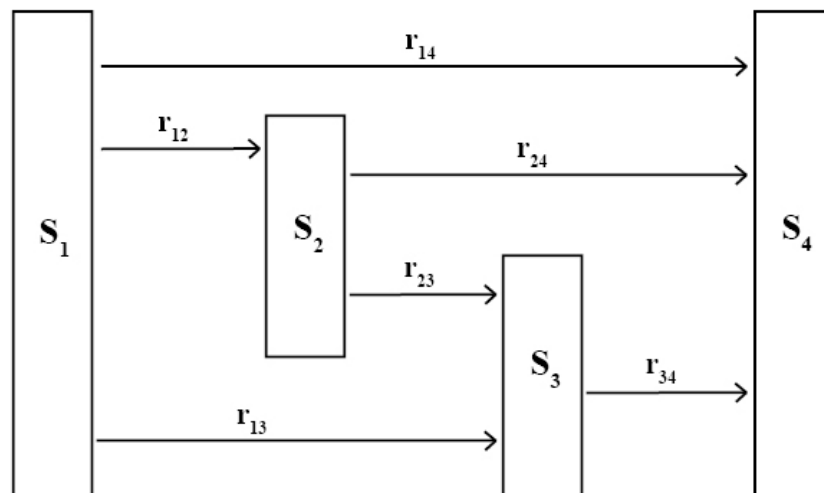
Konstanz der Übergangsraten bedeutet, dass die Voraussagen des Modells den Charakter von Status-quo- Prognosen haben. In den folgenden Kapiteln werden die Bezeichnungen und Symbole des Arbeitskräftemodells zur Erhaltung der Übersichtlichkeit beibehalten, obwohl davon inhaltlich gravierend abgewichen wird. Im Arbeitskräftemodell sind  $S_i$  ( $i = 1$  bis  $k$ ) psychische Zustände von Personen,  $n_i$  absolute oder relative Häufigkeiten von Personen (zum Beispiel kann  $n_i(t)$  als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, dass eine Person sich zur Zeit  $t$  im Zustand  $S_i$  befindet) und  $r_{ij}$  Geschwindigkeiten der Zustandsänderungen von Personen. In dem hier angewendeten Modell sind  $S_i$  Indikatoren für bestimmte gesellschaftliche Aggregate,  $n_i(t)$  die zur Zeit  $t$  festgestellte Anzahl der standardisierten Indikatoreinheiten und  $r_{ij}$  die Geschwindigkeit der Reaktion des Indikators  $j$  auf den Indikator  $i$ . Dieses Modell unterscheidet sich von dem Arbeitskräftemodell auch in der Anzahl der Zustände und der zwischen ihnen bestehenden Beziehungen. Die von Bartholomew (1973, S. 140–145) gegebene allgemeine mathematische Herleitung gilt für beide Modelle.

## 2.2 Modellkonstruktion

Die Verwendung mathematischer Modelle in der empirischen Sozialforschung dient im Wesentlichen den folgenden vier Zwecken:

- Das Modell fördert das Verständnis des zu untersuchenden Phänomens. Dazu werden die zu erhebenden Daten bestimmt und Definitionen von Beziehungen und Eigenschaften formuliert. Durch Proberechnungen werden dann Prognosen simuliert und aufgrund der für die Modellbildung verwendeten beobachteten Daten numerisch überprüft. Gegebenenfalls wird das Modell schließlich modifiziert und so der Realität angepasst.
- Das Modell ist die Grundlage für echte – d.h. noch nicht überprüfbare – Prognosen zum Beispiel der noch nicht realisierten wahrscheinlichen Folgen bestimmter politischer Maßnahmen.
- Das Modell kann als Richtlinie für die Planung von sozialen Systemen – zum Beispiel der Rekrutierungs- und Beförderungspraktik hierarchischer Organisationen – dienen.
- Das Modell übt einen Zwang zur Messbarkeit aus, das heißt zur Konstruktion aussagefähiger, eindeutiger und nicht irreführender numerisch (durch Maßzahlen) belegter Größen.

Die folgenden Ausführungen befassen sich mit dem ersten genannten Zweck. Das Modell besteht aus den in Pfeilrichtung zeitlich aufeinanderfolgenden Zuständen  $S_i$  (mit  $i=1$  bis 4) und den im Zeitablauf konstanten Übergangsraten  $r_{ij}$  (mit  $j=2$  bis 4) vom Zustand  $i$  zum Zustand  $j$ .



- $S_1$  = Indikator des Umweltkapitalstocks mit den Werten  $n_1(t)$
- $S_2$  = Indikator der Wirtschaftsleistung mit den Werten  $n_2(t)$
- $S_3$  = Indikator der sozialen Spannungen mit den Werten  $n_3(t)$
- $S_4$  = Indikator der gesellschaftlichen Wohlfahrt mit den Werten  $n_4(t)$

Alle Indikatoren sind – wie im Abschnitt „Standardisierung von Maßeinheiten“ dargestellt wurde – auf denselben Wertebereich normiert. Allgemein ist dann  $\bar{n}_i(t)$  die Anzahl der Einheiten des jeweiligen Indikators  $i$  zum Zeitpunkt  $t$ . Mit  $\bar{n}_i(t)$  wird der Erwartungswert von  $n_i(t)$  bezeichnet. Die Übergangsraten können in einer quadratischen Matrix ( $R$ ) zusammengestellt werden.

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Da die Übergänge nur innerhalb des Systems erfolgen – das heißt es gibt weder Abgänge nach außen noch Zugänge von außen –, muss jede Zeilensumme der Matrix null betragen. Außerdem sind alle  $r_{ij}$  nur als positive Werte aussagefähig. Dann gilt für die nicht definierten  $r_{ii}$  in der Hauptdiagonalen

$$r_{11} = -(r_{12}+r_{13}+r_{14}) \quad r_{22} = -(r_{23}+r_{24}) \quad r_{33} = -r_{34}$$

bzw. allgemein als Funktion der Zeit bei  $k$  Zuständen

$$r_{ii}(t) = -\sum_{h=1}^k r_{ih}(t) \quad \text{für } i \neq h$$

Die  $r_{ii}$  sind also immer negativ. Da  $R$  triangular ist, sind die vier Eigenwerte  $\lambda$  gleich den Hauptdiagonalelementen und damit ebenfalls negativ oder null:

$$\lambda_1 = 0 \quad \lambda_2 = r_{11} \quad \lambda_3 = r_{22} \quad \lambda_4 = r_{33}$$

Jeder Erwartungswert  $\bar{n}_i$  ist eine Funktion der stetigen Zeitvariablen mit den Ausprägungen t und formal im Wesentlichen eine Mischung von mehreren Exponentialverteilungen (m = Anzahl der Eigenwerte null ; e = Basis des natürlichen Logarithmus ):

$$\bar{n}_i(t) = d_{i1} + \sum_{j=m+1}^k c_{ij} e^{\lambda_j t}$$

Da hier m = 1 und k = 4 ist, ergibt sich:

$$\bar{n}_i(t) = d_{i1} + c_{i2} e^{\lambda_2 t} + c_{i3} e^{\lambda_3 t} + c_{i4} e^{\lambda_4 t}$$

Die exponentiellen Funktionen  $\bar{n}_i(t)$  haben jeweils sieben Parameter

$(d_{i1}, c_{i2}, c_{i3}, c_{i4}, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ . Die Eigenwerte  $\lambda$  sind mit den  $r_{ij}$  identisch und damit Linearkombinationen der  $r_{ij}$ . Die Werte der Parameter d und c sind als nichtlineare Kombinationen der  $r_{ij}$  nach drei Gleichungstypen zu bestimmen:

Typ I 
$$\sum_{j=1}^k r_{ji} d_{j1} = \lambda_m d_{i1} \quad \text{für } i = 1 \text{ bis } k$$

Typ II 
$$\sum_{j=1}^k r_{ji} c_{jh} = \lambda_h c_{ih} \quad \text{für } i = 1 \text{ bis } k \text{ und } h = m+1 \text{ bis } k$$

Typ III 
$$\bar{n}_i(0) = d_{i1} + \sum_{j=m+1}^k c_{ij} \quad \text{für } i = 1 \text{ bis } k$$

Für i = 1 gilt immer  $\bar{n}_i(0) = 1$ , für  $i \neq 1$  gilt  $\bar{n}_i(0) = 0$ .

Die Koeffizienten d und c werden im Folgenden aus den drei Modellgleichungen für jedes i ermittelt.

Für i = 1:

Typ I  $r_{11}d_{11} + r_{21}d_{21} + r_{31}d_{31} + r_{41}d_{41} = \lambda_1 d_{11}$

$\Rightarrow r_{11}d_{11} + 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow d_{11} = 0$

Typ II  $r_{11}c_{12} + r_{21}c_{22} + r_{31}c_{32} + r_{41}c_{42} = \lambda_2 c_{12}$

$\Rightarrow r_{11}c_{12} + 0 + 0 + 0 = r_{11}c_{12} \Rightarrow$  keine Lösung

Typ II  $r_{11}c_{13} + r_{21}c_{23} + r_{31}c_{33} + r_{41}c_{43} = \lambda_3 c_{13}$

$\Rightarrow r_{11}c_{13} + 0 + 0 + 0 = r_{22}c_{13} \Rightarrow c_{13}(r_{11} - r_{22}) = 0 \Rightarrow c_{13} = 0$

Typ II  $r_{11}c_{14} + r_{21}c_{24} + r_{31}c_{34} + r_{41}c_{44} = \lambda_4 c_{14}$

$\Rightarrow r_{11}c_{14} + 0 + 0 + 0 = r_{33}c_{14} \Rightarrow c_{14}(r_{11} - r_{33}) = 0 \Rightarrow c_{14} = 0$

Typ III  $\bar{n}_1(0) = d_{11} + c_{12} + c_{13} + c_{14} = 1$

$\Rightarrow 0 + c_{12} + 0 + 0 = 1 \Rightarrow c_{12} = 1$

Für  $i = 2$ :

$$\text{Typ I} \quad r_{12}d_{11}+r_{22}d_{21}+r_{32}d_{31}+r_{42}d_{41} = \lambda_1 d_{21}$$

$$\Rightarrow r_{12}d_{11} + r_{22}d_{21} + 0 + 0 = 0 \Rightarrow r_{22}d_{21} = 0 \Rightarrow d_{21} = 0$$

$$\text{Typ II} \quad r_{12}c_{12}+r_{22}c_{22}+r_{32}c_{32}+r_{42}c_{42} = \lambda_2 c_{22}$$

$$\Rightarrow r_{12}c_{12}+r_{22}c_{22}+0+0 = r_{11}c_{22} \Rightarrow c_{22} = \frac{r_{12}}{r_{11} - r_{22}}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{12}c_{13}+r_{22}c_{23}+r_{32}c_{33}+r_{42}c_{43} = \lambda_3 c_{23}$$

$$\Rightarrow r_{12}c_{13}+r_{22}c_{23}+0+0 = r_{22}c_{23} \Rightarrow 0+r_{22}c_{23}+0+0=r_{22}c_{23} \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{12}c_{14}+r_{22}c_{24}+r_{32}c_{34}+r_{42}c_{44} = \lambda_4 c_{24}$$

$$\Rightarrow r_{12}c_{14}+r_{22}c_{24}+0+0 = r_{33}c_{24} \Rightarrow 0+r_{22}c_{24}+0+0=r_{33}c_{24} \Rightarrow c_{24} = 0$$

$$\text{Typ III} \quad \bar{n}_2(0) = d_{21}+c_{22}+c_{23}+c_{24}=0$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{r_{12}}{r_{11} - r_{22}} + c_{23} + 0 = 0 \Rightarrow c_{23} = - \frac{r_{12}}{r_{11} - r_{22}}$$

Für  $i = 3$ :

$$\text{Typ I} \quad r_{13}d_{11}+r_{23}d_{21}+r_{33}d_{31}+r_{43}d_{41} = \lambda_1 d_{31}$$

$$\Rightarrow 0 + 0 + r_{33}d_{31} + 0 = 0 \Rightarrow d_{31} = 0$$

$$\text{Typ II} \quad r_{13}c_{12}+r_{23}c_{22}+r_{33}c_{32}+r_{43}c_{42} = \lambda_2 c_{32}$$

$$\Rightarrow r_{13}c_{12}+r_{23}c_{22}+r_{33}c_{32}+0 = r_{11}c_{32} \Rightarrow c_{32} = \frac{r_{13}(r_{11} - r_{22}) + r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{33})(r_{11} - r_{22})}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{13}c_{13}+r_{23}c_{23}+r_{33}c_{33}+r_{43}c_{43} = \lambda_3 c_{33}$$

$$\Rightarrow r_{13}c_{13}+r_{23}c_{23}+r_{33}c_{33}+0 = r_{22}c_{33} \Rightarrow c_{33} = - \frac{r_{23}r_{12}}{(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{13}c_{14}+r_{23}c_{24}+r_{33}c_{34}+r_{43}c_{44} = \lambda_4 c_{34}$$

$$\Rightarrow r_{13}c_{14}+r_{23}c_{24}+r_{33}c_{34}+0 = r_{33}c_{34} \Rightarrow 0 + 0 + r_{33}c_{34} + 0 = r_{33}c_{34}$$

$$\Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\text{Typ III} \quad \bar{n}_3(0) = d_{31} + c_{32} + c_{33} + c_{34} = 0$$

$$\Rightarrow 0 + \frac{r_{13}(r_{11} - r_{22}) + r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{33})(r_{11} - r_{22})} - \frac{r_{23}r_{12}}{(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})} + c_{34} = 0$$

$$\Rightarrow c_{34} = \frac{-r_{13}(r_{22} - r_{33}) + r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{33})(r_{22} - r_{33})}$$

Für  $i = 4$

$$\text{Typ I} \quad r_{14}d_{11} + r_{24}d_{21} + r_{34}d_{31} + r_{44}d_{41} = \lambda_1 d_{41} \\ \Rightarrow 0 + 0 + 0 + 0 = 0 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{14}c_{12} + r_{24}c_{22} + r_{34}c_{32} + r_{44}c_{42} = \lambda_2 c_{42} \\ \Rightarrow r_{14}c_{12} + r_{24}c_{22} + r_{34}c_{32} + 0 = r_{11}c_{42} \\ \Rightarrow c_{42} = \frac{r_{14}(r_{11} - r_{22})(r_{11} - r_{33}) + r_{24}r_{12}(r_{11} - r_{33}) + \dots}{r_{11}(r_{11} - r_{22}) \dots} \\ \dots + \frac{r_{34}r_{13}(r_{11} - r_{22}) + r_{34}r_{23}r_{12}}{\dots(r_{11} - r_{33})}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{14}c_{13} + r_{24}c_{23} + r_{34}c_{33} + r_{44}c_{43} = \lambda_3 c_{43} \\ \Rightarrow r_{14}c_{13} + r_{24}c_{23} + r_{34}c_{33} + 0 = r_{22}c_{43} \Rightarrow c_{43} = \frac{-r_{24}r_{12}(r_{22} - r_{33}) - r_{34}r_{23}r_{12}}{r_{22}(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})}$$

$$\text{Typ II} \quad r_{14}c_{14} + r_{24}c_{24} + r_{34}c_{34} + r_{44}c_{44} = \lambda_4 c_{44} \\ \Rightarrow r_{14}c_{14} + r_{24}c_{24} + r_{34}c_{34} + 0 = r_{33}c_{44} \Rightarrow c_{44} = \frac{-r_{34}[r_{13}(r_{22} - r_{33}) - r_{23}r_{12}]}{r_{33}(r_{11} - r_{33})(r_{22} - r_{33})}$$

$$\text{Typ III} \quad \overline{n_4}(0) = d_{41} + c_{42} + c_{43} + c_{44} = 0 \\ \Rightarrow d_{41} = -c_{42} - c_{43} - c_{44}$$

Die Punkte ... bei  $i=4$  Typ II bedeuten, dass der Bruch sich mit Zähler und Nenner über zwei Zeilen erstreckt.

### 2.3 Modellspezifikation

Das abstrakte Modell wird durch die numerische Bestimmung der Koeffizienten  $c$  und  $d$  sowie der Funktionen  $\overline{n_i}(t)$  der jeweiligen konkreten Datensituation angepasst. Dies soll an einem einfachen fiktiven Zahlenbeispiel demonstriert werden. Zunächst wird davon ausgegangen, dass die  $r_{ij}$  direkt empirisch ermittelt werden können. Gegeben sind:

$$r_{12}=0,3 \quad r_{13}=0,2 \quad r_{14}=0,4 \quad r_{23}=0,1 \quad r_{24}=0,5 \quad r_{34}=0,8$$

$$\text{Daraus folgt:} \quad r_{11} = -0,9 \quad r_{22} = -0,6 \quad r_{33} = -0,8$$

Für die Koeffizienten  $c$  ergibt sich:

$$c_{12} = +1 \quad c_{13} = 0 \quad c_{14} = 0$$

$$c_{22} = \frac{0,3}{-0,9 + 0,6} = -1 \quad c_{23} = -\frac{0,3}{-0,9 + 0,6} = +1 \quad c_{24} = 0$$

$$c_{32} = \frac{0,2(-0,9 + 0,6) + (0,1)(0,3)}{(-0,9 + 0,8)(-0,9 + 0,6)} = -1 \quad c_{33} = -\frac{(0,1)(0,3)}{(-0,6 + 0,8)(-0,9 + 0,6)} = +0,5$$

$$c_{34} = \frac{-0,2(-0,6 + 0,8) + (0,1)(0,3)}{(-0,9 + 0,8)(-0,6 + 0,8)} = +0,5$$

$$c_{42} = \frac{0,4(-0,9 + 0,6)(-0,9 + 0,8) + (0,5)(0,3)(-0,9 + 0,8)\dots}{-0,9(-0,9 + 0,6)\dots}$$

$$\frac{\dots + (0,8)(0,2)(-0,9 + 0,6) + (0,8)(0,1)(0,3)}{\dots(-0,9 + 0,8)} = +1$$

$$c_{43} = \frac{(-0,5)(0,3)(-0,6 + 0,8) - (0,8)(0,1)(0,3)}{-0,6(-0,6 + 0,8)(-0,9 + 0,6)} = -1,5$$

$$c_{44} = \frac{-0,8[0,2(-0,6 + 0,8) - (0,1)(0,3)]}{-0,8(-0,9 + 0,8)(-0,6 + 0,8)} = -0,5$$

Die Werte der Koeffizienten d sind:

$$d_{11} = 0 \quad d_{21} = 0 \quad d_{31} = 0 \quad d_{41} = -(+1) - (-1,5) - (-0,5) = +1$$

Damit sind die Funktionen  $\bar{n}_i(t)$  wie folgt spezifiziert:

$$\bar{n}_1(t) = +1e^{-0,9t}$$

$$\bar{n}_2(t) = -1e^{-0,9t} + 1,0e^{-0,6t}$$

$$\bar{n}_3(t) = -1e^{-0,9t} + 0,5e^{-0,6t} + 0,5e^{-0,8t}$$

$$\bar{n}_4(t) = +1e^{-0,9t} - 1,5e^{-0,6t} - 0,5e^{-0,8t} + 1$$

Bei der Addition der vier Funktionen heben sich die positiven und die negativen Beträge der mit jeweils gleichem Exponenten versehenen Summanden auf, so dass als Summe nur der Wert +1 aus  $\bar{n}_4$  übrig bleibt. Für jedes t gilt generell:

$$\sum_{i=1}^k \bar{n}_i(t) = 1$$

Damit liegt eine einfache Rechenkontrolle vor. Die Tabelle im Anhang enthält die Funktionswerte  $\bar{n}_i$  für verschiedene Zeitpunkte t. Dies sind die theoretisch zu erwartenden Werte. Der Vergleich dieser erwarteten mit den direkt beobachteten Werten  $n_i$  ermöglicht eine Beurteilung der Qualität des Modells. Eine gute Übereinstimmung von  $\bar{n}_i$  und  $n_i$  zu möglichst vielen Punkten lässt auf die Eignung des Modells zum Beispiel für Prognosen schließen. Die Tragfähigkeit des Modells hängt unter anderem von der Anzahl der Zeitpunkte ab, zu denen die  $n_i$  beobachtet wurden. Die notwendige Anzahl der Zeitpunkte wächst mit der Anzahl der im Modell zu bestimmenden Koeffizienten. Da hier die Exponentialfunktionen bis zu je sieben Parameter haben, benötigt man Beobachtungen zu sehr vielen Zeitpunkten (auf

jeden Fall mehr als sieben). In dem hier durchgerechneten fiktiven Beispiel wurde die Zeit in Zehntelschritten ( $t=0; 0,1; 0,2; \text{ usw.}$ ) gemessen. Die geläufigere ganzzahlige Zeitmessung wurde vermieden, um bei den exponentiellen Gliedern der Funktionen nicht mit so großen Zahlen als Zwischenergebnisse rechnen zu müssen. Die Zeitmessung in Zehntelschritten verursacht keine Verzerrung der Ergebnisse. Die Äquidistanz der Zeitpunkte ist im stetigen Markoffschen Prozess nicht erforderlich.

Die numerische Lösung wird schwieriger, wenn keine beobachteten Werte  $r_{ij}$  vorliegen, so dass die Parameter aus den beobachteten Werten  $n_i$  ermittelt werden müssen. Zu diesem Zweck wird hier ein spezielles iteratives Verfahren angewendet, das auf der Basis des Programmpakets SAS („The MODEL Procedure“) für demographische Untersuchungen entwickelt wurde (Gerß und Gerß 2005). Es handelt sich um ein Verfahren der approximativen nichtlinearen Regression, zu dem in dem hier verwendeten Modell für den Fall des Demonstrationsbeispiels nur beobachtete Wertepaare  $t/\overline{n}_4(t)$  als Ausgangsdaten benötigt werden. Dazu ist es zweckmäßig, die Schreibweise der Variablen und der Parameter der Regressionsfunktion wie folgt zu vereinfachen:

$$t = x \quad \overline{n}_4(t) = y \quad r_{11} = r_1 \quad r_{22} = r_2 \quad r_{33} = r_3$$

$$d_{41} = d \quad c_{42} = c_2 \quad c_{43} = c_3 \quad c_{44} = c_4$$

Die Modellformel lautet dann:

$$y = d + c_2 e^{r_1 x} + c_3 e^{r_2 x} + c_4 e^{r_3 x}$$

Für das maschinelle Verfahren müssen die partiellen Ableitungen der Regressionsfunktion nach jedem der sieben Parameter – sofern diese Ableitungen nicht von der SAS-Prozedur automatisch erzeugt werden – vorgegeben werden:

$$\frac{\partial y}{\partial d} = 1 \quad \frac{\partial y}{\partial c_2} = e^{r_1 x} \quad \frac{\partial y}{\partial c_3} = e^{r_2 x} \quad \frac{\partial y}{\partial c_4} = e^{r_3 x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial r_1} = x c_2 e^{r_1 x} \quad \frac{\partial y}{\partial r_2} = x c_3 e^{r_2 x} \quad \frac{\partial y}{\partial r_3} = x c_4 e^{r_3 x}$$

Die Programme verlangen die Eingabe in ADV-lesbarer Schreibweise:

Modellformell:  $y = d + c_2 * \exp(r_1 * x) + c_3 * \exp(r_2 * x) + c_4 * \exp(r_3 * x)$

Ableitungen:  $\text{der.d} = 1$     $\text{der.c2} = \exp(r_1 * x)$     $\text{der.c3} = \exp(r_2 * x)$     $\text{der.c4} = \exp(r_3 * x)$

$\text{der.r1} = x * c_2 * \exp(r_1 * x)$     $\text{der.r2} = x * c_3 * \exp(r_2 * x)$     $\text{der.r3} = x * c_4 * \exp(r_3 * x)$

Das iterative Verfahren beginnt mit willkürlich vorgegebenen Werten der Parameter  $r_{ij}$ ,  $c$  und  $d$ , die sich aus empirisch begründeten Annahmen über die  $r_{ij}$  ergeben. Je realistischer diese Annahmen sind, das heißt je besser die im Voraus vermuteten Parameterwerte mit den tatsächlichen Werten übereinstimmen, desto weniger Iterationen sind bis zur Erreichung der Konvergenz erforderlich. Das Verfahren führt aber – mit meist größerem Rechenaufwand – auch bei völliger Unkenntnis der zu erwartenden wahren Parameterwerte zu einem Ergebnis. In dem hier behandelten fiktiven Beispiel wird angenommen, dass erfahrungsgemäß die Übergänge aus dem Zustand  $S_1$  sowie vom Zustand  $S_2$  zum Zustand  $S_3$  langsam erfolgen (für  $r_{12}, r_{13}, r_{14}$  und  $r_{23}$  wird jeweils der Wert 0,3 vermutet), die Übergänge aus den Zuständen  $S_2$  und  $S_3$  zum Zustand  $S_4$  dagegen mit einer bis zu doppelt so großen Geschwindigkeit

(vermutet wird der Wert 0,4 für  $r_{24}$  und der Wert 0,6 für  $r_{34}$ ). Die danach geschätzten Parameterwerte sind die Startwerte der SAS-Prozedur (in vereinfachter Schreibweise):

$$r_1 = -(0,3+0,3+0,3) = -0,9 \quad r_2 = -(0,3+0,4) = -0,7 \quad r_3 = -0,6$$

$$c_2 = \frac{0,3(-0,9+0,7)(-0,9+0,6) + (0,4)(0,3)(-0,9+0,6)\dots}{-0,9(-0,9+0,7)\dots}$$

$$\frac{\dots + (0,6)(0,3)(-0,9+0,7) + (0,6)(0,3)(0,3)}{\dots(-0,9+0,6)} \approx 0$$

$$c_3 = \frac{(-0,4)(0,3)(-0,7+0,6) - (0,6)(0,3)(0,3)}{-0,7(-0,7+0,6)(-0,9+0,7)} \approx +3$$

$$c_4 = \frac{-0,6[0,3(-0,7+0,6) - (0,3)(0,3)]}{-0,6(-0,9+0,6)(-0,7+0,6)} \approx -4$$

$$d = -(0+3-4) \approx +1$$

Mit diesen Startwerten wurden mehrere Versuche mit verschiedenen Teilmengen der beobachteten Wertepaare  $t/\overline{n_4}(t)$  unternommen und die auf diese Weise iterativ ermittelten mit den wahren Parameterwerten verglichen. Die Ergebnisse von vier Versuchen sind:

Erster Versuch: 11 willkürlich ausgewählte Zeitpunkte ( $t = 0,4/0,5/0,7/1/1,4/2/3/5/10/20/50$ )

Parameter	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$d$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
Schätzwert	-0,9000	-0,6000	-0,8000	1,0000	0,9999	-1,5000	-0,4999

Konvergenz wird erreicht nach 326 Iterationen.

Zweiter Versuch: 151 Zeitpunkte von  $t = 0$  bis  $t = 15$  in Zehntelschritten (0,1)

Parameter	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$d$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
Schätzwert	-0,9882	-1,0561	-0,6035	1,0000	0,9048	-0,3196	-1,5851

Konvergenz wird erreicht nach 70 Iterationen.

Dritter Versuch: 201 Zeitpunkte von  $t = 0$  bis  $t = 20$  in Zehntelschritten (0,1)

Parameter	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$d$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
Schätzwert	-0,9000	-0,6000	-0,8000	1,0000	1,0000	-1,5000	-0,5000

Konvergenz wird erreicht nach 142 Iterationen.

Vierter Versuch: 21 Zeitpunkte von  $t = 0$  bis  $t = 20$  in ganzzahligen Schritten

Parameter	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$d$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
Schätzwert	-0,9000	-0,6000	-0,8000	1,0000	0,9999	-1,5000	-0,4999

Konvergenz wird erreicht nach 727 Iterationen.

Das iterative Verfahren konvergiert also in jedem Fall auf bestimmte Schätzwerte der Parameter; diese sind aber nicht immer (hier beim zweiten Versuch) gleich den wahren Werten. Wenn die wahren Werte nicht getroffen werden, liefert das Programm einen warnenden Hinweis. Ein solcher Hinweis kann auch erscheinen, wenn die wahren Werte gefunden werden (hier beim ersten Versuch). Fehlt ein warnender Hinweis, so stimmen die iterativ geschätzten mit den wahren Werten überein (hier beim dritten und vierten Versuch). Demnach kann aufgrund der Warnung ein Ergebnis irrtümlich verworfen werden, obwohl es richtig ist (erster Versuch). Es kann jedoch nicht wegen einer ungerechtfertigt unterbliebenen Warnung irrtümlich akzeptiert werden. So gesehen ist das Schätzverfahren im Sinne der



Tradition der Inferenzstatistik konservativ, das heißt es schützt vor einer voreiligen Aufgabe der Nullhypothese (Wald 1950). Der Hinweis bezieht sich auf ein im Verlauf der Rechnung auftretendes mathematisches Problem, das generell aber nur dazu führt, dass einzelne Konfidenzintervalle nicht berechnet werden können. Wenn an den Konfidenzintervallen kein besonderes Interesse besteht, sind die Ergebnisse des ersten, dritten und vierten Versuchs gleichwertig brauchbar. Dies ist vor allem hinsichtlich des ersten Versuchs bemerkenswert, da diesem nur eine geringe Anzahl von Beobachtungen zugrunde liegt. Demnach ist es möglich, das Modell auf einer verhältnismäßig schmalen Datenbasis, mit der sich die empirische Forschung oft begnügen muss, numerisch zu spezifizieren. Allerdings muss dann besonderes Gewicht auf die Prüfung der Plausibilität der Ergebnisse gelegt werden.

## 2.4 Modellkontrolle

Die Prüfung der Plausibilität des Modells kann nicht an den aus den Wertepaaren  $t/\bar{n}_4(t)$  errechneten Parametern  $r_{ii}$ ,  $c$  und  $d$  vorgenommen werden, weil diese Parameter nur zur numerischen Spezifikation dienen und selbst keine inhaltliche Bedeutung haben, die fachlich beurteilt werden könnte. Zu einer solchen Prüfung sind allenfalls die Übergangsraten  $r_{ij}$  geeignet. Wenn die  $r_{ij}$  nicht beobachtet werden können, müssen sie aus den mit der SAS-Prozedur ermittelten Parameterwerten abgeleitet werden. Da sechs Werte  $r_{ij}$  zu bestimmen sind ( $r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{23}, r_{24}, r_{34}$ ), werden sechs Gleichungen benötigt. Die drei Definitionsgleichungen der  $r_{ii}$  und die drei Modellgleichungen vom Typ II für  $i = 4$  können wie folgt umgeformt werden (siehe Abschnitt „Modellkonstruktion“):

$$\begin{aligned} r_{11} &= -r_{12} - r_{13} - r_{14} & r_{22} &= -r_{23} - r_{24} & r_{33} &= -r_{34} \\ r_{14} &= \frac{c_{42}r_{11}(r_{11} - r_{22})(r_{11} - r_{33}) - r_{24}r_{12}(r_{11} - r_{33}) - r_{34}r_{13}(r_{11} - r_{22}) - r_{34}r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{22})(r_{11} - r_{33})} \\ r_{24} &= -\frac{c_{43}r_{22}(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22}) + r_{34}r_{23}r_{12}}{r_{12}(r_{22} - r_{33})} \\ r_{34} &= -\frac{c_{44}r_{33}(r_{11} - r_{33})(r_{22} - r_{33})}{r_{13}(r_{22} - r_{33}) - r_{23}r_{12}} \end{aligned}$$

Nach Einsetzung der SAS-Ergebnisse für  $r_{11}$ ,  $r_{22}$  und  $r_{33}$  sowie  $c_{42}$ ,  $c_{43}$  und  $c_{44}$  ergibt sich:

$$\begin{aligned} -0,9 &= -r_{12} - r_{13} - r_{14} & -0,6 &= -r_{13} - r_{24} & -0,8 &= -r_{34} \\ r_{14} &= \frac{(1)(-0,9)(-0,3)(-0,1) - r_{24}r_{12}(-0,1) - r_{34}r_{13}(-0,3) - r_{34}r_{23}r_{12}}{(-0,3)(-0,1)} \\ &= (-0,89) + (3,3)r_{24}r_{12} - 8r_{13} - (26,6)r_{23}r_{12} \\ &\Rightarrow r_{23}r_{12} - (0,3)r_{13} - (0,1)r_{12} + (0,06) = 0 && \text{Gleichung A} \\ r_{24} &= -\frac{1}{(0,2)r_{12}} [(-1,5)(-0,6)(0,2)(-0,3) + r_{34}r_{23}r_{12}] \end{aligned}$$

$$= \frac{0,27}{r_{12}} - 4r_{23}$$

$$\Rightarrow r_{23}r_{12} + (0,2)r_{12} - (0,09) = 0 \quad \text{Gleichung B}$$

$$r_{34} = -\frac{1}{(0,2)r_{13} - r_{23}r_{12}} [(-0,5)(-0,8)(-0,1)(0,2)]$$

$$0,8 = -\frac{(-0,008)}{(0,2)r_{13} - r_{23}r_{12}} \Rightarrow r_{23} = \frac{(0,2)r_{13} - (0,01)}{r_{12}}$$

$$\Rightarrow r_{23}r_{12} - (0,2)r_{13} + (0,01) = 0 \quad \text{Gleichung C}$$

A, B und C sind drei Gleichungen mit den drei Unbekannten  $r_{12}$ ,  $r_{13}$  und  $r_{23}$ .

Aus A und B folgt:  $0,3r_{13} + 0,1r_{12} - 0,06 = -0,2r_{12} + 0,09 \Rightarrow r_{13} = -r_{12} + 0,5$

Aus A und C folgt:  $0,3r_{13} + 0,1r_{12} - 0,06 = +0,2r_{13} - 0,01 \Rightarrow r_{13} = -r_{12} + 0,5$

Aus B und C folgt:  $-0,2r_{12} + 0,09 = +0,2r_{13} - 0,01 \Rightarrow r_{13} = -r_{12} + 0,5$

Die Gleichungen A, B und C sind also nicht voneinander unabhängig. Für die Bestimmung der sechs  $r_{ij}$  stehen demnach bisher nur vier Gleichungen – die drei Definitionsgleichungen der  $r_{ii}$  und jeweils eine der Gleichungen A, B und C – zur Verfügung. Zur Vervollständigung des Gleichungssystems werden die beiden Modellgleichungen vom Typ II für  $c_{32}$  und  $c_{33}$  verwendet (siehe Abschnitt „Modellkonstruktion“) und wie folgt umgeformt:

$$r_{13} = \frac{c_{32}(r_{11} - r_{33})(r_{11} - r_{22}) - r_{23}r_{12}}{r_{11} - r_{22}}$$

$$r_{23} = -\frac{c_{33}(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})}{r_{12}}$$

Die Werte der Koeffizienten  $c_{32}$  und  $c_{33}$  sind nach dem für  $c_{42}$ ,  $c_{43}$  und  $c_{44}$  dargestellten iterativen Verfahren zu ermitteln (siehe Abschnitt „Modellspezifikation“); sie betragen

$c_{32} = -1$  und  $c_{33} = +0,5$ . Nach Einsetzung der SAS-Ergebnisse ergibt sich:

$$r_{13} = \frac{(-1)[-0,9 - (0,8)][-0,9 - (-0,6)] - r_{23}r_{12}}{-0,9 - (-0,6)} \Rightarrow r_{23}r_{12} = 0,3r_{13} - 0,03$$

Aus dieser Gleichung und der Gleichung C folgt:

$$0,3r_{13} - 0,03 = 0,2r_{13} - 0,01 \Rightarrow r_{13} = 0,2$$

$$r_{23} = -\frac{0,5[-0,6 - (-0,8)][-0,9 - (-0,6)]}{r_{12}} \Rightarrow r_{23}r_{12} = 0,03$$

Aus dieser Gleichung und der Gleichung B folgt:

$$-0,2r_{12} + 0,09 = 0,03 \Rightarrow r_{12} = 0,3$$

Aus den nun bekannten  $r_{12}$  und  $r_{13}$  folgt:  $r_{14} = 0,9 - 0,3 - 0,2 = 0,4$

Die Werte  $r_{12}$  und  $r_{13}$  werden in die Gleichungen für das Produkt  $r_{23} r_{12}$  eingesetzt:

$$r_{23}(0,3) = (0,3)(0,2) - 0,03 \Rightarrow r_{23} = 0,1 \quad \text{oder} \quad r_{23}(0,3) = 0,03 \Rightarrow r_{23} = 0,1$$

Aus dem nun bekannten  $r_{23}$  folgt:  $r_{24} = 0,6 - 0,1 = 0,5$

Schließlich gilt noch:  $r_{34} = 0,8$

Damit sind sämtliche  $r_{ij}$  des Modells wie die  $r_{ii}$  ausschließlich aus beobachteten  $n_i$  berechnet worden und können nach ihrer Plausibilität beurteilt werden. Wenn die Berechnungen mathematisch korrekt abgeschlossen sind, sind die Ergebnisse inhaltlich zu interpretieren. Für das hier verwendete Beispiel sind die Ergebnisse der Regressionsrechnung in der Abbildung

im Anhang dargestellt. Der Zeitraum von  $t = 0$  bis  $t = 2,5$  (in Zehntelschritten) reicht aus, um den gesamten Verlauf der Funktionswerte zu verdeutlichen. Statt des Indikators des Umweltkapitalstocks – das heißt des Bestands an nicht erneuerbaren Ressourcen –, der durch  $n_1(t)$  gemessen wird, erscheint es anschaulicher, die komplementären Werte  $1 - n_1(t)$  als Indikator der Umweltbelastung zu interpretieren. Statt des Indikators der gesellschaftlichen Wohlfahrt als Niveaugröße – gemessen durch  $n_4(t)$  – ist die Interpretation der absoluten Differenzen zum jeweils vorherigen Zeitpunkt – also  $[n_4(t) - n_4(t-0,1)]$  – naheliegender, weil subjektiv vor allem die Veränderung des Lebensstandards und weniger seine Höhe wahrgenommen wird. Die Abbildung im Anhang enthält daher die Kurvenverläufe der Erwartungswerte  $1 - \bar{n}_1(t)$  (Umweltbelastung),  $\bar{n}_2(t)$  (Wirtschaftsleistung),  $\bar{n}_3(t)$  (soziale Spannungen) und  $\bar{n}_4(t) - \bar{n}_4(t-0,1)$  (Wohlfahrtsänderung).

Für das fiktive Beispiel können folgende Aussagen gemacht werden: Die Umweltbelastung nimmt beständig zu, wegen der in Gang kommenden Umweltschutzpolitik wird die Zunahme aber allmählich langsamer. Der Wertverlust des Umweltkapitals – das heißt der Verbrauch an Ressourcen – wirkt sich zunächst zugunsten einer zunehmenden Wirtschaftsleistung aus. Schließlich wird die Umweltbelastung aber so groß, das heißt die Kosten der Inanspruchnahme des Umweltkapitals werden wegen dessen Verknappung so hoch, dass nur noch der wirtschaftliche Produktionswert, aber nicht mehr die Wertschöpfung zunimmt. Im weiteren Verlauf sinkt die Wertschöpfung sogar, weil die Vorleistungen noch stärker zunehmen als der Produktionswert. Die sozialen Spannungen nehmen mit der Umweltbelastung – manche Menschen sind mehr betroffen als andere – und der positiven wirtschaftlichen Entwicklung – manche Menschen profitieren weniger als andere – zunächst zu und mit der wirtschaftlichen Entwicklung sowie wegen der in Gang kommenden Sozialpolitik schließlich wieder ab. Das Niveau der gesellschaftlichen Wohlfahrt nimmt zwar ständig zu, die subjektiv vor allem spürbaren absoluten Veränderungen der Wohlfahrt nehmen jedoch kontinuierlich ab, folgen also – wenn auch nicht so stark – dem Umweltkapital.

### 3. Daten für Deutschland

#### 3.1 Empirische Datenbasis

Die Anwendung des Modells auf empirische Daten für Deutschland bezieht sich auf den Zeitraum, seitdem Gesamtdeutschland wieder existiert, also auf die Jahre ab 1991. Frühere Daten sind wegen unterschiedlicher Systeme der amtlichen Statistik in West und Ost nicht verfügbar bzw. nicht zuverlässig vergleichbar. Das aktuellste vollständig mit hier relevanten Daten belegte Jahr ist 2005. Somit erstreckt sich die Untersuchung auf 15 Jahre. Einbezogen werden insgesamt 21 nichtnegative rationalskalierte Variablen als Einzelindikatoren, und zwar ein Indikator der Wirtschaftsleistung, vier Indikatoren der gesellschaftlichen Wohlfahrt, sieben Indikatoren der Umweltbelastung und neun Indikatoren der sozialen Spannungen. Die am einfachsten zu ermittelnde und zu interpretierende Modellaussage würde sich dann ergeben, wenn außer dem Indikator der Wirtschaftsleistung, der bereits als Gesamtindikator konstruiert ist, auch die drei anderen Gruppen von Einzelindikatoren zu je einem Gesamtindikator zusammengefasst werden könnten. Wie im Abschnitt „Einzel- versus Gesamtindikatoren“ ausgeführt wurde, ist die Aggregation zu Gesamtindikatoren jedoch ohne willkürliche Vorgaben in der Regel nicht möglich. Allenfalls ist die Klassifizierung von Einzelindikatoren zu Variablengruppen denkbar. Als Methoden für die Bildung von Variablengruppen, die in sich aus eng zusammenhängenden und zwischen sich aus wenig oder gar nicht zusammenhängenden Variablen bestehen, kommen die Faktorenanalyse und die Clusteranalyse infrage (Schlosser 1976).

Die Faktorenanalyse geht von der Annahme ausschließlich linearer Beziehungen zwischen den Variablen aus, die aber in der gesellschaftlichen Realität nicht gegeben sein müssen. Die Clusteranalyse erreicht die Klassifizierung von ähnlichen Variablen ohne die Einschränkung, dass Ähnlichkeit mit hoher linearer Korrelation gleichgesetzt wird. Von den zahlreichen clusteranalytischen Verfahren (Tryon 1939) sind aber nicht alle für die hier vorliegende Situation geeignet. Die auf den sog. Mahalanobis-Distanzen zwischen den Variablen (Mahalanobis 1936) beruhende Clusteranalyse ist nicht anwendbar, weil die dazu benötigten Kovarianzen der Einheiten – das sind die 15 Jahre des Untersuchungszeitraums – nicht berechnet werden können (Die Anzahl der Variablen – hier nur 4 bzw. 7 bzw. 9 – müsste größer sein als die Anzahl der Einheiten). Die diese Voraussetzung nicht benötigenden Euklidischen Distanzen zwischen den Variablen können berechnet und einer nichthierarchischen Clusteranalyse zugrunde gelegt werden. Die danach in jeweils einer Gruppe zusammengefassten Variablen sind numerisch ähnlich, können aber inhaltlich sehr heterogen und daher als Gruppe schwierig interpretierbar sein. Die als R-Analyse bezeichnete (Cattell 1966) auf der Korrelation zwischen den Variablen basierende häufigste Variante der Faktorenanalyse (Thurstone 1931) ist für die hier vorliegende Situation grundsätzlich geeignet; denn die mathematische Bedingung, dass die Anzahl der Einheiten (15) um mindestens 1 größer ist als die Anzahl der jeweils zu klassifizierenden Variablen (4 bzw. 7 bzw. 9), ist erfüllt. Bei weitem nicht erfüllt sind dagegen die aus der Praxis der Faktorenanalyse stammenden Empfehlungen, dass die Anzahl der Einheiten mindestens 50 und „für hinreichend gesicherte Ergebnisse“ sogar mindestens 50 mehr als die Anzahl der Variablen sein sollte (Jahn und Vahle 1970). Die aufgrund von empirischen Methodenvergleichen vertretene Auffassung, die Faktorenanalyse sei als zusammenhangsanalytische Methode im sozialwissenschaftlichen Bereich generell der Clusteranalyse unterlegen (Schlosser 1976, S. 209), kann nach eigenen Erfahrungen nicht voll bestätigt werden. Vielmehr scheint die Clusteranalyse besser zur Klassifizierung von Einheiten und die Faktorenanalyse besser zur Klassifizierung von Variablen geeignet zu sein. Wegen der Problematik beider Methoden wird hier bei den Indikatoren der Umweltbelastung, der

sozialen Spannungen und der gesellschaftlichen Wohlfahrt auf die Bildung von Variablengruppen ebenso wie auf die Zusammenfassung zu je einem Gesamtindikator verzichtet.

Die Werte der im Folgenden aufgeführten in die Untersuchung einbezogenen Variablen stammen aus Auskünften des Landesamtes für Datenverarbeitung und Statistik des Landes Nordrhein-Westfalen (Variablen Nr. 1, 6, 7, 8, 9 und 10) und aus dem Internet-Angebot des Zentrums für Umfragen, Methoden und Analysen (ZUMA) zu sozialen Indikatoren (Variablen Nr. 2, 3, 4, 11, 12 und alle Indikatoren der „sozialen Spannungen“). Nur der Human Development Index (Variable Nr. 5) wurde aus speziellen Veröffentlichungen entnommen. Alle Variablen wurden – soweit für einzelne Jahre des Untersuchungszeitraums keine Daten vorlagen – durch eigene Schätzungen aktualisiert bzw. vervollständigt. Die Schätzwerte wurden soweit wie möglich aufgrund von zusätzlichen Informationen aus Veröffentlichungen des Statistischen Bundesamtes und anderer Behörden (Bundesministerium für Arbeit, Bundesagentur für Arbeit, Bundesverkehrsministerium, Bundeskriminalamt) nach denselben Methoden wie die vorgefundenen Daten ermittelt und wegen ihrer vollständigen Vergleichbarkeit mit den vorgefundenen Daten nicht besonders gekennzeichnet. Wo keine zusätzlichen Informationen verfügbar waren, wurde im Analogieschluss (z.B. nach der Korrelation mit bekannten verwandten Variablen) oder nach mathematischen Verfahren wie Inter- und Extrapolation geschätzt; diese Schätzwerte sind eingeklammert. Dies ist insbesondere dann unbedenklich, wenn die Streuung der Werte einer Variablen gering ist oder wenn diese Werte einem deutlichen anhaltenden Trend folgen.

Der Indikator der Wirtschaftsleistung (Variable Nr. 1) und die Indikatoren der gesellschaftlichen Wohlfahrt (Variablen Nr. 2, 3, 4 und 5) sind:

- 1 Messzahlen des preisbereinigten Bruttoinlandsprodukts auf der Basis 2000 = 100
- 2 In konstanten Preisen bewerteter gesamtwirtschaftlicher privater Verbrauch pro Einwohner in EURO
- 3 Grad der Zufriedenheit mit dem Haushaltseinkommen; nach dem Sozio-ökonomischen Panel (SOEP) (Hanefeld 1987, Wagner et al. 1994); durchschnittliche Angabe der Befragten auf die Frage „Wie zufrieden sind Sie mit dem Einkommen Ihres Haushalts?“ auf einer elfstufigen Ratingskala von null „ganz und gar unzufrieden“ bis 10 „ganz und gar zufrieden“
- 4 Durchschnittliche Lebenserwartung männlicher Neugeborener in Jahren
- 5 Human Development Index (HDI)

Der „Index der menschlichen Entwicklung“ der Vereinten Nation fasst drei grundlegende Zieldimensionen der menschlichen Entwicklung (ein langes und gesundes Leben; Bildung; ein angemessener Lebensstandard) in einer einzigen Messzahl zusammen. Das Leben wird durch die Lebenserwartung bei Geburt, die Bildung durch den Anteil der schreib- und lesefähigen Erwachsenen sowie das „kombinierte Brutto-Einschreibungsverhältnis bei Grund-, Mittel- und Oberstufen der Schulen“ (combined gross enrolment ratio for primary, secondary and tertiary schools) und der Lebensstandard durch das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf gemessen. Die beiden Komponenten des Einzelindikators Bildung werden mit den Gewichten zwei Drittel (Alphabetisierung Erwachsener) und ein Drittel (Schulbesuch) zusammengefasst. Über die Art des Rechenvorgangs der Zusammenfassung der drei Einzelindikatoren zum HDI sind den Publikationen der Vereinten Nation keine Angaben zu entnehmen; vermutlich wird keine Gewichtung der Einzelindikatoren vorgenommen. Der Anteil der schreib- und lesefähigen Erwachsenen wird für Deutschland und andere Staaten mit vergleichbarem Entwicklungsstand generell auf 99% festgesetzt. Die Einzelindikatoren und der HDI sind auf den Wertebereich null

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

(niedrigster Entwicklungsstand) bis 1 (höchster Entwicklungsstand) normiert. Der HDI ist zur Messung des langfristigen Fortschritts bestimmt; er ist nicht zum Nachweis kurzfristiger Veränderungen geeignet. Der Index wird jährlich berechnet und veröffentlicht. Er ist für jeweils ein Berichtsjahr von Land zu Land, aber nur sehr eingeschränkt für jeweils ein Land über mehrere Jahre vergleichbar, da sich die methodischen Grundlagen der Basisdaten häufig ändern. „Most of the changes in the HDI values ... between ...two Reports result from updates and revisions to data for each of its three components” (Anmerkung in der Internet-Präsentation der Vereinten Nationen). Um diesen Mangel abzumildern, werden methodisch konsistente HDI-Trendschätzungen bekanntgegeben, die aber nur wenige (auseinanderliegende) Jahre überdecken (Deutsche Gesellschaft für die Vereinten Nationen 2006). Diese Trendwerte werden hier verwendet, ergänzt um eigene Schätzungen. Die Interpolation für die Zwischenjahre ist wegen der – seinem Zweck entsprechendem – langfristig kontinuierlichen Entwicklung des HDI unproblematisch.

Jahr	Variable Nr.				
	1	2	3	4	5
1991	85,36	12079	6,5	72,3	0,892
1992	87,26	12314	6,4	72,5	0,898
1993	86,56	12240	6,3	72,8	0,900
1994	88,86	12332	6,2	73,0	0,904
1995	90,54	12549	6,3	73,3	0,905
1996	91,44	12639	6,2	73,6	0,905
1997	93,09	12690	6,1	74,0	0,906
1998	94,98	12920	6,2	74,4	0,911
1999	96,89	13391	6,3	74,8	0,921
2000	100,00	13635	6,5	75,1	0,925
2001	101,24	13807	6,5	75,4	0,921
2002	101,24	13718	6,3	75,6	0,925
2003	101,05	13735	(6,3)	75,9	0,930
2004	101,31	13816	(6,3)	76,2	0,932
2005	103,24	13825	(6,3)	76,2	(0,933)

Die Indikatoren der Umweltbelastung sind:

- 6 Primärenergieverbrauch im Inland in Terajoule
- 7 Verwendung von abiotischem (nicht erneuerbarem) Primärmaterial in 1000 Tonnen
- 8 Siedlungs- und Verkehrsfläche am 31.12. des Jahres in Quadratkilometern
- 9 Direkte Kohlendioxidemissionen im Inland in 1000 Tonnen
- 10 Abgabe von Abfällen (Feststoffe) an die Natur in 1000 Tonnen
- 11 Anzahl der im Individualverkehr mit Personenkraftwagen und Kombinationskraftwagen sowie motorisierten Zweirädern gefahrenen Kilometer pro Einwohner und Jahr
- 12 Gesamtzahl der Umweltsdelikte

DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

Jahr	Variable Nr.						
	6	7	8	9	10	11	12
1991	14609771	(1428786)	(39873)	995764	(297185)	8885,5	23817
1992	14319456	(1447380)	40305	948423	(311619)	9040,3	25882
1993	14309020	(1382791)	(40742)	938445	(3046222)	9089,8	29732
1994	14185249	1500225	(41179)	924409	(318431)	8930,7	32082
1995	14268972	1454384	(41615)	920155	(306618)	9062,9	35643
1996	14745937	1427724	42052	943608	305701	9088,4	39641
1997	14613928	1415491	42495	914700	304852	9136,9	39864
1998	14520569	1393024	(42796)	906672	303828	9143,3	41381
1999	14323277	1419214	(43458)	881685	309822	9278,0	36663
2000	14400802	1409379	43939	886258	320404	8896,7	34415
2001	14678627	1339761	44381	899301	315121	8774,7	30950
2002	14413618	1326859	44780	886480	303174	(8847,8)	26626
2003	14456719	1341867	45141	892545	287047	(8802,1)	24573
2004	14407796	1337101	45621	885854	(266748)	(8923,0)	21409
2005	14238000	1306000	46050	866000	(260000)	(8751,7)	18376

Die Indikatoren der sozialen Spannungen sind:

- 13 Anteil der Bevölkerung mit überwiegendem Lebensunterhalt durch Arbeitslosengeld oder -hilfe (im Jahr 2005 durch „Arbeitslosengeld I und II“) an der Gesamtbevölkerung (%)
- 14 Anzahl der nichtehelich lebendgeborenen Kinder auf 1000 Lebendgeborene
- 15 Anzahl der Ehescheidungen auf 10000 bestehende Ehen
- 16 Anzahl der 60 Jahre oder älteren Frauen und der 65 Jahre oder älteren Männer auf 100 Erwerbspersonen
- 17 Summe der nach dem Sozialbudget für die Finanzierung der in Deutschland erbrachten Sozialleistungen aufgewendeten Mittel (aus Sozialbeiträgen der Arbeitnehmer und Arbeitgeber, öffentlichen und sonstigen Zuweisungen sowie sonstigen Einnahmen und Verrechnungen) als Anteil am Bruttosozialprodukt (%) (gesellschaftliche Kosten der Versorgungssicherung)  
Das Sozialbudget wird seit 1969 von der Bundesregierung regelmäßig aufgestellt und veröffentlicht. Es informiert über die Sozialleistungsquote (Verhältnis von Sozialleistungen zum Bruttosozialprodukt) und weist Sozialleistungsziffern aus, die Aufschluss über die Zurechnung sozialer Leistungen auf bestimmte Personengruppen geben.
- 18 Anteil der im Sozialbudget ausgewiesenen Gesundheitskosten am Bruttosozialprodukt (%)
- 19 Anteil der Arbeitslosen ohne Ausbildungsabschluss an den abhängigen Erwerbspersonen (einschließlich der Auszubildenden, aber ohne Soldaten) mit gleicher Qualifikation (%)
- 20 Anzahl der bekanntgewordenen Fälle von Straftaten (ohne Straßenverkehrsdelikte) auf 100 000 Einwohner (Gesamtkriminalitätsziffer)
- 21 Anzahl der tatverdächtigen strafmündigen Jugendlichen (Personen im Alter von 14 bis 17 Jahren) auf 100 000 Einwohner der entsprechenden Personengruppe (Tatverdächtigenziffer krimineller Jugendlicher)

Jahr	Variable Nr.								
	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1991	2,2	150,8	70,5	35,9	30,0	9,9	14,5	6649,0	5592
1992	2,7	148,9	69,5	36,2	30,8	10,6	16,9	7837,5	5960
1993	3,1	148,1	80,2	36,7	31,7	10,6	20,3	8240,5	6131
1994	3,5	153,9	85,0	36,7	31,6	10,7	21,0	7965,6	6404
1995	3,2	160,6	86,8	38,2	31,8	11,1	21,9	8092,6	7107
1996	3,5	170,5	90,0	38,2	32,4	11,3	24,2	8058,4	7587
1997	4,0	179,6	98,9	38,5	32,3	10,9	26,9	7978,0	7998
1998	4,0	200,1	102,1	39,2	32,3	10,8	25,8	7868,9	8195
1999	3,7	221,4	99,0	39,9	32,9	10,9	23,4	7682,0	8114
2000	3,4	234,1	101,3	41,2	32,7	10,9	22,2	7625,0	8075
2001	3,5	250,3	103,4	40,4	32,7	11,0	(25,4)	7736,0	8172
2002	3,8	261,3	106,0	41,1	32,5	10,6	(26,6)	7893,0	8079
2003	4,3	269,8	111,7	41,7	32,9	10,8	(27,3)	7963,1	7826
2004	4,6	279,4	112,1	41,4	32,0	10,6	(27,5)	8037,1	7817
2005	5,5	291,8	111,6	42,8	31,7	10,8	(32,7)	7747,5	7484

Die gesellschaftlichen Kosten der Versorgungssicherung (Variable Nr. 17) und die Gesundheitskosten (Variable Nr.18) werden von ZUMA in Prozenten des „Bruttosozialprodukts“ dargestellt, nach den im Internet gegebenen Anmerkungen aber in Prozenten des „Bruttoinlandsprodukts“ berechnet. Die sachlich korrekte Bezugsgröße ist nur das (wirtschaftssubjektsbezogene) Sozialprodukt und nicht das (gebietsbezogene) Inlandsprodukt. Rechnerisch wirkt sich dieser Unterschied hier allerdings kaum aus, da die Differenz zwischen dem Sozialprodukt und dem Inlandsprodukt für Deutschland insgesamt vernachlässigbar gering ist. Im Übrigen ist die von ZUMA noch verwendete Bezeichnung Bruttosozialprodukt in der amtlichen deutschen Statistik nicht mehr üblich, sondern wurde durch die Bezeichnung „Bruttonationaleinkommen“ ersetzt (Strohm et al. 1999). Damit wurde die europaweit harmonisierte Terminologie übernommen.

### 3.2 Schätzung der Modellparameter

Der Grundgedanke des hier in abgewandelter Form verwendeten Modells ist die Beobachtung von Personen im Zeitablauf, die in eine Organisation eintreten, dann verschiedene Zwischenstationen durchlaufen und schließlich einen Endzustand erreichen. Zu jedem Zeitpunkt bildet sich bei der Anfangsstation, den Zwischenstationen und der Endstation ein Personalbestand. Die Stationen sind die Variablen des Modells; die Bestände sind die Werte der Variablen. In der Anfangssituation befinden sich alle Personen in der Anfangsstation, während die anderen Stationen noch leer sind. Wenn kein Zugang in der Anfangsstation erfolgt, nimmt dort der Bestand auf längere Sicht kontinuierlich ab. Der Bestand der Endstation nimmt – wenn man von aus der Organisation ausscheidenden Personen absieht bzw. diese in der Endstation mitzählt – tendenziell zu, soweit nicht Personen in den Zwischenstationen verbleiben. Wie die Bestände der einzelnen Zwischenstationen sich entwickeln, hängt von der Geschwindigkeit der Zu- und Abgänge der jeweiligen Station ab. Man kann sich das Modell durch einen aus mehreren miteinander verbundenen Becken bestehenden Brunnen veranschaulichen. Die Becken sind in verschiedener Höhe angebracht; zum Beispiel gibt es ein oberstes erstes, ein etwas tieferes zweites, ein noch etwas tieferes drittes und ein ganz unten angebrachtes viertes Becken. Je eine direkte Wasserleitung verläuft vom ersten zum zweiten, vom ersten zum dritten, vom ersten zum vierten, vom zweiten zum



dritten, vom zweiten zum vierten und vom dritten zum vierten Becken. Um das Bild des stochastischen Markoff-Prozesses zu vervollständigen, sei noch angenommen, dass durch Ventile bewirkt wird, dass die durch die einzelnen Leitungen (nur) aus dem jeweils vorherigen Becken fließende Wassermenge zufällig um einen von Leitung zu Leitung möglicherweise unterschiedlichen, aber je Leitung im Zeitablauf konstant bleibenden Mittelwert schwankt. Zu Beginn des Wasserspiels ist nur das erste Becken gefüllt. Das Wasser fließt dann je nach Kapazität der Leitung schneller oder langsamer in die anderen Becken. Entsprechend der unterschiedlichen Fließgeschwindigkeit kann der Wasserstand im zweiten und dritten Becken im Verlauf des Spiels schwanken. Mit ebenso unterschiedlicher Geschwindigkeit füllt sich das vierte Becken. Wenn das Spiel nicht abgebrochen wird, enthält das vierte Becken am Ende das ganze Wasser. Ein gesteuerter vorheriger Abbruch des Spiels kann bewirken, dass trotz der tendenziellen Zunahme des Bestands im vierten Becken sowie im zweiten und dritten Becken und trotz der Abnahme des Bestands im ersten Becken in jedem Becken noch ein möglicherweise gewünschter Wasserstand erhalten bleibt.

Das Bild des Brunnens sollte bei der Definition der Variablen des Modells (siehe Abschnitt „Modellkonstruktion“) beachtet werden. Danach sollten die Variable  $S_1$  (Umweltkapitalstock) im Zeitablauf nur abnehmende Werte  $n_1$  und die Variable  $S_4$  (gesellschaftliche Wohlfahrt) nur zunehmende Werte  $n_4$  haben. Auch für die Variablen  $S_2$  (Wirtschaftsleistung) und  $S_3$  (soziale Spannungen) sind tendenziell zunehmende Werte  $n_2$  bzw.  $n_3$  zu erwarten, aber gelegentlich abnehmende oder gleichbleibende Werte als Ausnahmen nicht ausgeschlossen. Dementsprechend sind die die vier Aspekte  $S_1$  bis  $S_4$  repräsentierenden Einzelindikatoren gegebenenfalls umzuformen. Dies sei an einem Beispiel ausführlich demonstriert. Zu untersuchen ist der Zeitverlaufsprozess des Modells aus den Variablen Nr.6 (Primärenergieverbrauch) als Repräsentant von  $S_1$ , Nr.1 (Bruttoinlandsprodukt) als Repräsentant von  $S_2$ , Nr.13 (Arbeitslosengeld) als Repräsentant von  $S_3$  und Nr. 2 (privater Verbrauch) als Repräsentant von  $S_4$ . Die Variablen Nr.1 und Nr.13 erfüllen bereits ohne Umformung die Erwartungen. Ihr geringster Wert tritt im ersten Berichtsjahr (1991) auf, ihr höchster Wert im letzten Jahr (2005). Dazwischen nehmen die Werte im Zeitablauf zwar nicht streng kontinuierlich, aber anhaltend tendenziell zu. Nach der im Abschnitt „Standardisierung von Maßeinheiten“ für die Gesichterdarstellung beschriebenen Normierung ergibt sich jeweils der Wert null für das erste und der Wert 1 für das letzte Berichtsjahr. Bei der Variablen Nr.6 ist die Situation anders. Hier soll eigentlich der Restbestand am Umweltkapital als  $n_1$  gemessen werden, der insbesondere bei nicht erneuerbaren Ressourcen mit fortschreitender Zeit abnimmt. Zur Verfügung stehen aber nur Daten über den jährlichen Verbrauch, also die jährliche Bestandsverringerung des Umweltkapitals. Der fortlaufend kumulierte jährliche Verbrauch ist die bis zum jeweiligen Berichtsjahr insgesamt eingetretene Bestandsverringerung. Der kumulierte Verbrauch nimmt vom ersten bis zum letzten Berichtsjahr kontinuierlich zu, hat also nach der Normierung den Wert null für das erste und den Wert 1 für das letzte Berichtsjahr. Wenn man den Anfangsbestand des Umweltkapitals gleich 1 setzt, ergibt sich der jährliche Restbestand als Differenz „1 minus normierter kumulierter Verbrauch“. Der so ermittelte Restbestand nimmt erwartungsgemäß von 1 (erstes Jahr) bis null (letztes Jahr) kontinuierlich ab und erfüllt somit die numerische Voraussetzung zur Eignung als Variable  $S_1$  des Modells. Die Variable Nr.2 hat zwar – dem Modell entsprechend – ihr Minimum im ersten und ihr Maximum im letzten Jahr, die Aufwärtsentwicklung wird jedoch durch einen Rückgang an zwei Stellen unterbrochen. Die modelladäquate kontinuierliche Zunahme wird erreicht, indem wie beim Energieverbrauch auch beim privaten Verbrauch die jährlichen Werte kumuliert und anschließend normiert werden.

Jahr	beobachtete Werte			
	Umgeformte Variable Nr.6 (Primärenergieverbrauch) $n_1$	Variable Nr.1 (Bruttoinlands-Produkt) $n_2$	Variable Nr.13 (Arbeitslosengeld) $n_3$	Umgeformte Variable Nr.2 (privater Verbrauch) $n_4$
1991	1	0	0	0
1992	0,92907	0,10626	0,151552	0,06707
1993	0,85819	0,06711	0,27273	0,13373
1994	0,78793	0,19575	0,39394	0,20089
1995	0,71725	0,28971	0,30303	0,26924
1996	0,64420	0,34004	0,39394	0,33807
1997	0,57182	0,43233	0,54545	0,37451
1998	0,49989	0,53803	0,54545	0,47755
1999	0,42894	0,64485	0,45455	0,55048
2000	0,35761	0,81879	0,36364	0,62474
2001	0,28490	0,88814	0,39394	0,69994
2002	0,21350	0,88814	0,48485	0,77465
2003	0,14189	0,87752	0,63636	0,84946
2004	0,07053	0,94799	0,72727	0,92470
2005	0	1	1	1

Aus den beobachteten Werten  $n_i(t)$  sind Regressionsschätzungen  $\bar{n}_i(t)$  zu berechnen. Die Zeit wird wie im Abschnitt „Modellspezifikation“ in Dekaden gemessen; also gilt  $t=0$  für 1991,  $t=0,1$  für 1992 usw. bis  $t=1,4$  für 2005. Die vier Regressionsgleichungen sind:

$$\text{Nr.1: } \bar{n}_1(t) = c_{12}e^{r_{11}t}$$

$$\text{Nr.2: } \bar{n}_2(t) = c_{22}e^{r_{11}t} + c_{23}e^{r_{22}t}$$

$$\text{Nr.3: } \bar{n}_3(t) = c_{32}e^{r_{11}t} + c_{33}e^{r_{22}t} + c_{34}e^{r_{33}t}$$

$$\text{Nr.4: } \bar{n}_4(t) = c_{42}e^{r_{11}t} + c_{43}e^{r_{22}t} + c_{44}e^{r_{33}t} + d_{41}$$

Die Koeffizienten  $c_{12}=1$  und  $d_{41}=1$  sind vorgegeben (siehe Abschnitte „Modellkonstruktion“ und „Modellspezifikation“). Somit verbleiben drei zu schätzende Parameter  $r_{ii}$  und acht zu schätzende Parameter  $c_{ij}$ . Die nichtlineare Schätzung erfolgt zunächst simultan für alle Parameter nach der iterativen Prozedur „The MODEL Procedure“ des Programmpakets SAS und anschließend sukzessive in mehreren Schritten zur Anpassung an die speziellen Modellbedingungen. Als (grundsätzlich beliebige) Startwerte  $r_{ii}$  und  $c_{ij}$  werden die Ergebnisse des fiktiven Beispiels im Abschnitt „Modellspezifikation“ verwendet:

$$\begin{array}{cccccc} r_{11} = -0,9 & r_{22} = -0,6 & r_{33} = -0,8 & c_{22} = -1 & c_{23} = +1 & \\ c_{32} = -1 & c_{33} = +0,5 & c_{34} = +0,5 & c_{42} = +1 & c_{43} = -1,5 & c_{44} = -0,5 \end{array}$$

Wie für die Startwerte muss auch für die zu ermittelnden Schätzwerte der Parameter für

$$\text{jedes } t \text{ gelten: } \sum_{i=1}^k \bar{n}_i(t) = 1$$

Für  $t=0$  gilt für jedes  $r_{ii}$ :  $e^{r_{ii}t} = 1$

Daraus ergibt sich für  $t=0$ :

$$\bar{n}_1 = 1 \quad \bar{n}_2 = 0 \quad \bar{n}_3 = 0 \quad \bar{n}_4 = 0$$

Außerdem ergibt sich für  $t=0$ :

$$\sum_{i=1}^4 c_{i2} = 0 \quad \sum_{i=2}^4 c_{i3} = 0 \quad \sum_{i=3}^4 c_{i4} = 0$$

Dies gilt auch für  $t \neq 0$ , da alle  $c_{ij}$  im Zeitablauf konstant bleiben.

Alle  $r_{ii}$  sind hier erwartungsgemäß negativ. Sie gelten einheitlich für alle vier Gleichungen. Der iterative Schätzprozess liefert ferner simultan für die Gleichung Nr.4 die Parameterwerte  $c_{42}$ ,  $c_{43}$  und  $c_{44}$ , die so angepasst werden müssen, dass die Bedingung  $c_{42}+c_{43}+c_{44} = -1$  eingehalten wird. Als weiterer Parameter ergibt sich für die Gleichung Nr.3  $c_{34} = -c_{44}$ .

Von den noch verbleibenden unbekanntem Parametern  $c_{22}$ ,  $c_{32}$ ,  $c_{23}$  und  $c_{33}$  muss einer direkt durch die simultane Schätzung bestimmt werden, zum Beispiel  $c_{22}$  für die Gleichung Nr. 2. Damit sind auch die anzupassenden restlichen Parameter bestimmt:

$$\begin{aligned} c_{23} &= -c_{22} \\ c_{32} &= -c_{12} - c_{22} - c_{42} \\ c_{33} &= -c_{23} - c_{43} \quad \text{oder} \quad c_{33} = -c_{32} - c_{34} \end{aligned}$$

Im Demonstrationsbeispiel (erste Modellvariante:  $n_1$  Primärenergieverbrauch,  $n_2$  Bruttoinlandsprodukt,  $n_3$  Arbeitslosengeld,  $n_4$  privater Verbrauch) führt das Schätzverfahren nach verhältnismäßig wenigen Iterationen zur Konvergenz. Die ermittelten Parameterwerte sind:

Erste Modellvariante:

$r_{11} = -1,2351$	$r_{22} = -0,4133$	$r_{33} = -0,9396$
$c_{22} = -2,7233$	$c_{23} = +2,7233$	
$c_{32} = +0,5697$	$c_{33} = -3,7179$	$c_{34} = +3,1482$
$c_{42} = +1,1536$	$c_{43} = +0,9946$	$c_{44} = -3,1482$

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Parameterschätzungen für acht weitere Varianten des Modells wiedergegeben. Jede Variante ergibt sich aus der Kombination jeweils einer der neun Repräsentanten der Variablen  $S_3$  mit einer der sieben Repräsentanten der Variablen  $S_1$ , einer der vier Repräsentanten der Variablen  $S_4$  und dem einzigen Repräsentanten der Variablen  $S_2$ . Die Variable des Umweltkapitalstocks ( $S_1$ ) wird in jedem Fall wie der Primärenergieverbrauch umgeformt, das heißt statt der Ausgangswerte (siehe Abschnitt „Empirische Datenbasis“) gehen die Werte „1 minus normierter kumulierter Wert“ als  $n_1$  in die Rechnung ein. Die Variable der Wirtschaftsleistung ( $S_2$ ) wird weiterhin in normierter Form als  $n_2$  verwendet. Auch die Variable der sozialen Spannungen ( $S_3$ ) wird jeweils wie das Arbeitslosengeld zu  $n_3$  normiert. Die Variable der gesellschaftlichen Wohlfahrt ( $S_4$ ) wird wie der private Verbrauch umgeformt, indem die Ausgangswerte durch die Werte „normierter kumulierter Wert“ als  $n_4$  ersetzt werden. Für den iterativen Prozess werden dieselben Startwerte wie in der oben dargestellten ersten Modellvariante verwendet. Die Ergebnisse der weiteren Varianten sind (als  $n_2$  wird jeweils die Variable Nr.1 „Bruttoinlandsprodukt“ verwendet):

Zweite Modellvariante:

Variablen: Nr.10 (Abfälle) als  $n_1$ ; Nr.20 (Gesamtkriminalität) als  $n_3$ ; Nr.2 (privater Verbrauch) als  $n_4$

$r_{11} = -1,2779$	$r_{22} = -0,6157$	$r_{33} = -0,2420$
$c_{22} = -3,8950$	$c_{23} = +3,8950$	
$c_{32} = +5,2667$	$c_{33} = -6,3648$	$c_{34} = +1,0981$
$c_{42} = -2,3717$	$c_{43} = +2,4698$	$c_{44} = -1,0981$

Dritte Modellvariante:

Variablen: Nr.12 (Umweltdelikte) als  $n_1$ ; Nr.21 (Jugendkriminalität) als  $n_3$ ; Nr.2 (privater Verbrauch) als  $n_4$

$r_{11} = -1,3696$	$r_{22} = -0,5094$	$r_{33} = -0,3035$
$c_{22} = -2,9756$	$c_{23} = +2,9756$	
$c_{32} = +3,7549$	$c_{33} = -5,3180$	$c_{34} = +1,5631$
$c_{42} = -1,7793$	$c_{43} = +2,3424$	$c_{44} = -1,5631$

Vierte Modellvariante:

Variablen: Nr.11 (Individualverkehr) als  $n_1$ ; Nr.15 (Scheidungen) als  $n_3$ ; Nr.3 (Zufriedenheit) als  $n_4$

$r_{11} = -1,2471$	$r_{22} = -0,4714$	$r_{33} = -0,2283$
$c_{22} = -3,0079$	$c_{23} = +3,0079$	
$c_{32} = +4,1333$	$c_{33} = -5,7244$	$c_{34} = +1,5911$
$c_{42} = -2,1254$	$c_{43} = +2,7165$	$c_{44} = -1,5911$

Fünfte Modellvariante:

Variablen: Nr.9 (Kohlendioxid) als  $n_1$ ; Nr.18 (Gesundheitskosten) als  $n_3$ ; Nr.4 (Lebenserwartung) als  $n_4$

$r_{11} = -1,2605$	$r_{22} = -0,4006$	$r_{33} = -1,1694$
$c_{22} = -2,6213$	$c_{23} = +2,6213$	
$c_{32} = +0,4611$	$c_{33} = -2,9682$	$c_{34} = +2,5071$
$c_{42} = +1,1602$	$c_{43} = +0,3469$	$c_{44} = -2,5071$

Sechste Modellvariante:

Variablen: Nr.8 (Siedlungsfläche) als  $n_1$ ; Nr.17 (Versorgungssicherung) als  $n_3$ ; Nr.5 (HDI) als  $n_4$

$r_{11} = -1,1951$	$r_{22} = -0,4217$	$r_{33} = -0,4020$
$c_{22} = -2,8417$	$c_{23} = +2,8417$	
$c_{32} = +3,1709$	$c_{33} = -4,8439$	$c_{34} = +1,6730$
$c_{42} = -1,3292$	$c_{43} = +2,0022$	$c_{44} = -1,6730$

Siebente Modellvariante:

Variablen: Nr.6 (Primärenergieverbrauch) als  $n_1$ ; Nr.16 (Altenquote) als  $n_3$ ; Nr.4 (Lebenserwartung) als  $n_4$

$r_{11} = -1,2351$	$r_{22} = -0,4513$	$r_{33} = -0,2720$
$c_{22} = -2,9209$	$c_{23} = +2,9209$	
$c_{32} = +3,7578$	$c_{33} = -5,2913$	$c_{34} = +1,5335$
$c_{42} = -1,8369$	$c_{43} = +2,3704$	$c_{44} = -1,5335$

Achte Modellvariante:

Variablen: Nr.7 (Primärmaterial) als  $n_1$ ; Nr.19 (Arbeitslose ohne Ausbildung) als  $n_3$ ;  
Nr.3 (Zufriedenheit) als  $n_4$

$$\begin{array}{lll} r_{11} = -1,2698 & r_{22} = -0,4401 & r_{33} = -1,3645 \\ c_{22} = -2,7968 & c_{23} = +2,7968 & \\ c_{32} = +0,7156 & c_{33} = -2,8607 & c_{34} = +2,1451 \\ c_{42} = +1,0812 & c_{43} = +0,0639 & c_{44} = -2,1451 \end{array}$$

Neunte Modellvariante:

Variablen: Nr.9 (Kohlendioxid) als  $n_1$ ; Nr.14 (nichteheliche Kinder) als  $n_3$ ;  
Nr.5 (HDI) als  $n_4$

$$\begin{array}{lll} r_{11} = -1,2605 & r_{22} = -0,4671 & r_{33} = -0,2526 \\ c_{22} = -2,9561 & c_{23} = +2,9561 & \\ c_{32} = +3,9203 & c_{33} = -5,4891 & c_{34} = +1,5688 \\ c_{42} = -1,9642 & c_{43} = +2,5330 & c_{44} = -1,5688 \end{array}$$

### 3.3 Rückschluss auf die Übergangsraten

Die Parameter  $r_{ii}$ ,  $c$  und  $d$  sind selbst nicht inhaltlich interpretierbar. Dies ist nur mit den Übergangsraten  $r_{ij}$  möglich, die aus den Parametern errechnet werden können. Wenn alle vier Funktionen  $\bar{n}_i(t)$  numerisch spezifiziert sind, ist die Rückrechnung auf die ihnen zugrundeliegenden Übergangsraten mit den nach  $r_{ij}$  aufgelösten Modellgleichungen sehr einfach (siehe „Modellkontrolle“). Für die „erste Modellvariante“ (Variable Nr.6 „Primärenergieverbrauch“ als  $n_1$ , Nr.1 „Bruttoinlandsprodukt“ als  $n_2$ , Nr.13 „Arbeitslosengeld“ als  $n_3$ , Nr.2 „privater Verbrauch“ als  $n_4$ ; siehe „Schätzung der Modellparameter“) ergibt sich:

$$r_{12} = c_{22}(r_{11} - r_{22}) = (-2,7233)[-1,2351 - (-0,4133)] = +2,2380$$

$$r_{34} = -r_{33} = +0,9396$$

$$\begin{aligned} r_{23} &= -\frac{c_{33}(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})}{r_{12}} = -\frac{-3,7179[-0,4133 - (-0,9396)][-1,2351 - (-0,4133)]}{+2,2380} \\ &= -0,7185 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_{13} &= \frac{c_{32}(r_{11} - r_{33})(r_{11} - r_{22}) - r_{23}r_{12}}{r_{11} - r_{22}} \\ &= \frac{+0,5697[-1,2351 - (-0,9396)][-1,2351 - (-0,4133)] - 2,2380(-0,7185)}{-1,2351 - (-0,4133)} = -2,1250 \end{aligned}$$

$$r_{14} = -r_{11} - r_{12} - r_{13} = +1,2351 - 2,2380 + 2,1250 = +1,1221$$

$$r_{24} = -r_{22} - r_{23} = +0,4133 + 0,7185 = +1,1318$$

Die rechnerische Richtigkeit wird durch die folgenden Kontrollrechnungen bestätigt (siehe „Modellkonstruktion“):

$$r_{11} = -(r_{12} + r_{13} + r_{14}) = -(2,2380 - 2,1250 + 1,1221) = -1,2351$$

$$r_{22} = -(r_{23} + r_{24}) = -(-0,7185 + 1,1318) = -0,4133$$

$$r_{33} = -r_{34} = -0,9396$$

$$\begin{aligned}
 c_{22} &= \frac{r_{12}}{r_{11} - r_{22}} = \frac{2,2380}{-0,8218} = -2,7233 \\
 c_{23} &= -\frac{r_{12}}{r_{11} - r_{22}} = +2,7233 \\
 c_{32} &= \frac{r_{13}(r_{11} - r_{22}) + r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{33})(r_{11} - r_{22})} = \frac{-2,1250(-0,8218) + (-0,7185)(+2,2380)}{(-0,2955)(-0,8218)} = +0,5696 \\
 c_{33} &= -\frac{r_{23}r_{12}}{(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})} = -\frac{(-0,7185)(+2,2380)}{(+0,5263)(-0,8218)} = -3,7178 \\
 c_{34} &= \frac{-r_{13}(r_{22} - r_{33}) + r_{23}r_{12}}{(r_{11} - r_{33})(r_{22} - r_{33})} = \frac{-(-2,1250)(+0,5263) + (-0,7185)(+2,2380)}{(-0,2955)(+0,5263)} = +3,1482 \\
 c_{42} &= \frac{r_{14}(r_{11} - r_{22})(r_{11} - r_{33}) + r_{24}r_{12}(r_{11} - r_{33}) + r_{34}r_{13}(r_{11} - r_{22}) + r_{34}r_{23}r_{12}}{r_{11}(r_{11} - r_{22})(r_{11} - r_{33})} \\
 &= \frac{+1,1221(-0,8218)(-0,2955) + (+1,1318)(+2,2380)(-0,2955) + (+0,9396)(-2,1250)(-0,8218)}{(-1,2351)(-0,8218)} \dots \\
 &\dots \frac{+(+0,9396)(-0,7185)(+2,2380)}{(-0,2955)} = +1,1537 \\
 c_{43} &= \frac{-r_{24}r_{12}(r_{22} - r_{33}) - r_{34}r_{23}r_{12}}{r_{22}(r_{22} - r_{33})(r_{11} - r_{22})} \\
 &= \frac{(-1,1318)(+2,2380)(+0,5363) - (+0,9396)(-0,7185)(+2,2380)}{(-0,4133)(+0,5263)(-0,8218)} = +0,9945 \\
 c_{44} &= \frac{-r_{34}[r_{13}(r_{22} - r_{33}) - r_{23}r_{12}]}{r_{33}(r_{11} - r_{33})(r_{22} - r_{33})} \\
 &= \frac{-(+0,9396)[(-2,1250)(+0,5263) - (-0,7185)(+2,2380)]}{(-0,9396)(-0,2955)(+0,5263)} = -3,1482
 \end{aligned}$$

Von den sechs Übergangsraten  $r_{ij}$  sind zwei (die zur Variablen  $S_3$  führenden  $r_{13}$  und  $r_{23}$ ) negativ. Die Übergangsraten messen die Intensität (Stärke und Geschwindigkeit) des von einer Variablen  $i$  ausgehenden und auf eine andere Variable  $j$  einwirkenden Impulses und sind damit nur als vorzeichenlose Werte aussagefähig. Die hier auftretenden negativen  $r_{ij}$  hängen damit zusammen, dass die Parameter einer der vier Funktionen  $\bar{n}_i(t)$  denen der anderen Funktionen so angepasst werden mussten, dass die Forderung „Summe aller  $\bar{n}_i(t)$  gleich 1 für jedes  $t$ “ erfüllt wurde. Der Anpassungszwang hat zur Folge, dass einzelne negative  $\bar{n}_i$  nicht ausgeschlossen werden können. Die betroffene Funktion (hier  $\bar{n}_3$ ) ist daher nicht interpretierbar; die Regressionsschätzungen  $\bar{n}_3(t)$  sind nicht zur Approximation der empirischen Werte  $n_3(t)$  geeignet.

Im Folgenden werden die Übergangsraten der acht weiteren Modellvarianten wiedergegeben (siehe „Schätzung der Modellparameter“; als  $n_2$  wird jeweils die Variable Nr.1 „Bruttoinlandsprodukt“ verwendet):

Zweite Modellvariante:

Variablen: Nr.10 (Abfälle) als  $n_1$ ; Nr.20 (Gesamtkriminalität) als  $n_3$ ;

Nr.2 (privater Verbrauch) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,5793 \quad r_{13} = -3,0770 \quad r_{14} = +1,7756$$

$$r_{23} = +0,6107 \quad r_{24} = +0,0050 \quad r_{34} = +0,2420$$

Dritte Modellvariante:

Variablen: Nr.12 (Umweltdelikte) als  $n_1$ ; Nr.21 (Jugendkriminalität) als  $n_3$ ;

Nr.2 (privater Verbrauch) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,5596 \quad r_{13} = -2,9081 \quad r_{14} = +1,7181$$

$$r_{23} = +0,3680 \quad r_{24} = +0,1414 \quad r_{34} = +0,3035$$

Vierte Modellvariante:

Variablen: Nr.11 (Individualverkehr) als  $n_1$ ; Nr.15 (Scheidungen) als  $n_3$ ;

Nr.3 (Zufriedenheit) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,3332 \quad r_{13} = -2,8193 \quad r_{14} = +1,7332$$

$$r_{23} = +0,4627 \quad r_{24} = +0,0087 \quad r_{34} = +0,2283$$

Fünfte Modellvariante:

Variablen: Nr.9 (Kohlendioxid) als  $n_1$ ; Nr.18 (Gesundheitskosten) als  $n_3$ ;

Nr.4 (Lebenserwartung) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,2541 \quad r_{13} = -2,3239 \quad r_{14} = +1,3303$$

$$r_{23} = -0,8705 \quad r_{24} = +1,2711 \quad r_{34} = +1,1694$$

Sechste Modellvariante:

Variablen: Nr.8 (Siedlungsfläche) als  $n_1$ ; Nr.17 (Versorgungssicherung) als  $n_3$ ;

Nr.5 (HDI) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,1978 \quad r_{13} = -2,4194 \quad r_{14} = +1,4167$$

$$r_{23} = +0,0336 \quad r_{24} = +0,3881 \quad r_{34} = +0,4020$$

Siebente Modellvariante:

Variablen: Nr.6 (Primärenergieverbrauch) als  $n_1$ ; Nr.16 (Altenquote) als  $n_3$ ;

Nr.4 (Lebenserwartung) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,2894 \quad r_{13} = -2,6704 \quad r_{14} = +1,6161$$

$$r_{23} = +0,3248 \quad r_{24} = +0,1265 \quad r_{34} = +0,2720$$

Achte Modellvariante:

Variablen: Nr.7 (Primärmaterial) als  $n_1$ ; Nr.19 (Arbeitslose ohne Ausbildung) als  $n_3$ ;

Nr.3 (Zufriedenheit) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,3205 \quad r_{13} = -2,5766 \quad r_{14} = +1,5259$$

$$r_{23} = -0,9455 \quad r_{24} = +1,3856 \quad r_{34} = +1,3645$$

Neunte Modellvariante:

Variablen: Nr.9 (Kohlendioxid) als  $n_1$ ; Nr.14 (nichteheliche Kinder) als  $n_3$ ;

Nr.5 (HDI) als  $n_4$

$$r_{12} = +2,3454 \quad r_{13} = -2,7738 \quad r_{14} = +1,6889$$

$$r_{23} = +0,3983 \quad r_{24} = +0,0688 \quad r_{34} = +0,2526$$

### 3.4 Interpretation der Ergebnisse

Die Übergangintensitäten  $r_{ij}$  zeigen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Einfluss der Variablen  $S_i$  auf die Variable  $S_j$  in einer bestimmten Zeitspanne zu erwarten ist. In die Werte  $r_{ij}$  geht sowohl die Stärke der Beziehung zwischen den beiden Variablen als auch die Dauer der Einwirkung ein. Bei  $r_{ij} = 0$  sind die beiden Variablen voneinander vollständig unabhängig; ein theoretischer Höchstwert der Intensität ist nicht definiert. Negative  $r_{ij}$  können wegen der vom Modell erzwungenen Nebenbedingungen rechnerisch vorkommen, haben aber keine inhaltliche Aussagefähigkeit. Die hier untersuchten neun Varianten der Beziehungen zwischen Umweltbelastung, Wirtschaftsleistung, sozialen Spannungen und gesellschaftlicher Wohlfahrt weisen in den Ergebnissen einige auffallende Gemeinsamkeiten auf. Bei jeder Variante hat die Intensität  $r_{12}$  den weitaus höchsten Wert. Bei jeder Variante ist  $r_{13}$  negativ und damit nicht interpretierbar. Mit Ausnahme der ersten Variante erreicht  $r_{14}$  in allen Fällen den zweithöchsten positiven Wert. Neben den drei nicht interpretierbaren negativen  $r_{23}$  (erste, fünfte und achte Variante) gibt es sechs positive, von denen fünf den dritthöchsten Wert haben. Die Intensitäten  $r_{24}$  und  $r_{34}$  sind uneinheitlich, aber alle positiv.

Demnach besteht innerhalb des Modells die intensivste Beziehung zwischen der Umweltbelastung (gemessen als Veränderung des Umweltkapitalstocks) und der Wirtschaftsleistung (gemessen als jährliches Bruttoinlandsprodukt). Dabei wirken sich von den einzelnen Indikatoren der Umweltbelastung am stärksten die Abfälle ( $r_{12} = 2,5793$ ) und fast gleich stark die Umweltdelikte ( $r_{12} = 2,5596$ ) aus. Die Streuung der  $r_{12}$  ist gering; der niedrigste Wert beträgt 2,1978 bei Verwendung des Indikators Siedlungsfläche. Verhältnismäßig hoch ist die Intensität der direkten Beziehung zwischen der Umweltbelastung und der gesellschaftlichen Wohlfahrt. Auch hier ist die Streuung bei Verwendung der verschiedenen Einzelindikatoren gering. Am deutlichsten ist der Zusammenhang zwischen dem Umweltindikator Abfälle und dem Wohlfahrtsindikator privater Verbrauch ( $r_{14} = 1,7756$ ). Hohe Werte werden auch von dem Indikatorenpaar Individualverkehr (Umweltbelastung) / Zufriedenheit (Wohlfahrt) erreicht ( $r_{14} = 1,7332$ ). Der niedrigste – aber im Gesamtvergleich immer noch bemerkenswert hohe – Wert von  $r_{14}$  tritt mit 1,1221 bei dem Indikatorenpaar Primärenergieverbrauch (Umweltbelastung) / privater Verbrauch (Wohlfahrt) auf. Neben dem direkten Einfluss der Umweltbelastung auf die gesellschaftliche Wohlfahrt gibt es einen meist etwas weniger intensiven indirekten Einfluss über die Wirtschaftsleistung. Die Beziehung zwischen der Wirtschaftsleistung und der gesellschaftlichen Wohlfahrt ist überwiegend deutlich schwächer als die von der Umweltbelastung direkt ausgehenden Einflüsse. Hohe Werte der Übergangintensität werden hier vor allem für das Indikatorenpaar Bruttoinlandsprodukt / Zufriedenheit erreicht

( $r_{24} = 1,3856$ ). Dies ist erklärlich, da die mit dem Bruttoinlandsprodukt korrelierte objektive Einkommensentstehung zwar nicht mit der aus der subjektiven Einkommensbeurteilung resultierenden Zufriedenheit identisch sein muss, aber sicherlich mit ihr in positivem Zusammenhang steht. Ziemlich hoch (1,2711) ist auch der Wert von  $r_{24}$  für das Paar Bruttoinlandsprodukt / Lebenserwartung. Die weitaus geringste – kaum noch messbare – Übergangintensität ergibt sich mit  $r_{24} = 0,0050$  für das Paar Bruttoinlandsprodukt / privater Verbrauch. Das erscheint zunächst unplausibel, wird aber dadurch verständlich, dass in der betroffenen Modellvariante die durch den Indikator Abfälle gemessene Umweltbelastung mit der durch den Indikator privater Verbrauch gemessenen Wohlfahrt in besonders enger direkter Beziehung steht ( $r_{14} = 1,7756$ ), so dass die Beziehung zwischen Bruttoinlandsprodukt und privatem Verbrauch daneben als relativ bedeutungslos dargestellt wird.

Dass die generell negativen Werte  $r_{13}$  nicht interpretierbar sind, muss nicht bedeuten, dass eine Beziehung zwischen Umweltbelastung und sozialen Spannungen nicht besteht; sie ist nur



mit dem Modell aufgrund der bisher vorliegenden Daten nicht nachweisbar. Die sozialen Spannungen sind aber für das Modell nicht bedeutungslos. Sie stehen bei allen Modellvarianten mit der gesellschaftlichen Wohlfahrt und bei der Mehrheit der Varianten mit der Wirtschaftsleistung in Verbindung. Die Übergangintensitäten sind allerdings besonders zwischen Wirtschaftsleistung und sozialen Spannungen niedrig. Unter den neun Modellvarianten erreicht das Indikatorenpaar Bruttoinlandsprodukt / Gesamtkriminalität den höchsten Wert ( $r_{23} = 0,6107$ ). Die geringste gemessene Intensität betrifft das Paar Bruttoinlandsprodukt / Versorgungssicherung ( $r_{23} = 0,0336$ ). Etwas stärker als zur Wirtschaftsleistung sind die Beziehungen der sozialen Spannungen zur gesellschaftlichen Wohlfahrt. Die höchste Intensität ergibt sich hier, wenn die Arbeitslosen ohne Ausbildung als Indikator der Spannungen und die (Einkommens-) Zufriedenheit als Indikator der Wohlfahrt verwendet werden ( $r_{34} = 1,3645$ ). Wenig geringer ist die Intensität bei dem Indikatorenpaar Gesundheitskosten / Lebenserwartung ( $r_{34} = 1,1694$ ). Diese Werte sind offensichtlich plausibel. Den geringsten Wert erreicht  $r_{34}$  mit 0,2283 für das Paar Scheidungen / Zufriedenheit, was ebenfalls nicht überraschend sein muss.

Die in die Berechnung der Parameter und Übergangintensitäten eingehenden Werte der Variablen sind in der auf den Bereich null bis 1 standardisierten dimensionslosen Form nicht nur für jeweils eine Variable über alle Modellvarianten, sondern auch für jeweils eine Modellvariante über alle Variablen direkt vollständig vergleichbar. Von den bei sieben Indikatoren der Umweltbelastung, einem Indikator der Wirtschaftsleistung, neun Indikatoren der sozialen Spannungen und vier Indikatoren der gesellschaftlichen Wohlfahrt insgesamt möglichen 252 Modellvarianten wurden hier nur neun zur Untersuchung ausgewählt. Jeder Indikator der sozialen Spannungen kommt nur einmal, der Indikator der Wirtschaftsleistung jedes Mal in den untersuchten Modellvarianten vor. Von den Indikatoren der Umweltbelastung werden zwei (Primärenergieverbrauch und Kohlendioxid) je zweimal, von den Indikatoren der Wohlfahrt werden einer (privater Verbrauch) dreimal und drei (Zufriedenheit, Lebenserwartung und HDI) je zweimal verwendet. Diese Entscheidungen zur Auswahl von in die Untersuchung einzubeziehenden Indikatoren sind sicherlich subjektiv. Nach Eliminierung aller nicht nachgewiesenen Beziehungen zwischen zwei Variablen  $S_i$  und  $S_j$ , die durch negative  $r_{ij}$  gekennzeichnet sind, lassen sich zwei Gruppen von Modellvarianten numerisch spezifizieren. Die größere Gruppe (zweite, dritte, vierte, sechste, siebente und neunte Variante) besteht aus je einer exogenen Variablen (Umweltbelastung), zwei (Wirtschaftsleistung und soziale Spannungen) von je einer (Umweltbelastung bzw. Wirtschaftsleistung) Variablen beeinflussten intermediär endogenen Variablen und einer (Wohlfahrt) von drei (Umweltbelastung, Wirtschaftsleistung und soziale Spannungen) Variablen beeinflussten resultierend endogenen Variablen. Zur kleineren Gruppe (erste, fünfte und achte Variante) gehören je zwei exogene Variablen (Umweltbelastung und soziale Spannungen), eine (Wirtschaftsleistung) von einer (Umweltbelastung) Variablen beeinflusste intermediär endogene Variable und eine (Wohlfahrt) von drei (Umweltbelastung, Wirtschaftsleistung und soziale Spannungen) Variablen beeinflusste resultierend endogene Variable. Bei der ersten Gruppe der Modellvarianten sind nur die  $r_{13}$  negativ, bei der zweiten Gruppe darüber hinaus auch die  $r_{23}$ . Die Zugehörigkeit einer Modellvariante zur ersten oder zur zweiten Gruppe wird durch die – methodisch bedingt stets negativen – Parameterwerte  $r_{ii}$  bestimmt. Im überwiegenden Fall ( $r_{23}$  positiv) ist der Absolutbetrag von  $r_{11}$  größer als der Absolutbetrag von  $r_{22}$  und dieser größer als der Absolutbetrag von  $r_{33}$ . Im selteneren Fall ( $r_{23}$  negativ) ist dagegen der Absolutbetrag von  $r_{33}$  größer als der Absolutbetrag von  $r_{22}$ . In fast allen Fällen hat  $r_{11}$  den größten Absolutbetrag; eine Ausnahme ist nur die achte Modellvariante, bei der der Betrag von  $r_{33}$  in vernachlässigbar geringem Umfang größer ist als der Betrag von  $r_{11}$ .

Entsprechend der Definition der  $r_{ij}$  als infinitesimale Übergangswahrscheinlichkeit, dass ein Einfluss der Variablen  $S_i$  auf die Variable  $S_j$  in einer bestimmten Zeitspanne auftritt (siehe „Markoffsche Prozesse“), können die  $r_{ii}$  als infinitesimale Wahrscheinlichkeit aufgefasst werden, dass die Variable  $S_i$  sich selbst beeinflusst, also nicht in Beziehung zu einer anderen Variablen steht. Mit dieser Betrachtung lassen sich einige Zusammenhänge zwischen den  $r_{ii}$  und einigen  $r_{ij}$  erkennen. Der Vergleich der neun untersuchten Modellvarianten zeigt, wie extreme Werte der Beträge der  $r_{ii}$  mit extremen (positiven) Werten der  $r_{ij}$  zusammenfallen. Der Betrag  $[r_{11}]$  ist bei der zweiten und der dritten Variante besonders groß; bei denselben Varianten erreicht  $r_{12}$  den größten bzw. zweitgrößten Wert. Die Variable  $S_1$  (hier Abfälle) misst in der zweiten Modellvariante in der für die Berechnungen verwendeten umgeformten Version (siehe „Schätzung der Modellparameter“) die Restkapazität von Abfallentsorgungsanlagen; je unberührter diese Kapazität zur Verfügung steht (großer Betrag  $r_{11}$ ), desto intensiver kann sie die Variable  $S_2$  (Bruttoinlandsprodukt als Wirtschaftsleistung) beeinflussen (großer Wert  $r_{12}$ ). Im übertragenen Sinn kann die – als Variable  $S_1$  verwendete – Restkapazität an Verfolgungsmöglichkeiten von Umweltdelikten in der dritten Modellvariante noch reichlich verfügbar sein (großer Betrag  $r_{11}$ ) und dann besonders intensiv die Variable  $S_2$  anregen (großer Wert  $r_{12}$ ). Am kleinsten sind sowohl  $[r_{11}]$  als auch  $r_{12}$  bei der sechsten Modellvariante. Die hier als  $S_1$  verwendete und durch einen niedrigen Betrag  $[r_{11}]$  ausgewiesene geringe Restkapazität an zu besiedelnder Fläche hat vermutlich keinen wesentlichen Einfluss auf die Wirtschaftsleistung  $S_2$  (kleiner Wert  $r_{12}$ ). Der Betrag  $[r_{22}]$  ist bei der zweiten Modellvariante am höchsten;  $r_{24}$  hat hier den kleinsten Wert. Je fortgeschrittener bzw. arbeitsteiliger bzw. industrieller eine Volkswirtschaft ist (großes  $[r_{22}]$ ), desto schwächer ist die Beziehung zwischen Wirtschaftsleistung (gemessen durch das Bruttoinlandsprodukt) und gesellschaftlicher Wohlfahrt (hier gemessen durch den privaten Verbrauch; kleines  $r_{24}$ ). In einer hochindustrialisierten Wirtschaft wird ein besonders großer Anteil der Gütererzeugung für Investitionen und intermediären Verbrauch (Vorleistungen) gebunden (großes  $[r_{22}]$ ), so dass relativ weniger für den privaten Endverbrauch übrig bleibt und wegen des meist bereits erreichten hohen materiellen Wohlstands auch nicht mehr benötigt wird (kleines  $r_{24}$ ). In der fünften Modellvariante wird die Beziehung zwischen der Wirtschaftsleistung  $S_2$  und der Lebenserwartung als Indikator der gesellschaftlichen Wohlfahrt  $S_4$  untersucht. Der Betrag  $[r_{22}]$  ist hier minimal,  $r_{24}$  dagegen sehr groß. Eine Volkswirtschaft mit geringerem Industrialisierungsgrad und weniger Arbeitsteilung (kleines  $[r_{22}]$ ) liefert in der Regel auch eine knappere materielle Versorgung, deren Wichtigkeit für die Lebenserwartung dadurch zunimmt (großes  $r_{24}$ ). Bei großem materiellem Wohlstand – typisch für eine hochentwickelte Gesellschaft – spielt dessen Veränderung für die Lebenserwartung dagegen keine bedeutende Rolle mehr. Die achte Modellvariante weist für  $[r_{33}]$  und für  $r_{34}$  den gegenüber allen anderen Varianten jeweils größten Wert auf. Je mehr soziale Spannungen nicht abgebaut werden und damit in der Variablen  $S_3$  bestehen bleiben (großes  $[r_{33}]$ ), desto intensiver wirkt die Variable  $S_3$  auf die gesellschaftliche Wohlfahrt  $S_4$  ein (großes  $r_{34}$ ). In der achten Variante wird  $S_3$  durch den Indikator Arbeitslose ohne Ausbildung und  $S_4$  durch den Indikator (Einkommens-) Zufriedenheit vertreten. Wenn die mit dieser Arbeitslosenquote verbundenen sozialen Probleme ungelöst bleiben, also keine soziale Entspannung erfolgt, so wirkt sich dies auf die durchschnittliche Zufriedenheit aller Einkommensbezieher – der arbeitenden und der nicht arbeitenden – aus. In der vierten Modellvariante ist sowohl  $[r_{33}]$  als auch  $r_{34}$  kleiner als in den anderen Varianten. Hier wird der Indikator Scheidungen für die Variable  $S_3$  dem Indikator Zufriedenheit für die Variable  $S_4$  gegenübergestellt. Anscheinend wird die Quote der geschiedenen Ehen nicht als gravierende soziale Spannung empfunden, die unabhängig von anderen Variablen der Lösung bedarf (kleines  $[r_{33}]$ ). Die Bedeutung der Scheidungen für die allgemeine gesellschaftliche Wohlfahrt ist dementsprechend gering (kleines  $r_{34}$ ).

Ein Modell ist umso prägnanter und umso sicherer interpretierbar, je intensiver die Beziehungen zwischen den Variablen sind, das heißt je größere Werte die (positiven)  $r_{ij}$  insgesamt erreichen. In der größeren Gruppe der Modellvarianten (zweite, dritte, vierte, sechste, siebente und neunte Variante), in der als exogene Variable jeweils nur  $S_1$  enthalten ist, hat die zweite Variante die größten Werte  $r_{12}$ ,  $r_{14}$  und  $r_{23}$  und extrem kleine Werte  $r_{24}$  und  $r_{34}$ . Dagegen hat die sechste Variante die kleinsten Werte  $r_{12}$ ,  $r_{14}$  und  $r_{23}$  und die größten Werte  $r_{24}$  und  $r_{34}$ . Die zweite Variante verwendet die Indikatoren Abfälle ( $S_1$  Umweltbelastung), Bruttoinlandsprodukt ( $S_2$  Wirtschaftsleistung), Gesamtkriminalität ( $S_3$  soziale Spannungen) und privater Verbrauch ( $S_4$  gesellschaftliche Wohlfahrt). Der Indikator Abfälle (Restkapazität von Abfallentsorgungsanlagen) beeinflusst demnach direkt besonders intensiv das Bruttoinlandsprodukt und den privaten Verbrauch. Der Indikator Bruttoinlandsprodukt (Wirtschaftswachstum) steht in relativ enger Beziehung zur Gesamtkriminalität. Der direkte Einfluss des Bruttoinlandsprodukts und der Gesamtkriminalität auf den privaten Verbrauch ist dagegen sehr gering. Die sechste Modellvariante beruht auf den Indikatoren Siedlungsfläche ( $S_1$  Umweltbelastung), Bruttoinlandsprodukt ( $S_2$  Wirtschaftswachstum), Versorgungssicherung ( $S_3$  soziale Spannungen) und Human Development Index HDI ( $S_4$  gesellschaftliche Wohlfahrt). Die Beziehungen zwischen Siedlungsfläche (für weitere Siedlungen noch verfügbarer Freiraum) und Bruttoinlandsprodukt sowie zwischen Siedlungsfläche und HDI sind verhältnismäßig unbedeutend; dasselbe gilt für die Beziehung des Bruttoinlandsprodukts zur Versorgungssicherung. Dagegen ist der Einfluss sowohl des Bruttoinlandsprodukts als auch der Versorgungssicherung auf den Indikator HDI (in den das Bruttoinlandsprodukt selbst als Komponente eingeht; siehe „Empirische Datenbasis“) hoch intensiv. Aus der Gruppe der mit zwei exogenen Variablen ( $S_1$  und  $S_3$ ) versehenen Modellvarianten (erste, fünfte und achte Variante) hebt sich die achte Variante heraus. Diese hat bei allen hier messbaren Übergangintensitäten ( $r_{12}$ ,  $r_{14}$ ,  $r_{24}$  und  $r_{34}$ ) innerhalb der Gruppe die größten Werte. Die achte Variante enthält neben dem allgemein verwendeten Indikator Bruttoinlandsprodukt als  $S_2$  die Indikatoren Primärmaterial als  $S_1$ , Arbeitslose ohne Ausbildung als  $S_3$  und Zufriedenheit als  $S_4$ . Die enge Beziehung zwischen den Indikatoren Primärmaterial (verfügbarer Restbestand an nicht erneuerbaren Rohstoffen) und Bruttoinlandsprodukt ist naheliegend. Dazu passt auch der starke Einfluss sowohl des Primärmaterials als auch des Bruttoinlandsprodukts – über die im Modell nicht gesondert dargestellte objektive Einkommenssituation – auf die subjektive Zufriedenheit mit dem Einkommen. Unabhängig von diesen im Wesentlichen ökonomisch geprägten Beziehungen besteht eine hoch intensive Verbindung zwischen den Arbeitslosen ohne Ausbildung und der Zufriedenheit als Indikator der gesellschaftlichen Wohlfahrt.

Trotz der Unterschiede in den Übergangintensitäten unterscheiden sich die neun untersuchten Modellvarianten nach den durch die Parameter  $r_{ii}$ ,  $d$  und  $c$  bestimmten standardisierten Erwartungswerten  $\bar{n}_i(t)$  nur sehr wenig. Wegen ihrer exponierten Stellung im Modell sind die Variable  $S_1$  als ausschließlich exogene Variable und die Variable  $S_4$  als abschließend endogene Variable besonders wichtig. Die Erwartungswerte dieser Variablen sind im Anhang für alle Modellvarianten graphisch dargestellt. Alle hier verwendeten Indikatoren des Umweltkapitalstocks ( $S_1$ ) weisen im Zeitablauf eine kontinuierliche sich allmählich abschwächende Abnahme aus. Alle Indikatoren der gesellschaftlichen Wohlfahrt ( $S_4$ ) nehmen mit sich allmählich verringernder Geschwindigkeit zu. Anscheinend gibt es einen zukünftigen Zeitpunkt, von dem an die weitere Umweltbelastung durch Verbrauch des Umweltkapitals zu keiner Zunahme der gesellschaftlichen Wohlfahrt mehr führt.

Literaturverzeichnis

- Gottfried **Achenwall** (1749): Abriß der neuesten Staatswissenschaften der vornehmsten europäischen Reiche und Republiken. Göttingen.
- Theodore W. **Anderson** (1954; reissued 1969): Probability models for analyzing time changes in attitudes. In: Paul Felix Lazarsfeld (Hrsg.), *Mathematical Thinking in the Social Sciences*, New York, S.17-66.
- Peter **Bartelmus** (2001): Ansätze und Entwicklungsstand der UGR – Nachhaltigkeitsmessung in monetären und physischen Ansätzen. *Statistische Analysen und Studien* 3/2001, S.16-20.
- David J. **Bartholomew** (1967): *Stochastic Models for Social Processes*. London .
- David J. **Bartholomew** (1973): *Stochastic Models for Social Processes*. 2. erheblich überarbeitete und erweiterte Auflage. London.
- Jakob **Bernoulli** (1713): *Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ars conjectandi, Basel 1713)*, übersetzt und herausgegeben von R. Haussner, 2. Auflage 1999, Frankfurt am Main.
- Albert T. **Bharucha-Reid** (1966): *Elements of the Theory of Markov Processes and Their Applications*. New York.
- Ernst P. **Billeter** und Vladimir **Vlach** (1982): *Grundlagen der statistischen Methodenlehre*. Stuttgart.
- Jürgen **Bortz** (1993): *Statistik für Sozialwissenschaftler*. 4. üb. Auflage, Berlin.
- Jürgen **Bortz** und Nicola **Döring** (1995): *Forschungsmethoden und Evaluation*. 2. Auflage. Berlin.
- Bundesregierung** (2002): *Perspektiven für Deutschland – Unsere Strategie für eine nachhaltige Entwicklung*. Berlin.
- Bundesregierung** (2005): *Lebenslagen in Deutschland – Der 2. Armuts- und Reichtumsbericht der Bundesregierung*. Berlin.
- Dieter **Cassel** und Herbert **Müller** (1975): *Kreislaufanalyse und Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung*. Stuttgart.
- Raymond B. **Cattell** (1966): The data Box – Its ordering of total resources in terms of possible relational systems. In: R.B. Cattell (Hrsg.), *Handbook of Multivariate Experimental Psychology*, Kapitel 3, Chicago .
- Nicky **Chambers**, Craig **Simmons** und Mathis **Wackernagel** (2000): *Sharing Nature`s Interest – Ecological Footprint as an Indicator of Sustainability*. London.
- Herman **Chernoff** (1973): The use of faces to represent points in k-dimensional space graphically. *Journal of the American Statistical Association* 68, S.361-368.
- Kai Lai **Chung** (1960): *Markov Chains with Stationary Transition Probabilities*. Berlin.
- James **Coleman** (1964): *Introduction to Mathematical Sociology*. London.
- Herman E. **Daly** (1990): Towards some operational principles of sustainable development. *Ecological Economics* Band 2 Heft 1, S.1-6.
- Deutsche Gesellschaft für die Vereinten Nationen** (2006): *Bericht über die menschliche Entwicklung*. Berlin.
- Hans **Diefenbacher** (2002): *Kirchen – Hervorragende Theorie, nachholbedürftige Praxis*. In :BUND/Misereor (Hrsg.), *Wegweiser für ein zukunftsfähiges Deutschland*. München, S.192-194.
- Joseph L.**Doob** (1953): *Stochastic Processes*. New York.

- Wolfgang **Eichhorn** und Joachim **Voeller**(1976): Theory of the Price Index. Berlin.
- Enquete –Kommission** “Schutz des Menschen und der Umwelt“ des 12. Deutschen Bundestages (1994): Die Industriegesellschaft gestalten – Perspektiven für einen nachhaltigen Umgang mit Stoff- und Materialströmen. Bonn.
- Enquete –Kommission** “Schutz des Menschen und der Umwelt“ des 13. Deutschen Bundestages (1997): Konzept Nachhaltigkeit – Fundamente für die Gesellschaft von morgen (Zwischenbericht). Bonn.
- Enquete –Kommission** “Schutz des Menschen und der Umwelt“ des 13. Deutschen Bundestages (1998): Ziele und Rahmenbedingungen einer nachhaltig Zukunftsverträglichen Entwicklung – Konzept Nachhaltigkeit – Vom Leitbild zur Umsetzung. Bonn.
- Willy **Feller** (1937): Zur Theorie der stochastischen Prozesse. Mathematische Annalen 113, S. 113-160.
- Irving **Fisher** (1922): The Making of Index Numbers. New York.
- Marek **Fisz** (1989): Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. 11. Auflage. Berlin.
- Wolfgang **Gerß** (1977): Lohnstatistik in Deutschland – Methodische, rechtliche und organisatorische Grundlagen seit der Mitte des 19. Jahrhunderts. Berlin.
- Wolfgang **Gerß** (1978): Die Entstehungsrechnung als Teil der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen. Gemeinschaftsveröffentlichung der Statistischen Landesämter, Reihe Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen der Länder Heft 7. Stuttgart.
- Wolfgang **Gerß** (1983): Versuche mit regionalen Gesamtindikatoren der konjunkturellen Entwicklung. Statistische Rundschau für das Land Nordrhein-Westfalen 35 Heft 11, S. 703-709.
- Wolfgang **Gerß** (1988): Zur Messung der Lebensqualität in den Gemeinden Nordrhein-Westfalens. ZA-Information (Zentralarchiv für empirische Sozialforschung) 22, S. 114-125.
- Wolfgang **Gerß** (1996 a): Statistische Signifikanz der Diversität im Zusammenhang mit biologischen Bestandserfassungen. Allgemeines Statistisches Archiv 80/2, S. 219-226.
- Wolfgang **Gerß** (1996 b): Lohnemanzipation in Europa – Synoptische Beurteilung der Gleichstellung abhängig beschäftigter Männer und Frauen nach ihren Durchschnittsverdiensten in der Europäischen Union. Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung Nr. 3 /1996.
- Wolfgang **Gerß** und Joachim **Gerß** (2005): Untersuchungen zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen nach dem Zipfschen Gesetz. Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung Nr. 4 /2005.
- Wolfgang **Glatzer** und Wolfgang **Zapf** (1984): Lebensqualität in der Bundesrepublik Deutschland – Objektive Lebensbedingungen und subjektives Wohlbefinden. Frankfurt.
- Günter **Hamer** (1974): Volkswirtschaftliche Gesamtrechnungen und Messung der Lebensqualität. Wirtschaft und Statistik 8/1974 Beilage, S. 11-15.
- Ute **Hanefeld** (1987): Das Sozio-ökonomische Panel – Grundlagen und Konzeption. Frankfurt.
- Franz **Haslinger** (1978): Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung. München Wien.
- Volker **Hauff** (1987): Unsere gemeinsame Zukunft – Der Brundtland-Bericht der Weltkommission für Umwelt und Entwicklung. Greven.

- Philip G. **Herbst** (1963): Organizational commitment – A decision process model.  
Acta Sociologica (Scandinavian Review of Sociology) 7, S.34-46.
- Jan M. **Hoem** (1971): Point estimation of forces of transition in demographic models.  
Journal of the Royal Statistical Society 33, S.275-289.
- Kurt **Horstmann** (1976): Der Level of Living Index als Beispiel der Bestrebungen der Vereinten Nationen, Sozialindikatoren auszuwählen und zusammenzufassen. Allgemeines Statistisches Archiv Band 60, S.64-77.
- Intergovernmental Panel on Climate Change** (2007): Climate Change 2007 – The Physical Science Basis – Summary for Policymakers. 4.IPCC-Bericht. Genf.
- Walter **Jahn** und Hans **Vahle** (1970): Die Faktorenanalyse und ihre Anwendung. Berlin.
- Hans **Joas** (2001): Die soziologische Perspektive. In: Hans Joas (Hrsg.), Lehrbuch der Soziologie, Frankfurt New York, S.11-38.
- Juliane **Jörissen** (2005): Konzepte der Nachhaltigkeit im Vergleich – Grundlinien, Konfliktpunkte, Weichenstellungen. In: H. Rink und K. Huber (Hrsg.), Raum für Nachhaltigkeit – Zur Kontextualisierung des Leitbildes, Berlin.
- Tim **Kasser** (2002): The High Price of Materialism. Cambridge Mass.
- Kurt **Kehr** (1993): Nachhaltig denken – Zum sprachgeschichtlichen Hintergrund und zur Bedeutungsentwicklung des forstlichen Begriffs „Nachhaltigkeit“. Schweizerische Zeitschrift für Forstwesen 144, S. 595-605.
- John G. **Kemeny** und J. Laurie **Snell** (1960): Finite Markov Chains. Princeton New Jersey.
- Aleksandr Ja. **Khintchine** (1934): Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse. Mathematische Annalen 109, S.604-615.
- Reinhard **Klopfleisch** und Egmont R. **Koch** (1987): Die Lage der Nation. GEO – Das Neue Bild der Erde 1/1987, S.162-175.
- Jürgen **Kopfmüller**, Volker **Brandl**, Juliane **Jörissen**, Michael **Paetau**, Gerhard **Banse**, Reinhard **Coenen** und Armin **Grunwald** (2001): Nachhaltige Entwicklung integrativ betrachtet – Konstitutive Elemente, Regeln, Indikatoren. Berlin.
- Friedland **Krause** (1940): Die deutsche Lohnstatistik. In: F.Burgdörfer (Hrsg.), Die Statistik In Deutschland nach ihrem heutigen Stand Band II, Berlin, S.1168-1179.
- Ernst Louis Etienne **Laspeyres** (1901): Einzelpreise und Durchschnittspreise vegetabilischer und animalischer Produkte in Preussen während der 75 Jahre 1821 bis 1895. Zeitschrift des Königlich Preussischen Statistischen Bureaus 41, S.51-81.
- Henning **Läuter** und Richard **Pincus** (1989): Mathematisch-statistische Datenanalyse. Berlin.
- Paul **Lévy** (1940): Sur certain processus stochastiques homogènes.  
Compositio Mathematica 7, S.283-339.
- Peter Michael **von der Lippe** (1985): Wirtschaftsstatistik. 3. Auflage. Stuttgart New York.
- Max O. **Lorenz** (1904/05): Methods of Measuring the Concentration of Wealth.  
Journal of the American Statistical Association 9, S.209-219.
- Donald V. **MacGranahan** (1972): Contents and Measurement of Socio-Economic Development. New York.
- Prasanta C. **Mahalanobis** (1936): On the generalized distance in statistics. Proceedings of the National Institute of Sciences of India 2, S.49-55.
- Andrej Andrejewitsch **Markoff** (1907): Untersuchung bemerkenswerter zufälliger abhängiger Versuche (russisch). Iswjestija Akademii Naúk SPB (Nachrichten der Akademie der Wissenschaften), ser. VI 1, S.61ff.

- Donella H. **Meadows** et al. (1972): The Limits to Growth. New York.
- Nicholas **Metropolis** und S. **Ulam** (1949): The Monte Carlo method. Journal of the American Statistical Association 44, S.335-341.
- Bernd **Meyer** (2001): Ansätze und Entwicklungsstand der UGR – Ziele und Konzepte einer UGR. Statistische Analysen und Studien 3/2001, S.12-16.
- Bernd **Meyer** (2002): Prognose der CO<sub>2</sub>-Emissionen in Deutschland bis zum Jahr 2010. Wirtschaft und Statistik 11/2002, S.1011-1015.
- Paul Heinz **Müller** (1970): Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik – Lexikon. Berlin.
- Rainer **Münz** und Ralf **Ulrich** (2001): Bevölkerung. In: Hans Joas (Hrsg.), Lehrbuch der Soziologie. Frankfurt, S.477-503.
- Eric **Neumayer** (1999): Weak versus Strong Sustainability. Cheltenham U. K.
- Heinz-Herbert **Noll** (2000): Konzepte der Wohlfahrtsentwicklung – Lebensqualität und „neue“ Wohlfahrtskonzepte. WZB Paper 00-505. Berlin.
- Kh. O. **Ondar** (1981): The Correspondence Between A. A. Markov and A. A. Chuprov on the Theory of Probability and Mathematical Statistics. New York.
- François **Quesnay** (1758): Tableau économique. Nachdruck der 3. Ausgabe 1759; herausgegeben, eingeleitet und übersetzt von Marguerite Kuczynski, Berlin 1965.
- Stefan **Rahmstorf** (2006): Fact Sheet zum Klimawandel. Konzeptpapier. Potsdam.
- Anatol **Rapoport** (1980): Mathematische Methoden in den Sozialwissenschaften. Würzburg.
- Rat für Nachhaltige Entwicklung** (RNE) (2005): Beiträge zu einer Generationenbilanz Nachhaltigkeit. Berlin.
- Lothar **Sachs** (1974): Angewandte Statistik – Planung und Auswertung, Methoden und Modelle. Berlin.
- Wolfgang **Sachs** (1997): Sustainable Development – Zur politischen Anatomie eines internationalen Leitbildes. In : K.W. Brand (Hrsg.), Nachhaltige Entwicklung – Eine Herausforderung an die Soziologie. Opladen, S.94-110.
- Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung** (1970): Konjunktur im Umbruch, Risiken und Chancen – Jahresgutachten 1970/71. Stuttgart.
- Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung** (1971): Währung, Geldwert, Wettbewerb – Entscheidungen für morgen – Jahresgutachten 1971/72. Stuttgart.
- Paul A. **Samuelson** (1970): Economics. 8th Edition. New York.
- Gerhard **Scherhorn** und Michael **Wehrspaun** (2006): Zum Konzept der Ökologischen Gerechtigkeit. Konzeptpapier zu einem Forschungsprojekt des Umweltbundesamtes. Dessau.
- Otto **Schlosser** (1976): Einführung in die sozialwissenschaftliche Zusammenhangsanalyse. Reinbek (bei Hamburg).
- Karl **Schoer** (2001): Ansätze und Entwicklungsstand der UGR – Der Ansatz des Statistischen Bundesamtes – Stand und weitere Planungen. Statistische Analysen und Studien 3/2001, S.6-11.
- Barry **Schwartz** (2004): The Paradox of Choice. New York.
- Amartya **Sen** (1999): Ökonomie für den Menschen – Wege zu Gerechtigkeit und Solidarität in der Marktwirtschaft. München.

- Wolfgang **Servet** (1971): Nationalökonomische Ansichten zum Begriff und zur Messung der Wirtschaftskonzentration. Dissertation. Rechts- und Staatswissenschaftliche Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- Udo Ernst **Simonis** (1987): Umwelt und Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung. In: Forum der Bundesstatistik Band 7. Stuttgart , S.108-119.
- Adam **Smith** (1776): Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. London.
- Carsten **Stahmer** (1987): Umweltberichterstattung im Rahmen der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen. In: Forum der Bundesstatistik Band 7. Stuttgart , S.120-127.
- David **Stanton** (2004): Die Entwicklung von Sozialindikatoren. Wirtschaft und Statistik 12/2004, S.1447- 1457.
- Nicholas **Stern** (2007): Der wirtschaftliche Aspekt des Klimawandels – Zusammenfassung /Executive Summary. London.
- Wolfgang **Strohm**, Norbert **Hartmann**, Hartmut **Essig** und Peter **Bleses** (1999): Revision der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnungen – Anlass, Konzeptänderungen und neue Begriffe. Wirtschaft und Statistik 4/1999, S.257-281.
- Louis Léon **Thurstone** (1931): Multiple factor analysis. Psychological Review 38, S.406-427.
- Manfred **Tiede** und Werner **Voß** (2000): Schließen mit Statistik – Verstehen. München Wien.
- Robert C. **Tryon** (1939): Cluster Analysis. Ann Arbor.
- Gert **Wagner**, Jürgen **Schupp** und Ulrich **Rendtel** (1994): Das Sozio-ökonomische Panel (SOEP) – Methoden der Datenproduktion und -aufbereitung im Längsschnitt. In: R.Hauser, N. Ott und G. Wagner (Hrsg.), Mikroanalytische Grundlagen der Gesellschaftspolitik, Band 2 (Erhebungsverfahren, Analysemethoden und Mikrosimulation), Berlin, S.70-112.
- Abraham **Wald** (1950): Statistical Decision Functions. New York.
- Edward **Walter** (1970): Markoffsche Ketten. In: E. Walter (Hrsg.), Statistische Methoden I – Grundlagen und Versuchsplanung. Berlin, S.107-113.
- Georg **Wilke**, Rainer **Lucas**, Melanie **Krause** und Antonio **Brettschneider** (2006): Schnittmengen zwischen den Themen Umwelt, Gerechtigkeit und Wohlfahrt im wissenschaftlichen Nachhaltigkeits- sowie Sozialstaatsdiskurs. Wuppertal.
- Georg **Wilke**, Julia **Schlüns** und Michael **Kopatz** (2006): Schnittstellen zwischen den Themen Nachhaltigkeit, Gerechtigkeit und Wohlfahrt aus der Sicht umweltpolitisch relevanter Akteure. Wuppertal.
- Samuel **Zahl** (1955): A Markov process model for follow-up studies. Human Biology 27, S.90-120.
- Angelika **Zahrnt** (2002): Allianzen für Nachhaltigkeit – Diskussionsbeitrag auf dem Jahreskongress des Wissenschaftszentrums NRW 2001. In: P.Hennicke (Hrsg.), Nachhaltigkeit – Ein neues Geschäftsfeld ? Stuttgart.
- Wolfgang **Zapf** (1973): Soziale Indikatoren. In: Albrecht, Daheim und Sack (Hrsg.): Soziologie, Festschrift für René König, Opladen, S.261-290.
- Wolfgang **Zapf** (1974): Sozialberichterstattung und amtliche Statistik. Wirtschaft und Statistik 8/1974 Beilage, S.3-8.

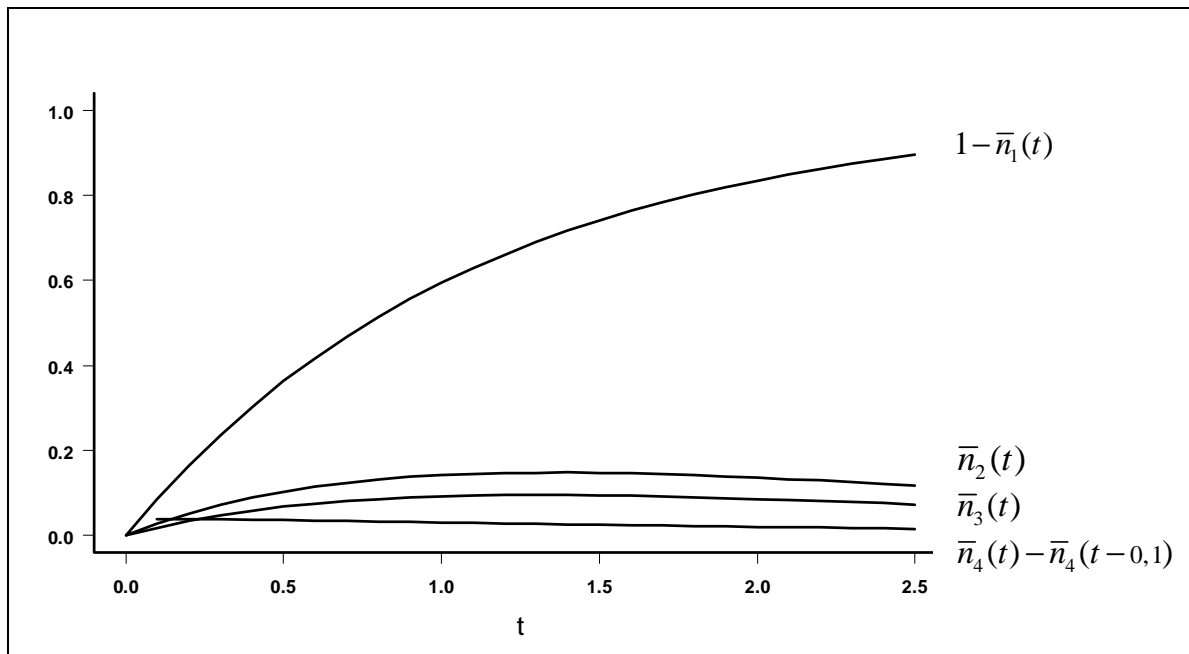


**Anhang**

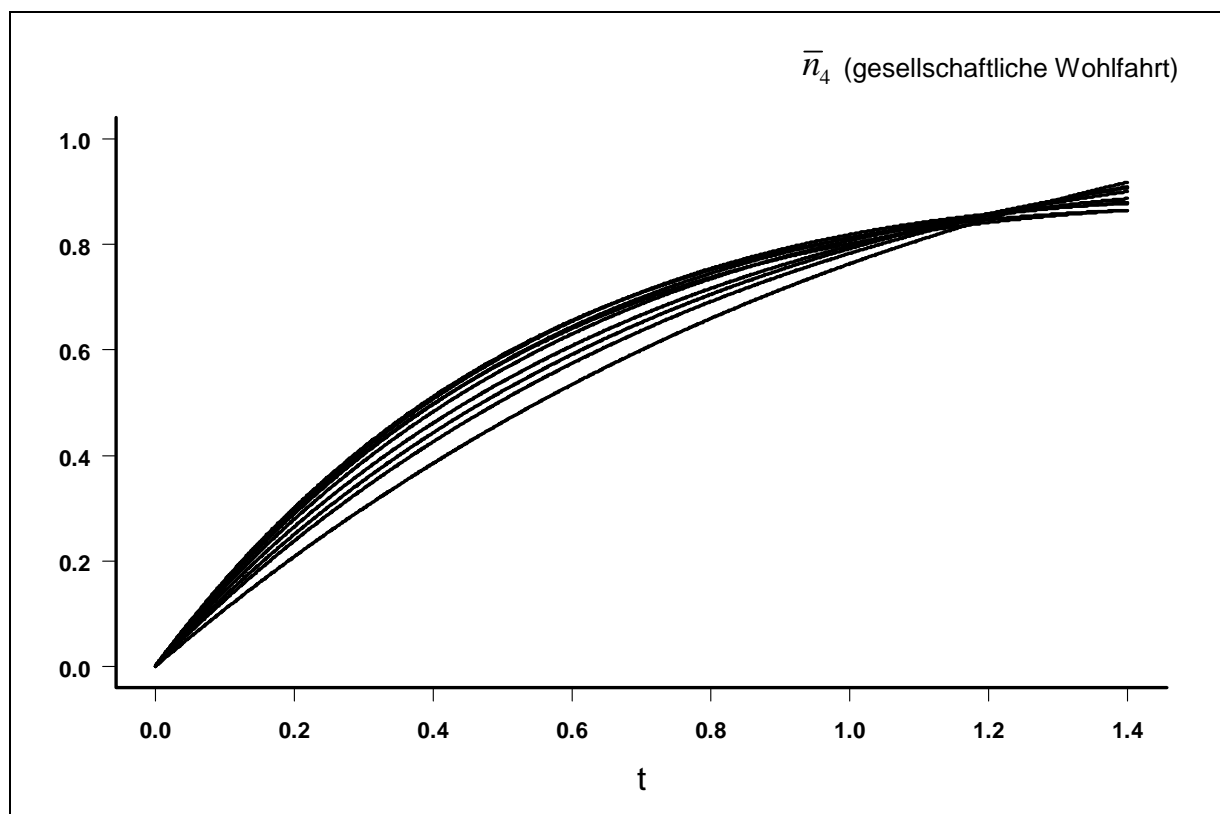
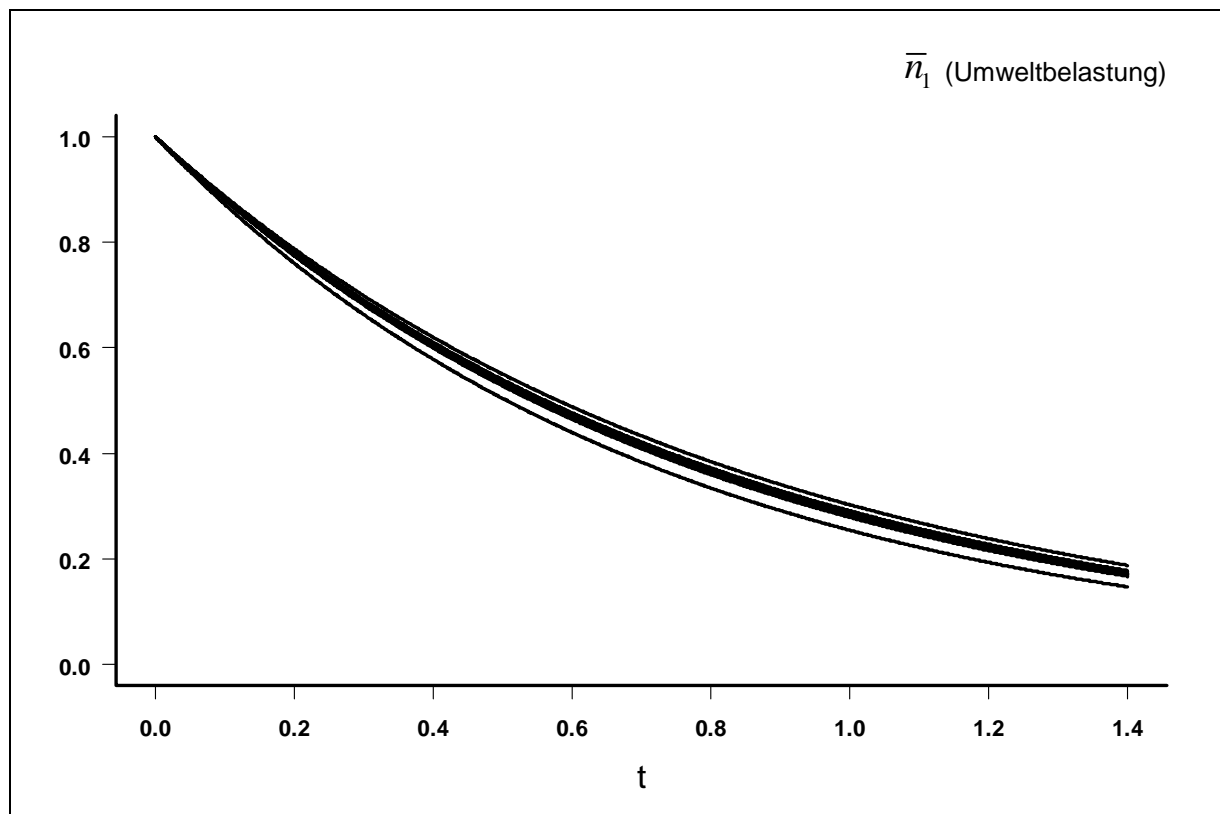
Langfristige Entwicklung der Erwartungswerte des fiktiven Viervariablenmodells (zu 2.3 Modellspezifikation)

$t$	$\bar{n}_1(t)$	$1 - \bar{n}_1(t)$	$\bar{n}_2(t)$	$\bar{n}_3(t)$	$\bar{n}_4(t)$	$\bar{n}_4(t) - \bar{n}_4(t-0,1)$	$\sum_{i=1}^4 \bar{n}_i(t)$
0,0	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	X	1,000
0,5	0,638	0,362	0,103	0,068	0,191	0,037	1,000
1,5	0,259	0,741	0,147	0,095	0,499	0,026	1,000
2,0	0,165	0,835	0,136	0,086	0,613	0,021	1,000
2,5	0,105	0,895	0,118	0,074	0,703	0,016	1,000
3,0	0,067	0,933	0,098	0,061	0,774	0,013	1,000
3,5	0,043	0,957	0,080	0,049	0,829	0,010	1,000
4,0	0,027	0,973	0,063	0,038	0,871	0,008	1,000
4,5	0,017	0,983	0,050	0,030	0,903	0,006	1,000
5,0	0,011	0,989	0,039	0,023	0,927	0,004	1,000
10,0	0,000	1,000	0,002	0,001	0,996	0,000	1,000
20,0	0,000	1,000	0,000	0,000	1,000	0,000	1,000

Kurzfristige Entwicklung der Erwartungswerte des fiktiven Viervariablenmodells (2.4 Modellkontrolle)



Erwartungswerte von Indikatoren der Umweltbelastung und gesellschaftlichen Wohlfahrt im empirischen Viervariablenmodell (zu 3.4 Interpretation der Ergebnisse)



**Bisher sind in der Reihe „Duisburger Beiträge“ erschienen:**

- No. 1/1988 Zum Anspruch einer evolutionsbiologischen Fundierung der Moral.  
**Fritz Rudolph**
- No. 2/1988 Moralische Institutionen und die Ordnung des Handelns in der Gesellschaft.  
Die "utilitaristische" Theorietradition und die Durkheimsche Herausforderung.  
**Hans J. Hummell**
- No. 3/1988 Selbstreferentielle Technologiepolitik. Theoretische und thematische  
Grundlagen der Wirtschaftsbezogenen F & T - Politik.  
**Dieter Urban**
- No. 4/1988 Berufseinmündung, Berufssituation und soziale Lage Duisburger Diplom-  
Sozialwissenschaftler/innen.  
Erste Ergebnisse einer empirischen Erhebung.  
**Dieter W. Emmerling**
- No. 5/1988 Negative Dialektik - oder: Das "andere Genus des Denkens".  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 1/1989 Entscheidungsprozesse im Studium: Weiterstudieren oder Aufgeben?  
**Christoph Rülcker, Adelheid Berger, Dieter Emmerling**
- No. 2/1989 Lokale Handlungsebene und Jugendarbeitslosigkeit. Ein Forschungsbeitrag zur  
wohlfahrtsstaatlichen Dezentralisierungsdebatte. Ergebniszusammenfassung.  
**Jürgen Krüger, Manfred Pojana, Roland Richter**
- No. 3/1989 Binäre LOGIT-Analyse: ein statistisches Verfahren zur Bestimmung der  
Abhängigkeitsstruktur qualitativer Variablen.  
**Dieter Urban**
- No. 4/1989 Niklas Luhmann - oder: Was ist ein "differenztheoretischer" Ansatz?  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 5/1989 Die Rationalität irrationalen Handelns. Kollektive Formen politischer  
Partizipation als Ergebnis individueller Entscheidungsprozesse.  
Eine empirische Analyse.  
**Dieter Urban**
- No. 1/1990 Adorno und Derrida - oder: Der Versuch einer "Dekonstruktion" der  
Metaphysik.  
**Helga Gripp-Hagelstange**
- No. 2/1990 "Arbeit statt Sozialhilfe" – Empirische Evaluation eines  
Beschäftigungsprogramms für arbeitslose Sozialhilfeempfänger.  
**Thomas Bruns und Irene Pawellek**
- No. 3/1990 Jugendarbeitslosigkeit und lokale Legitimationsprobleme.  
**Jürgen Krüger**

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 4/1990 Zu System und Problematik legal-bürokratischer Herrschaft in der klassischen Organisationstheorie.  
**Wolfgang Holler**
- No. 5/1990 Die kognitive Struktur von Umweltbewußtsein.  
Ein kausalanalytischer Modelltest.  
**Dieter Urban**
- No. 1/1991 Zeitgemäßes Campaigning in der Bundesrepublik Deutschland:  
Empirische und evaluative Hinweise zum Swing-Index, einem neuen Instrument des "micro targeting".  
**Sigurd Matz**
- No. 2/1991 Stichworte zur Zukunft des Wohlfahrtsstaates.  
**Jürgen Krüger**
- No. 3/1991 Kokain: Zur gesellschaftlichen Karriere einer Droge.  
**Thomas Schweer und Hermann Strasser**
- No. 4/1991 Der >reale Sozialismus< und sein Niedergang basieren auf dem Marxschen >Ausbeutungs-<-Irrtum. Sozialstaatlicher Volkskapitalismus statt Abschaffung des Privateigentums an Produktionsmitteln.  
**Dieter Holtmann**
- No. 5/1991 The Distribution of Income in Modern Japan: An Examination of the Structural Determinants of Relative Equality.  
**Harold R. Kerbo**
- No. 1/1992 Diplomabschlüsse im integrierten Studiengang Sozialwissenschaften an der Universität-GH-Duisburg. Eine empirische Analyse der erfolgreich absolvierten Diplomprüfungen im Zeitraum 1977 – 1990.  
**Holger Meinken**
- No. 2/1992 Narzißmus, soziale Einbindung und Suizid. Eine vergleichende Analyse des Suizidgeschehens in Kempten (Allgäu) und seines ländlichen Umfelds im Lichte soziologischer und psychologischer Theorie.  
**Heidi Hlawatschek**
- No. 3/1992 Die parlamentarische Willensbildung in portugiesischen Gemeinden.  
**Wolfgang Holler, Marcelino Passos**
- No. 4/1992 Techniken der Attributdatenanalyse.  
**Uwe Engel**
- No. 5/1992 Karrieremuster in der Kommunalpolitik. Eine empirische Untersuchung am Beispiel von Dinslaken und Duisburg.  
**Andreas Humpert**

## DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 1/1993 Zur relativen Bedeutung eines Klassenkonzepts bei der Erklärung von Einkommens- und Bewußtseinsunterschieden in zehn entwickelten Industriegesellschaften.  
**Tomas Hagelstange, Brigitte Hamm, Dieter Holtmann**
- No. 2/1993 Die Selbstzuschreibung extra-funktionaler Fähigkeiten im Ingenieurstudium. Eine geschlechtervergleichende empirische Untersuchung.  
**Dorothee Laß**
- No. 3/1993 Prozesse der Entvertikalisierung in der japanischen Gesellschaft.  
**Brigitte Hamm**
- No. 4/1993 Sozialstrukturelle Modernisierung: Stabilisierung oder Destruierung des Wohlfahrtsstaates?  
**Jürgen Krüger**
- No. 5/1993 Organisation und Motivation (I)  
**Wolfgang Holler**
- No. 6/1993 Solidarität in Bewegung. Die französischen Krankenschwestern verändern ihre Perspektiven.  
**Ingo Bode**
- No. 7/1993 Japanese Corporations in Germany: Corporate Structure and Employee Relations (A Summary Report).  
**Harold R. Kerbo, Elke Wittenhagen, Keiko Nakao**
- No. 1/1994 Organisation und Motivation (II)  
**Wolfgang Holler**
- No. 2/1994 Kulturelle Nebensächlichkeiten und private Geselligkeit: Zu institutionellen Formen einer beliebten Koalition Vorüberlegungen zu einem theoretischen Orientierungsrahmen für die Deskription und Analyse privater Öffentlichkeit.  
**Christoph Rülcker, Günter Winter, Mitarbeit: Gerd Bloch**
- No. 3/1994 Kollektives Handeln und Ambiguität. Die Regulierung atypischer Beschäftigungsverhältnisse in Frankreich und Deutschland.  
**Ingo Bode, Hanns-Georg Brose, Stephan Voswinkel**
- No. 4/1994 Einführung in Windows 3.1; Einführung in Word für Windows 2.0.  
**Thomas Bruns, Günter Winter**
- No. 5/1994 Einführung in SPSS für Windows.  
**Peter Höllmer, Günter Winter**
- No. 6/1994 Schnäppchenmärkte. Zu einer schattenwirtschaftlichen Besonderheit.  
**Christoph Rülcker; Günter Winter**
- No. 1/1995 Zur Distinguierung des sinnlichen Geschmacks: Von der Lust zur Krise der Gourmets.  
**Andrea Dederichs**

DUISBURGER BEITRÄGE zur SOZIOLOGISCHEN FORSCHUNG

- No. 2/1995 Studienfach als Differenzierungsmerkmal.  
Ein empirischer Beitrag zur Analyse studentischer Lebenswelten.  
**Josef Köster**
- No. 1/1996 Arbeitslosigkeit und Sucht: Eine qualitative Studie zu Suchtkarrieren  
von Arbeitslosen. Forschungsgruppe Langzeitarbeitslosigkeit:  
**Thomas Schweer (inhaltlich verantwortlich), Hermann Strasser, Gabriele  
Klein, Thomas Bongartz, Klaus Gröhnke**
- No. 2/1996 Soziale Netzwerke bei Langzeitarbeitslosen. Forschungsgruppe  
Langzeitarbeitslosigkeit:  
**Klaus Gröhnke (inhaltlich verantwortlich), Hermann Strasser,  
Thomas Bongartz, Gabriele Klein, Thomas Schweer**
- No. 3/1996 Lohnemanzipation in Europa: Synoptische Beurteilung der Gleichstellung  
abhängig beschäftigter Männer und Frauen nach ihren  
Durchschnittsverdiensten in der Europäischen Union.  
**Wolfgang Gerß**
- No. 4/1996 Am Fordismus vorbei: Bauwirtschaft und Gastgewerbe in Deutschland und  
Frankreich.  
**Stefan Lücking, Stephan Voswinkel**
- No. 5/1996 Generationensolidarität oder Altenmacht – Was trägt (künftig) den  
Generationenvertrag? Zur politischen Soziologie der staatlichen  
Alterssicherung.  
**Jürgen Krüger**
- No. 1/1997 "Pumps, leider zu klein...": Eine empirische Studie über den privaten  
Gebrauchsgüterhandel via Offertenblatt.  
**Birgit Kunde, Christoph Rülcker, Ansgar Schulz-Kleyenstüber,  
Uwe Zander**
- No. 2/1997 Leistungen und Leistungspotentiale älterer Menschen, Bilanz und Perspektiven  
des intergenerationalen Lastenausgleichs in Familie und sozialem Netz.  
(Tagungsband)  
**Dieter Grunow, Sylvia Herkel, Hans J. Hummell (Hrsg.)**
- No. 3/1997 Merkmalsraumbildung und Differenzierung von mehrstelligen Variablen.  
**Günter Winter**
- No. 4/1997 Determinanten der Studiendauer: Differenzen zwischen Studierenden  
verschiedener Fachbereiche? Ein Zwei-Gruppen-Test.  
**Josef Köster, Uwe Matzat**
- No. 5/1997 Die Arbeitsplatzsuchstrategien von Arbeitslosen. Forschungsprojekt  
Langzeitarbeitslosigkeit  
**Klaus Gröhnke, Hermann Strasser**
- No. 1/1998 Arbeitszeitverkürzung, Entgelt und Beschäftigung.  
**Gerhard Bosch**

No. 2/1998 "Marxloh". Ansichten über einen Duisburger Stadtteil.  
**Thomas Rommelspacher, Christoph Rülcker,  
Ansgar Schulz-Kleyenstüber, Uwe Zander**

**Bitte beachten Sie:**

**Ab No. 1/1999 sind alle Beiträge im Internet abrufbar unter  
<http://soziologie.uni-duisburg.de/dbsf.htm>**

No. 1/1999 Marktphilosophien in der Beschäftigungskrise. Zu den Wirksamkeits- und  
Wirtschaftlichkeitsannahmen im Ersten und Zweiten Arbeitsmarkt.  
**Achim Trube**

No. 2/1999 Der große Zapfenstreich.  
Eine soziologische Analyse eines umstrittenen Rituals.  
**Ulrich Steuten**

No. 3/1999 Sozialwissenschaftliches Praktikum in der amtlichen Statistik.  
Fallbeispiel: Ergebnisse politischer Wahlen und Strukturmerkmale  
der nordrhein-westfälischen Gemeinden.  
**Wolfgang Gerß**

No. 4/1999 Arbeiten für gute Zwecke.  
Organisation und Beschäftigung im Dritten Sektor.  
**Ingo Bode, Achim Graf**

No. 5/1999 Bedingungen und Möglichkeiten kreativen und innovativen Handelns: Die  
wechselseitige Strukturierung von Subjekten und Organisationen. Ideenskizze  
und Bestandsaufnahme.  
**Ursula Holtgrewe**

No. 1/2000 Rationalisierung im Dienstleistungssektor – Strategien und Probleme:  
Ein Literaturbericht.  
**Bernd Bienzeisler**

No. 1/2002 Arbeitsmarkt und soziales Kapital: Eine komprimierte Darstellung  
theoretischer Grundlagen und empirischer Befunde.  
**Peter Runia**

No. 2/2002 Kurzstudie zu einer Todesfallstatistik über Kinder und Jugendliche in  
Münster/Westf.: Eine Erhebung zu Todesfällen für den Zeitraum 1991-1998.  
**Jürgen Guggenmos, Sigurd Matz**

No. 3/2002 Transformationspfade intermediärer Wohlfahrtsproduktion:  
Die Entwicklung der Caritas im deutsch-französischen Vergleich.  
**Ingo Bode**

No. 4/2002 Vom Payer zum Player – Oder: Krankenkassen im Wandel.  
Der Fall der AOK und ein vergleichender Exkurs nach Frankreich.  
**Ingo Bode**

- No. 5/2002 Methoden und Konzepte wissensintensiver Dienstleistungsarbeit.  
Arbeitsberichte eines Hauptseminars.  
**Karen Shire, Bernd Bienzeisler**
- No. 1/2003 Unsichere Beschäftigung – unsichere Integration?  
Auswirkungen destandardisierter Beschäftigung auf die Einbindung  
in Familie und soziale Netzwerke.  
**Martin Diewald, Michael Eberle**
- No. 2/2003 Erwerbsbiographien von Männern und die sozialen Beziehungen  
zu Verwandten und Freunden.  
**Martin Diewald**
- No. 3/2003 Die Verbreitung des Crackkonsums in Nordrhein-Westfalen aus  
der Sicht von Rauschgiftfahndern: Eine explorative Studie.  
**Thomas Schweer**
- No. 4/2003 Der Zwang zur Toleranz oder  
Die gesellschaftliche Bedeutung der Political Correctness.  
**Roelf Bleeker-Dohmen**
- No. 5/2003 Die Regulierung der Zeitarbeit in Deutschland –  
Vom Sonderfall zur Normalbranche.  
**Katrin Vitols**
- No. 1/2004 Russlanddeutsche und die Polizei in Duisburg:  
Zum Vertrauen russlanddeutscher Spätaussiedler in die Polizei.  
**Steffen Zdun**
- No. 2/2004 Polizisten und Asylbewerber in Duisburg.  
**Marion Lillig**
- No. 3/2004 Nutzung von Daten der historischen Statistik in Lehrforschungsprojekten.  
**Wolfgang Gerß**
- No. 4/2004 Benachteiligte Bevölkerungsgruppen in „sozialen Brennpunkten“ –  
Eine Untersuchung zweier Stadtteile in Nordrhein-Westfalen.  
**Günter Bell**
- No. 5/2004 Klassen, Schichten, Lagen und die Deutung sozialer Ungleichheit.  
Zum weberianischen Aufbruch in der Ungleichheitsforschung.  
**Gerd Nollmann**
- No. 6/2004 Mit der Kultur gegen die Kultur.  
Chancen und Grenzen des Kulturbegriffs bei Niklas Luhmann.  
**Christian Colli**
- No. 7/2004 Wohnungslosigkeit.  
Ein verdrängtes Phänomen am Rand der Gesellschaft.  
**Henning van den Brink**



- No. 8/2004 Der Beitrag der Analyse der Regulierung der Zeitarbeit zur Steuerung des deutschen Arbeitsmarktes.  
**Katrin Vitols**
- No. 1/2005 Wann ist ein Steuersystem gerecht? Einstellungen zu allgemeinen Prinzipien der Besteuerung und zur Gerechtigkeit der eigenen Steuerlast.  
**Stefan Liebig und Steffen Mau**
- No. 2/2005 Von der Lebensführung zur Selbstinszenierung. Soziologische Überlegungen zur Diffusion der Ehre in der Gegenwartsgesellschaft.  
**Ulrich Steuten**
- No. 3/2005 Der Leistungswert als kausale Verhaltensbegründung. Ergebnisse einer Umfrage zur sozialstrukturellen Geltung des Leistungswerts in Bildung und Beruf.  
**Gerd Nollmann**
- No. 4/2005 Untersuchungen zu demographischen Gleichgewichtsverteilungen nach dem Zipfschen Gesetz.  
**Wolfgang und Joachim Gerß**
- No. 1/2006 Missverständnisse und umstrittene Experimente in der Entwicklung des Rechts der nordrhein-westfälischen Landschaftsbeiräte. Ein Beispiel zur (Un)Logik demokratischer Entscheidungen.  
**Wolfgang Gerß**
- No. 2/2006 The Global Call Centre Industry Projekt – Deutschland: Erste Ergebnisse der Telefonumfrage für Deutschland  
**Jessica Scholten und Ursula Holtgrewe**
- No. 3/2006 Unternehmensnetzwerke und soziale Einbettung: Begriffliche Bestimmungen, Funktionen und Entstehungsbedingungen.  
**Birgit Apitzsch**
- No. 4/2006 Callcenter in Polen. The Global Call Centre Industry Projekt – Ergebnisse der Telefonumfrage in Polen.  
**Ewa Piskurek und Karen A. Shire**
- No. 1/2007 Lern- und Wissenscluster. Konzertierte Komplexität unter wissenssoziologischer Perspektive  
**Britta-Verena Pieper**
- No. 2/2007 Bürgerschaftliches Engagement und Altersdemenz: Auf dem Weg zu einer neuen ‚Pflegekultur‘? Eine vergleichende Analyse  
**Hermann Strasser und Michael Stricker**

- No. 3/2007    Indikatoren der Wirtschaftsleistung, Umweltbelastung und sozialen  
Spannungen als Komponenten der gesellschaftlichen Wohlfahrt in einem  
Markoff-Zeitverlaufmodell  
**Wolfgang Gerß**